

# Логические законы

**Логические законы и правила  
преобразования логических  
выражений**

# Равносильность

---

Логические выражения называются *равносильными*, если их истинностные значения совпадают при любых значениях, входящих в них логических переменных.

В алгебре логики имеется ряд законов, позволяющих производить равносильные преобразования логических выражений. Приведем соотношения, отражающие эти законы.

# Аналоги математических законов

## 1. Закон двойного отрицания:

$$A = \overline{\overline{A}}$$

Двойное отрицание исключает отрицание.

## 2. Переместительный (коммутативный) закон:

— для логического сложения:

$$A \vee B = B \vee A;$$

— для логического умножения:

$$A \& B = B \& A.$$

Результат операции над высказываниями не зависит от того, в каком порядке берутся эти высказывания.

В обычной алгебре  $a + b = b + a$ ,  $a \times b = b \times a$ .

# Аналоги математических законов

---

## 3. Сочетательный (ассоциативный) закон:

— для логического сложения:

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C);$$

— для логического умножения:

$$(A \& B) \& C = A \& (B \& C).$$

При одинаковых знаках скобки можно ставить произвольно или вообще опускать.

В обычной алгебре:

$$(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c,$$

$$a \times (b \times c) = a \times (b \times c) = a \times b \times c.$$

# Аналоги математических законов

## 4. *Распределительный (дистрибутивный) закон:*

— для логического сложения:

$$(A \vee B) \& C = (A \& C) \vee (B \& C);$$

— для логического умножения:

$$(A \& B) \vee C = (A \vee C) \& (B \vee C).$$

Определяет правило выноса общего высказывания за скобку.

В обычной алгебре:

$$(a + b) \times c = a \times c + b \times c.$$

# Законы де Моргана

## 5. Закон общей инверсии (законы де Моргана):

— для логического сложения

$$A \vee B = \overline{\overline{A} \& \overline{B}};$$

— для логического умножения:

$$A \& B = \overline{\overline{A} \vee \overline{B}}$$

## 6. Закон идемпотентности (от латинских слов *idem* — тот же самый и *potens* — сильный; дословно — равносильный):

— для логического сложения:

$$A \vee A = A;$$

— для логического умножения:

$$A \& A = A.$$

Закон означает отсутствие показателей степени.

# Законы констант:

## 7. *Законы исключения констант:*

— для логического сложения:

$$A \vee 1 = 1, \quad A \vee 0 = A;$$

— для логического умножения:

$$A \& 1 = A, \quad A \& 0 = 0.$$

## 8. *Закон противоречия:*

$$A \& A = 0.$$

Невозможно, чтобы противоречащие высказывания были одновременно истинными.

## 9. *Закон исключения третьего:*

$$A \vee A = 1.$$

Из двух противоречащих высказываний об одном и том же предмете одно всегда истинно, а второе — ложно, третьего не дано.

# Неочевидные законы:

---

## 10. Закон поглощения:

— для логического сложения:

$$A \vee (A \& B) = A;$$

— для логического умножения:

$$A \& (A \vee B) = A.$$

## 11. Закон исключения (склеивания):

— для логического сложения:

$$(A \& B) \vee (A \& \neg B) = A;$$

— для логического умножения:

$$(A \vee B) \& (A \vee \neg B) = A.$$



# Задания для самостоятельного выполнения

3.22. Какое тождество записано неверно:

- 1)  $X \vee \bar{X} = 1$ ;
- 2)  $X \vee X \vee X \vee X \vee X \vee X = 1$ ;
- 3)  $X \& X \& X \& X \& X = X$ .

3.23. Определите, каким законам алгебры чисел (сочетательному; переместительному; распределительному; аналога нет) соответствуют следующие логические тождества:

- а)  $A \vee B = B \vee A$ ;
- б)  $(A \& B) \& C = A \& (B \& C)$ ;
- в)  $A \vee (B \& C) = (A \vee B) \& (A \vee C)$ ;
- г)  $(A \vee B) \& C = (A \& C) \vee (B \& C)$ .

3.24. Логическое выражение называется *тождественно-ложным*, если оно принимает значения 0 на всех наборах входящих в него простых высказываний. Упростите следующее выражение и покажите, что оно тождественно-ложное.

$$(A \& B \& B) \vee (A \& A) \vee (B \& C \& C).$$

# Задания для самостоятельного выполнения

3.25. Логическое выражение называется *тождественно-истинным*, если оно принимает значения 1 на всех наборах входящих в него простых высказываний. Упростите следующее выражение и покажите, что оно тождественно-истинное.

$$(A \& B \& C) \vee \overline{(A \& B \& C)} \vee \overline{(A \& B)}$$

3.26. Упростите логические выражения. Правильность упрощения проверьте с помощью таблиц истинности для исходных и полученных логических формул.

а)  $A \vee \overline{(A \& B)}$ ;

б)  $A \& \overline{(A \vee B)}$ ;

в)  $(A \vee B) \& \overline{(B \vee A)} \& \overline{(C \vee B)}$ .