

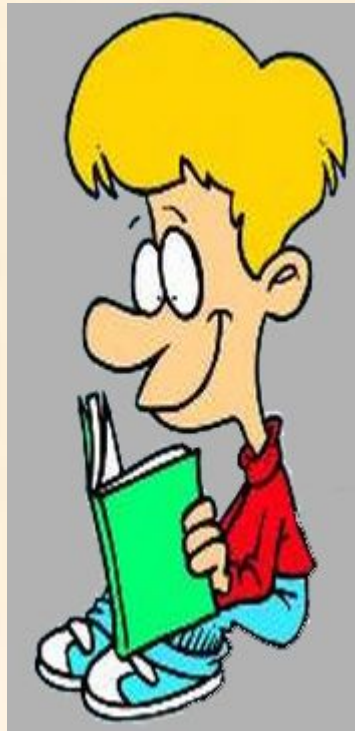


Задачи логического характера

не требующие вычислений

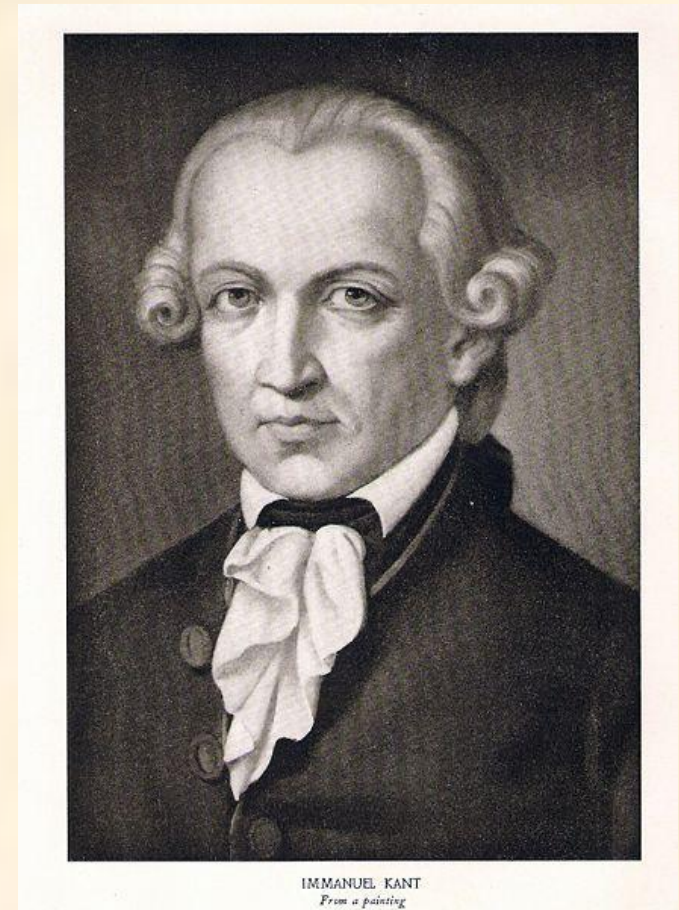


«Главная задача обучения математике,
причём с самого начала,
с первого класса, - учить рассуждать,
учить мыслить»



ведущий отечественный
методист А.А. Столяр

«Логика - это наука о законах правильного мышления, о требованиях, предъявляемых к последовательному и доказательному рассуждению»



немецкий философ И. Кант



ЗАДАЧИ ТИПА «КТО ЕСТЬ КТО?»

Смысл задач под кодовым названием «Кто есть кто?» довольно прост.

Вам даны отношения между предметами и следуя по цепочке этих отношений, вы приходите к правильному результату.

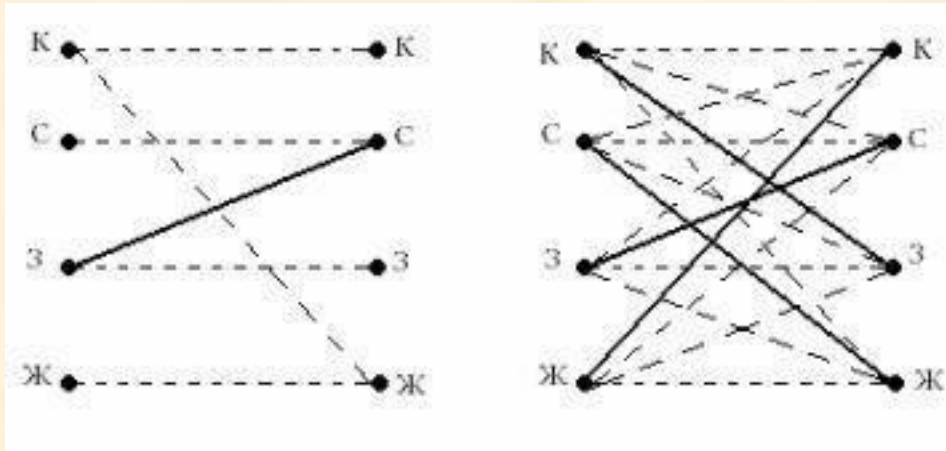
Существует несколько методов решения задач типа «Кто есть кто?».

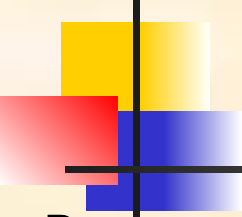
Один из методов решения таких задач – **метод графов**.
Второй способ, которым решаются такие задачи – **табличный способ**.



Решение методом графов

Красный, синий, желтый и зеленый карандаши лежат в четырех коробках по 1 шт. Цвет карандаша отличается от цвета коробки. Известно, что зеленый карандаш лежит в синей коробке, а красный не лежит в желтой. В какой коробке лежит каждый карандаш?





Решение логических задач методом таблиц

Задача. В каких квартирах живут котята?

В квартирах № 1, 2, 3 живут три котёнка – белый, чёрный, рыжий.



В квартирах № 1 и 2 живут не чёрные котята.

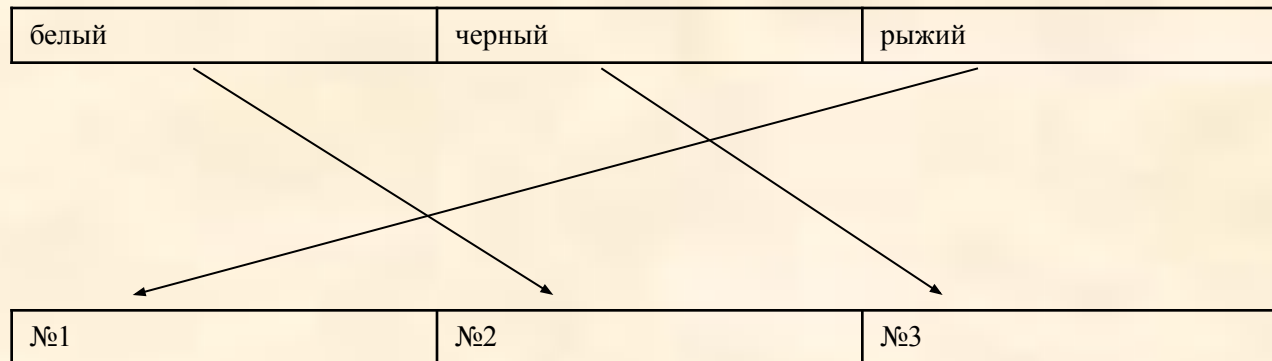
Белый котёнок живёт не в квартире № 1.



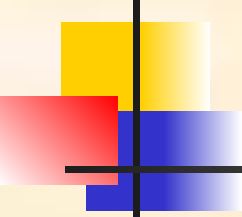
В какой квартире какой котёнок живёт?

Кто где живёт?

1. Так как чёрный котёнок не живёт в квартирах №№ 1 и 2 (по условию), значит, чёрный живёт в квартире № 3.
2. Так как чёрный живёт в квартире № 3 (по доказательству), значит белый и рыжий не живут в квартире № 3.
3. Так как белый котёнок не живёт в квартире № 1 (по условию) и не в квартире № 3 (по доказательству), значит, белый живёт - в № 2.
4. Так как белый живёт - в № 2 (по доказательству), значит, рыжий не живёт - в № 2.
5. Так как рыжий не живёт - в № 2 и 3 (по доказательству), значит, рыжий живёт – в № 1.



Ответ: белый живёт в квартире № 2, чёрный - в № 3, рыжий - в № 1 .



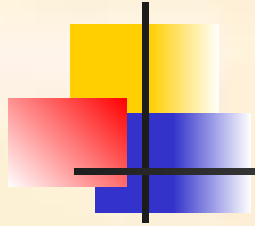
Решение логических задач методом рассуждений

Вадим, Сергей и Михаил изучают различные иностранные языки: китайский, японский и арабский.

На вопрос, какой язык изучает каждый из них, один ответил: "Вадим изучает китайский, Сергей не изучает китайский, а Михаил не изучает арабский".

Впоследствии выяснилось, что в этом ответе только одно утверждение верно, а два других ложны. Какой язык изучает каждый из молодых людей?





Имеется три утверждения:

1. Вадим изучает китайский;
2. Сергей не изучает китайский;
3. Михаил не изучает арабский.

Если верно первое утверждение, то верно и второе, так как юноши изучают разные языки. Это противоречит условию задачи, поэтому первое утверждение ложно.

Если верно второе утверждение, то первое и третье должны быть ложны. При этом получается, что никто не изучает китайский. Это противоречит условию, поэтому второе утверждение тоже ложно.

Остается считать верным третье утверждение, а первое и второе — ложными. Следовательно, Вадим не изучает китайский, китайский изучает Сергей.

Ответ: Сергей изучает китайский язык, Михаил - японский, Вадим - арабский.



Решение логических задач методом блок-схем

Сначала выделяются операции. Эти операции называются командами. Затем устанавливается последовательность выполнения выделенных команд. Эта последовательность оформляется в виде схемы. Подобные схемы называются блок-схемами и широко используются в программировании. Составленная блок-схема является программой, выполнение которой может привести нас к решению поставленной задачи.



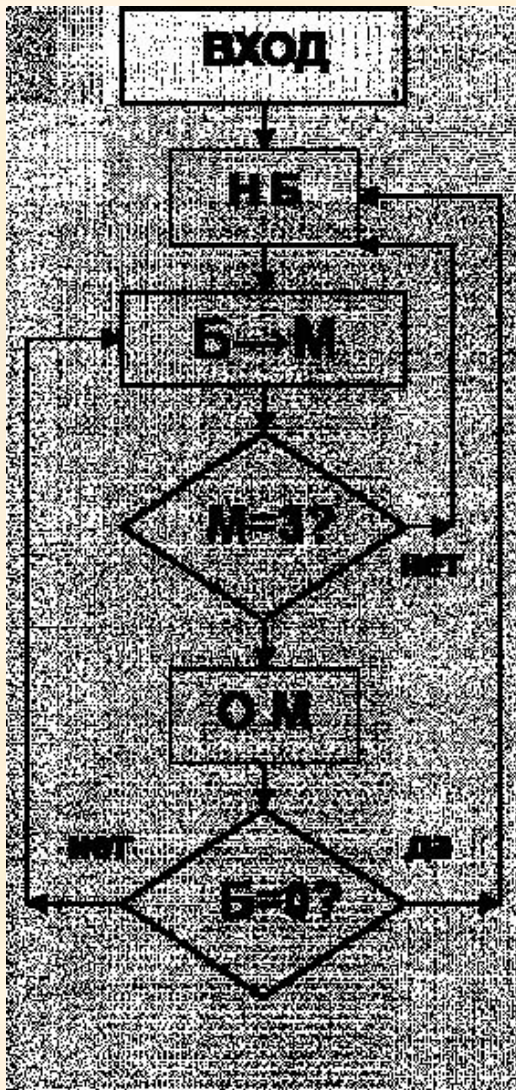
Задача

Имеются два сосуда — трехлитровый и пятилитровый.

Нужно, пользуясь этими сосудами,
получить 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 литров воды.



В нашем распоряжении водопроводный
кран и раковина,
куда можно выливать воду.



Дальше эта последовательность будет полностью повторяться. Из таблицы видим, что количество воды в обоих сосудах вместе образует следующую последовательность: 0, 5, 2, 7, 4, 1, 6, 3, 0 и т.д. Таким образом, действуя по приведенной схеме, можно отмерить любое количество литров от 1 до 7. Чтобы отмерить еще и 8 литров, надо наполнить оба сосуда.

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Б | 0 | 5 | 2 | 2 | 0 | 5 | 4 | 4 | 1 | 1 | 0 | 5 | 3 | 3 | 0 | 0 |
| М | 0 | 0 | 3 | 0 | 2 | 2 | 3 | 0 | 3 | 0 | 1 | 1 | 3 | 0 | 3 | 0 |
| Таблица | | | | | | | | | | | | | | | | |

КРУГИ ЭЙЛЕРА ЗАДАЧИ НА ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ИЛИ ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ

Круги Эйлера —
геометрическая схема, с
помощью которой можно
изобразить отношения
между подмножествами,
для наглядного
представления.

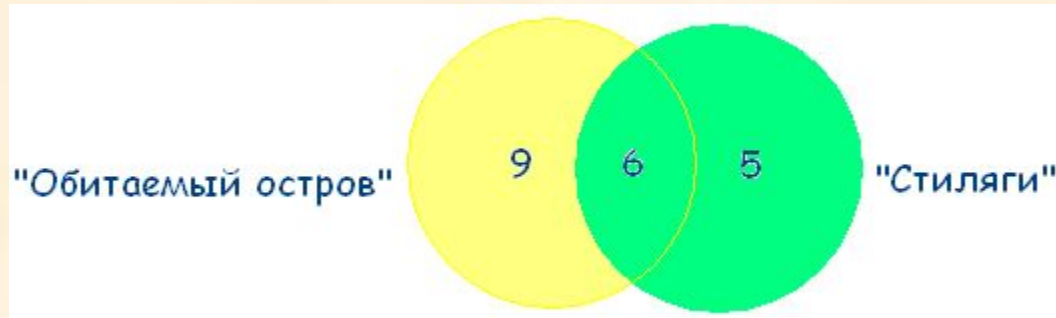
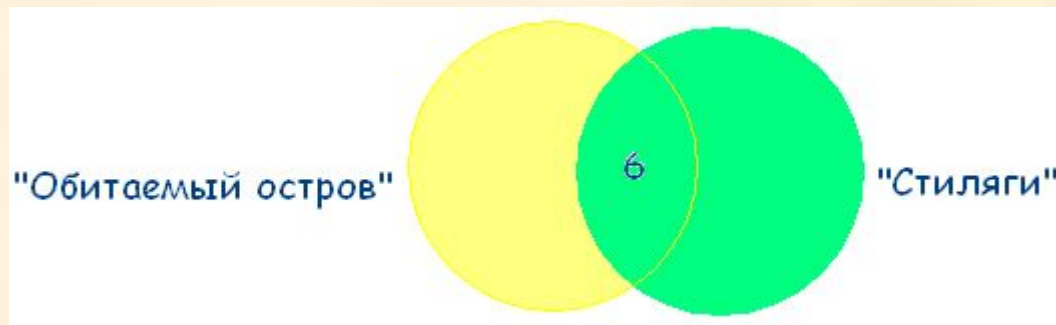


Леонард Эйлер



Задача: "Обитаемый остров" и "Стиляги"

Некоторые ребята из нашего класса любят ходить в кино. Известно, что 15 ребят смотрели фильм «Обитаемый остров», 11 человек – фильм «Стиляги», из них 6 смотрели и «Обитаемый остров», и «Стиляги». Сколько человек смотрели только фильм «Стиляги»?

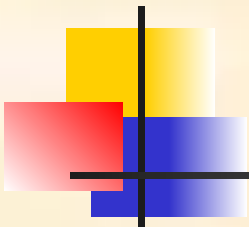




ТАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Решение тактических и теоретико-множественных задач заключается в составлении учащимися плана действий, который приводит к правильному ответу.

Сложность состоит в том, что выбор нужно сделать из очень большого числа вариантов, т.е. эти возможности не известны учащимся, их нужно придумать.



- Задаю тебе последнюю задачу, - сказала принцесса Иванушке, - найди единственно верный путь из этой комнаты в наш зимний сад и сорви для меня самую красивую розу. Из этой комнаты ты пройдешь через левую, или правую, или среднюю дверь во вторую комнату; такие же три вида дверей будут перед тобой при переходе из второй комнаты в третью и из третьей - в сад. Учти мои советы, - продолжала принцесса, - первый: из этого зала пройди через правую дверь; второй: из второй комнаты - не через правую дверь, и третий совет: из третьей - не через левую дверь. Иванушка знал, что обычно из трех советов принцессы ровно в двух указывают ложное направление, кроме того, служанка принцессы успела шепнуть ему, что надо пройти через дверь каждого вида по одному разу. Как и полагается сказке, принес Иванушка розу и был вознагражден. Какой же маршрут оказался верным?



Решени

е

Для решения этой задачи нужно рассмотреть всевозможные маршруты, т. к. на избранном пути не должно быть одинаково расположенных дверей, то возможно лишь 6 различных маршрутов (3!). Воспользуемся графами (рис. 27). «Плюс» на соединительном отрезке означает правильный, а «минус» - ложный ответ принцессы. Так как верен один совет, то правильный маршрут тот, который отмечен одним знаком «+» и двумя «-», а именно Л - П - С.

+ - +

П С Л

+ + - + - +

С Л П Л П С

- + - + + +

Л С Л П С П



Буквенные ребусы

Буквенные ребусы и задачи со звездочками
Методом подбора и рассмотрения различных вариантов
решаются буквенные ребусы и примеры со звездочками.
Такие задачи различны по сложности и схеме решения.

Рассмотрим один такой пример:

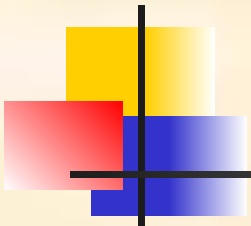


Ребусы

Перед началом бегов на ипподроме четыре знатока из числа зрителей обсуждали шансы фаворитов А, В или С.

- Первый: Заезд выиграет А или С.
- Второй: Если А придет третьим, то С не выиграет.
- Третий: Если А будет вторым, то выиграет В.
- Четвертый: Вторым придет А или В.

После заезда выяснилось, что три фаворита А, В, С действительно заняли первые три места и что все четыре утверждения знатоков оказались истинными. Как фавориты поделили между собой три первых места?



Возможны 6 вариантов исхода заезда (3!):

- A B C
- A C B (4)
- B C A (1), (4)
- B A O (1)
- C A B (3)
- C B A (2)



ИСТИННОСТНЫЕ ЗАДАЧИ

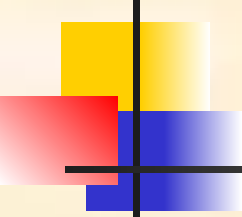
Истинностные задачи – это задачи, в которых требуется установить истинность или ложность высказываний.



Задание!



Украл у Ивана Царевича Василису Прекрасную. Поехал он выручать ее. Поймал Змея Горыныча, Бабу Ягу, Кощея Бессмертного и Лешего – Иван Царевич знал, что один из них украл ее. И спрашивает: «Кто украл Василису?» Змей Горыныч, Баба Яга и Кощей Бессмертный ответили: «Не я», а Леший – «Не знаю». Потом оказалось, что двое из них сказали правду, а двое – неправду. Знает ли Леший, кто украл Василису?



Задачи, решаемые с конца

Задуманное число

Я задумала число, умножила его на два,
прибавила три и получила 17.

Какое число я задумала?

Решение:

$17 - 3 = 14$ – число до прибавления 3.

$14 : 2 = 7$ – искомое число.

Ответ. 7 – искомое число.



ЗАДАЧИ НА ПЕРЕЛИВАНИЕ

Однажды Винни-Пух захотел полакомиться медом и пошел к пчелам в гости.
По дороге нарвал букет цветов, чтобы подарить труженицам пчелкам.
Пчелки очень обрадовались, увидев мишку с букетом цветов, и сказали: «У нас есть большая бочка с медом. Мы дадим тебе меда, если ты сможешь с помощью двух сосудов вместимостью 3 л и 5 л налить себе 4л!»
Винни-Пух долго думал, но все-таки смог решить задачку.



**Как он это
сделал?**

Решени е

Как в результате можно получить 4 л?

Нужно из 5-литрового сосуда отлить 1 л. А как это сделать?

Нужно в 3-литровом сосуде иметь ровно 2 л.

Как их получить? – Из 5-литрового сосуда отлить 3 л.

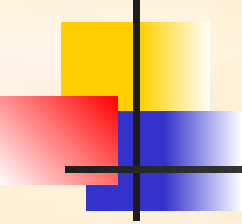
Решение лучше и удобнее оформить в виде таблицы:

| ХОДЫ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------|---|---|---|---|---|---|
| 5 л | 5 | 2 | 2 | - | 5 | 4 |
| 3 л | - | 3 | - | 2 | 2 | 3 |

1. Наполняем из бочки 5-литровый сосуд медом (1 шаг).
2. Из 5-литрового сосуда отливаем 3 л в 3-литровый сосуд (2 шаг).
3. Теперь в 5-литровом сосуде осталось 2 литра меда. Выливаем из 3-литрового сосуда мед назад в бочку (3 шаг).
4. Теперь из 5-литрового сосуда выливаем те 2 литра меда в 3-литровый сосуд (4 шаг).
5. Наполняем из бочки 5-литровый сосуд медом (5 шаг).
6. И из 5-литрового сосуда дополняем медом 3-литровый сосуд. Получаем 4 литра меда в 5-литровом сосуде (6 шаг). Задача решена.

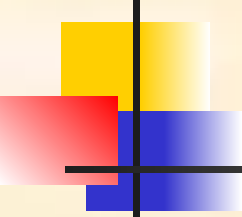
Поиск решения можно было начать с такого действия: к трем литрам добавить 1 литр. Но тогда решение будет выглядеть следующим образом:
Ходы

| ХОДЫ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 л | - | 3 | 3 | 5 | - | 1 | 1 | 4 |
| 3 л | 3 | - | 3 | 1 | 1 | - | 3 | - |



Задачи на взвешивание

Задачи на взвешивание - достаточно распространённый вид математических задач. В таких задачах от решающего требуется локализовать отличающийся от остальных предмет по весу за ограниченное число взвешиваний. Поиск решения в этом случае осуществляется путем операций сравнения, правда, не только одиночных элементов, но и групп элементов между собой.



Задани е



У Буратино есть 27 золотых монет.
Но известно, что Кот Базилио
заменял одну монету на фальшивую,
а она по весу тяжелее настоящих.



Как за три взвешивания на
чашечных весах без гирь
Буратино определить
фальшивую монету?



Решение

Разделим монеты на 3 кучки по 9 монет. Положим на чаши весов первую и вторую кучки; по результату этого взвешивания мы точно узнаем, в какой из кучек находится фальшивка (если весы покажут равенство, то она - в третьей кучке). Теперь, аналогично, разделим выбранную кучку на три части по три монеты, положим на весы две из этих частей и определим, в какой из частей находится фальшивая монета. Наконец, остается из трех монет определить более тяжелую: кладем на чаши весов по 1 монете - фальшивкой является более тяжелая; если же на весах равенство, то фальшивой является третья монета из части. Задача решена.