Подготовила Сухорукова Е.В.
МОУ «Борисовская средняя общеобразовательная школа №2»

Содержание:

- Открытие логарифма
- Определение логарифма
- Свойства логарифмов
- Дополнительные формулы
- Свойства логарифмической функции
- График функции
- Решение логарифмических уравнений
- Примеры решения уравнений
- Решение логарифмических неравенств
- Примеры решения неравенств
- Попробуй решить!

открытие логарифма

- История логарифма началась в 17 веке. Логарифмы были изобретены шотландским дворянином Джоном Непером (1550-1617),опубликовавшим свои работы в 1614 году. Независимо от него и примерно в то же время пришел к открытию логарифмов швейцарский часовщик, математик и изобретатель Йост Бюрги (1552-1632), который опубликовал свои таблицы в 1620 году. Таблицы, опубликованные Непером и Бюрги были таблицами натуральных логарифмов, а первая таблица десятичных логарифмов опубликована в 1617 году Г.Бриггсом.

Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени, в которую нужно возвести a, чтобы получить b($\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$), при этом должно быть $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$

Основное логарифмическое тождество:

$$a^{\log_a b} = b, \; b > 0$$

Свойства логарифмов

При любом a > 0 ($a \neq 1$) и любых положительных x и y:

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \mathrm{loga}\ y$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

$$\log_a x^p = p\log_a x$$

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

Дополнительные формулы

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_n b * \log_m c = \log_m b * \log_n c$$

$$\log_{ak} b^k = \log_a b$$

Свойства функции

$D(y) = R_+$

$E(y) = R$

Логарифмическая функция

$y = \log_a x$

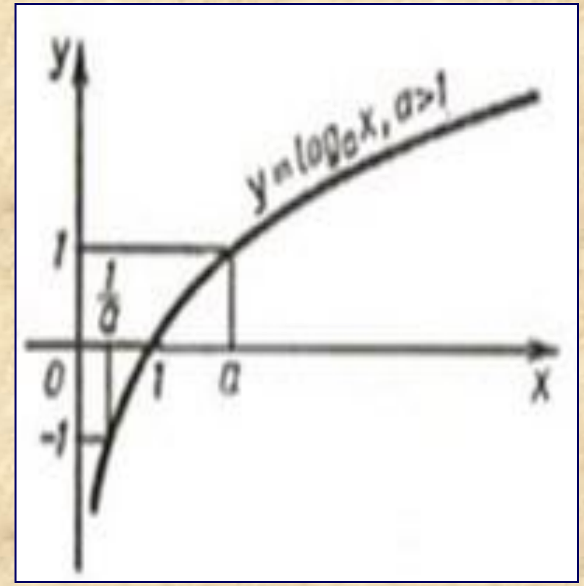
$a > 1$

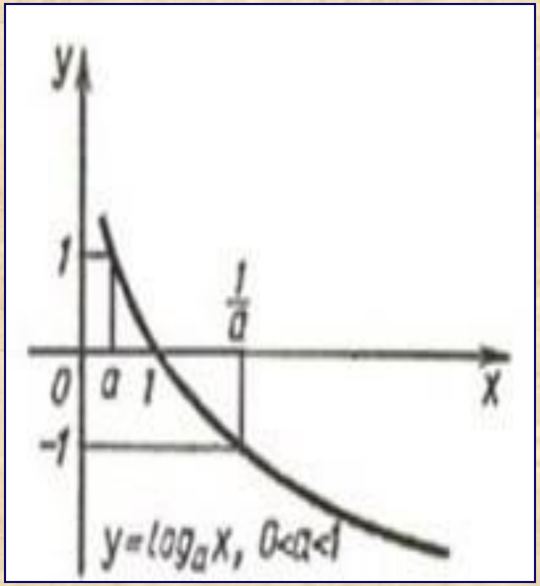
$0 < a < 1$

y возрастает на R_+

y убывает на R_+

График функции y = log $_a$x





a > 1

0 < a< 1

Решение логарифмических уравнений

Логарифмическое уравнение

Уравнение, содержащее переменную под знаком логарифма, называется логарифмическим

Простейшее логарифмическое уравнение $\log_a x=b$, $a > 0; a \neq 1$

$\log_a f(x)=\log_a g(x)$ равносильно системе:

$$\begin{cases} f(x)=g(x) \\ f(x)>0 \quad g(x)>0 \end{cases}$$

Корни подставляют в уравнение для исключения посторонних корней

Полезен метод введения новой переменной

Метод логарифмирования, если переменная есть и в основании, и в показателе степени

Примеры решения уравнений

$\log_2(x-1)=6$,

$x-1>0$, т.е. $x>1$

По определению логарифма:

$x - 1 = 6^2$

$x – 1 = 36$

$x = 37$

$\log_5^2 x - \log_5 x = 2$

Пусть $\log_5 x = y$,

тогда $y^2 – y = 2$,

$y2 – y –2 = 0$,

$y = 2$ или $y = -1$

$\log_5 x=2$, $\log_5 x= -1$

$x = 25$ или $x = 1/5$

$x^{\log2x+2}=8$

Прологарифмируем обе части уравнения по основанию 2:

$\log_2(x^{\log2x+2})=\log_2 8$,

$(\log_2 x+2)*\log_2 x=3$.

Пусть $\log_2 x=y$, тогда

$y^2+ 2y - 3 = 0$,

$y = 1$ или $y = -3$.

$\log_2 x=1$ или $\log_2 x=-3$

$x = 2$ или $x = 1/8$

Решение логарифмических неравенств

Логарифмическое неравенство

Неравенство, содержащее переменную только под знаком логарифма

$\log_a f(x) > \log_a g(x)$

$f(x) > g(x) > 0$

при $a > 1$

$0 < f(x) < g(x)$

при $0 < a < 1$

Примеры решения неравенств

$\log_5 (x - 3) < 2$

$$\begin{cases} x - 3 > 0 \\ x - 3 < 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 3 \\ x < 28 \end{cases}$$

Ответ: (3;28)

$\log_{0,5} (2x-4) > -1$

$$\begin{cases} 2x - 4 > 0 \\ 2x - 4 < 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 2 \\ x < 3 \end{cases}$$

Ответ: (2;3)

Попробуй решить!

$\log_2(x^2+4x+3) = 3$

$\log_x(125x)*\log^2{}_{25}x = 1$

$\log_{0,5}x^2 > \log_{0,5}3x$