Логические законы и правила преобразования логических выражений

Основные законы формальной логики

• Закон тождества

$$A = A$$

• Закон непротиворечия

$$A\&\neg A=0$$

• Закон исключения третьего

$$A \bigvee \neg A=1$$

• Закон двойного отрицания

$$\neg \neg A = A$$

- В процессе рассуждения нельзя подменять одно понятие другим
- Не могут быть одновременно истинными суждение и его отрицание
- Высказывание может быть либо истинным либо ложным, третьего не дано
- Если отрицать дважды некоторое суждение, то получается исходное суждение

Свойства констант

•
$$\neg 0 = 1$$
 $\neg 1 = 0$

•
$$A \lor 0 = A$$
 $A \& 0 = 0$

•
$$A \lor 1=1$$
 $A \& 1=A$

Законы алгебры логики

• Идемпотентность

$$A \lor A = A$$
 $A \& A = A$

• Коммутативность

$$A \lor B=B \lor A A\&B=B\&A$$

• Ассоциативность

$$A \lor (B \lor C) = (A \lor B) \lor C$$

 $A \& (B \& C) = (A \& B) \& C$

Законы алгебры логики

• Дистрибутивность

$$A \lor (B \& C) = (A \lor B) \& (A \lor C)$$

 $A \& (B \lor C) = (A \& B) \lor (A \& C)$

• Поглощение

$$A \lor (A \& B)=A$$
 $A \& (A \lor B)=A$

• Законы де Моргана

$$\neg (A \lor B) = \neg A \& \neg B \quad \neg (A \& B) = \neg A \lor \neg B$$

Огастес де МОРГАН



Морган Огастес (Августус) де (27.6.1806-18.3. 1871) - шотландский математик и логик. Секретарь Королевского астрономического общества (1847г.), Лондонского королевского общества. Первый президент Лондонского математического общества. Родился в Мадуре (Индия). Учился в Тринити-колледж (в Кембридже). Профессор математики в университетском колледже в Лондоне. Основные труды по алгебре, математическому анализу и математической логике. В теории рядов описал логарифмическую шкалу для критериев сходимости; занимался теорией расходящихся рядов. Один из основателей формальной алгебры. Продолжая работы Дж. Пикока, Морган в 1841-1847 гг. опубликовал ряд работ по основам алгебры. В трактате "Формальная логика или исчисление выводов необходимых и возможных" (1847г.), Морган некоторыми своими положениями опередил Дж. Буля. Позднее Морган успешно изучал логику отношений - область, не охваченную исследованиями предшественников. Написал много исторических работ, в частности книгу "Бюджет парадоксов" (1872г.). Большой вклад внес также в дедуктивную логику вообще и математическую в частности. Лондонское математическое общество учредило медаль им. О. Моргана.

Правила замены операций

• Импликации

$$A \Rightarrow B = \neg A \lor B \quad A \Rightarrow B = \neg B \Rightarrow A$$

• Эквивалентности

$$A \Leftrightarrow B = (A \& B) \lor (\neg A \& \neg B)$$

 $A \Leftrightarrow B = (A \lor \neg B) \lor (\neg A \lor B)$
 $A \Leftrightarrow B = (A \Rightarrow B) \& (B \Rightarrow A)$

Упрощение сложных высказываний

• - это замена их на равносильные на основе законов алгебры высказываний с с целью получения высказываний более простой формы

Основные приемы замены

• $X=X \land 1$

- По свойствам констант

- $X=X \lor 0$
- 1=A ∨ ¬A
- По закону исключения третьего
- $0=B \land \neg B$
- По закону непротиворечия
- $Z=Z \lor Z \lor Z$ По закону
- $C = C \land C \land C$ идемпотентности
- $\mathbf{E} = \neg \neg \mathbf{E}$

- По закону двойного отрицания

Пример

Упростить: $A \land B \lor A \land \neg B$

По закону дистрибутивности вынесем А за скобки

Упростить: (A \vee B)& (A $\vee \neg$ B)

Упростить: $\neg(\neg X \lor \neg Y)$