

ЛОГАРИФМ.

Свойства логарифма.

Работу выполнил:



ЛОГАРИФМЫ

Во многих задачах требуется уметь решать уравнения вида

$$a = b \cdot x$$

Для этого надо найти показатель степени по данным значениям степени и её основания. С этой целью рассмотрим понятие логарифма числа.



Определение логарифма

Логарифмом числа $b > 0$ по основанию $a > 0, a \neq 1$, называется показатель степени, в которую надо возвести число a , чтобы получить число b .

Логарифм числа b по основанию a обозначается

$$\log_a b$$

Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b$$

*Это равенство является просто
другой формой определения логарифма.
Его часто называют основным
логарифмическим тождеством.*

Например:

1) $3 = \log_2 8$, так как $2^3 = 8$;

2) $\frac{1}{2} = \log_3 \sqrt{3}$, так как $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$;

3) $3^{\log_3 1/5} = 1/5$;

4) $2 = \log_{\sqrt{5}} 5$, так как $(\sqrt{5})^2 = 5$.

Натуральный и десятичный логарифмы.

Десятичным называется логарифм,
основание которого равно 10.
Обозначается $\lg b$, т.е. $\lg b = \log_{10} b$.

Натуральным называется
логарифм, основание которого равно e .
Обозначается $\ln b$, т.е. $\ln b = \log_e b$.

Свойства логарифма

Из определения следует, что логарифм определен лишь для положительных чисел. Причем без доказательства, что логарифм определен для любого положительного действительного числа.

Сформулируем основные свойства логарифмов.

Пусть a, x_1, x_2 и x - положительные действительные числа, причем $a \neq 1$.



Основные свойства логарифма:

$$1) \log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$$

$$2) \log_a (b/c) = \log_a b - \log_a c$$

$$3) \log_a a = 1$$

$$4) \log_a 1 = 0$$

n

$$5) \log_a b^n = n \log_a b$$

$$6) \log_a b = \frac{1}{n} \log_{a^n} b$$

a

Например:

$$1) \log_8 16 + \log_8 4 = \log_8 (16 \cdot 4) = \\ = \log_8 64 = 2;$$

$$2) \log_5 375 - \log_5 3 = \log_5 375/3 = \\ = \log_5 125 = 3;$$

$$3) \frac{1}{2} \log_3 36 + \log_3 2 - \log_3 \sqrt{6} - \\ - \frac{1}{2} \log_3 8 = \log_3 \sqrt{36} + \log_3 2 - \\ - (\log_3 \sqrt{6} + \log_3 \sqrt{8}) \equiv \\ = \log_3 12/4 \cdot \sqrt{3} = \log_3 \sqrt{3} = \frac{1}{2}.$$

**Формулы перехода от логарифма
по одному основанию к логарифму
по другому основанию:**

$$1) \log_a b = \log_c b / \log_c a;$$

$$2) \log_a b = 1 / \log_b a;$$

Логарифмирование и потенцирование

Логарифмированием называется математическая операция, с помощью которой, зная число, определяют логарифм этого числа.

Потенцированием называется математическая операция, с помощью которой, зная логарифм числа, определяют само число.

