

ЛОГИКА

Мирончик Ел.А.
Мирончик Ек.А.



10010111 ГИА ЕГЭ



*Куда-нибудь ты обязательно дойдешь, конечно,
если не остановишься на полпути.*

*Чеширский кот
Л.Кэрролл «Алиса в стране чудес»*

Мирончик Ел. А.
Мирончик Ек. А.

СИСТЕМЫ ЛОГИЧЕСКИХ уравнений

Метод отображения

г. Новокузнецк, 2012

Способы решения

Способ из сборника для подготовки к ЕГЭ

Пусть $x_1 = 1$

Пусть $x_2 = 0$. Тогда первое условие первого уравнения не выполняется ($x_1 \neq x_2$) и тогда должно выполняться второе условие первого уравнения ($x_1 = x_3$). Т.е. $x_3 = 1$. Тогда получаем $x_2 \neq x_3$ (не выполняется условие второго уравнения ($x_2 = x_4$)). Значит $x_4 = 0$. Аналогично рассуждая получим, что значения остальных переменных должны чередоваться: $x_5 = 1, x_6 = 0, x_7 = 1$. Эта ветка рассуждений привела нас к единств. решению.

Пусть $x_2 = 1$. Тогда первое условие второго уравнения выполняется, значит второе условие $x_1 = x_3$ не обязательно должно выполняться, x_3 может быть любым.

Пусть $x_3 = 0$. Тогда первое усл. второго уравнения не выполняется. Значит должно выполняться второе усл. $x_2 = x_4$. Т.е. $x_4 = 1$. Это аналогично рассмотренному случаю для $x_2 = 0$. Значит должны чередоваться $x_5 = 0, x_6 = 1, x_7 = 0$. Это единств. решение.

Пусть $x_3 = 1$. Тогда первое условие второго уравнения выполняется ($x_2 = x_3$). Значит второе условие второго уравнения ($x_2 = x_4$) не обязательно должно выполняться, т.е. x_4 может быть любым.

Мы пришли к следующей ситуации. Для каждой последующей переменной, если она будет равна 0, будет давать единств. решение, а если 1, то нужно будет рассмотреть два варианта.

Получается для каждой переменной x_2, \dots, x_7 имеется единств. решение. Плюс у последней переменной возможно 2 значения.

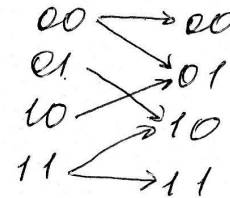
Всего получается 7 вариантов.

Нельзя не учесть, что для $x_1 = 0$ ситуация совсем аналогичная и это дает нам еще 7 вариантов.

Ответ: 14 вариантов.

Метод отображения

x_1	x_2	x_3
0	0	$\frac{0}{1}$
	1	0
1	0	1
	1	$\frac{0}{1}$



	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
00	1	1	1	1	1	1
01	1	2	3	4	5	6
10	1	2	3	4	5	6
11	1	1	1	1	1	1

14.

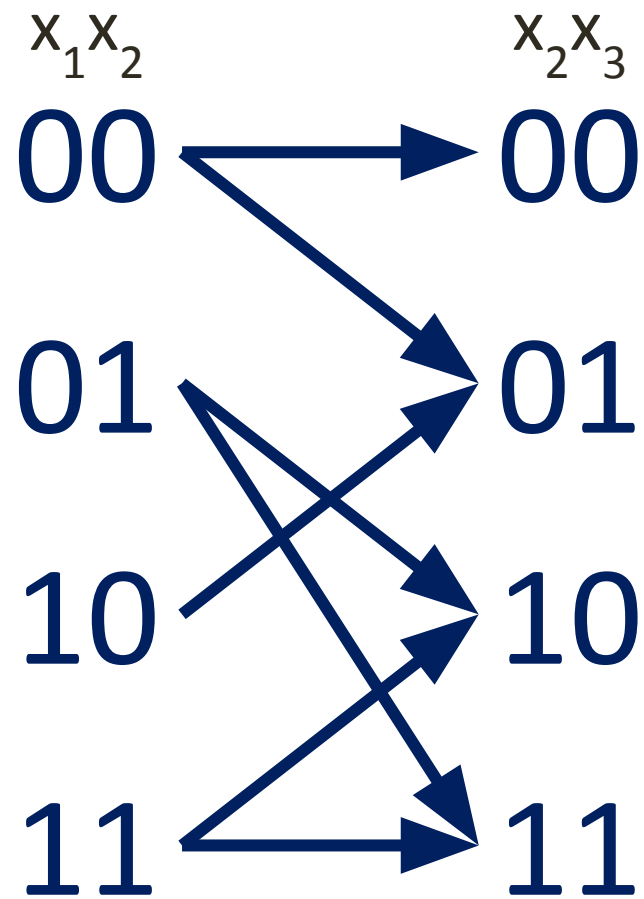
Метод отображения

$$\begin{cases} (x_1 \rightarrow x_2) + (x_1 \rightarrow x_3) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_3) + (x_2 \rightarrow x_4) = 1 \\ \dots \\ (x_8 \rightarrow x_9) + (x_8 \rightarrow x_{10}) = 1 \end{cases}$$

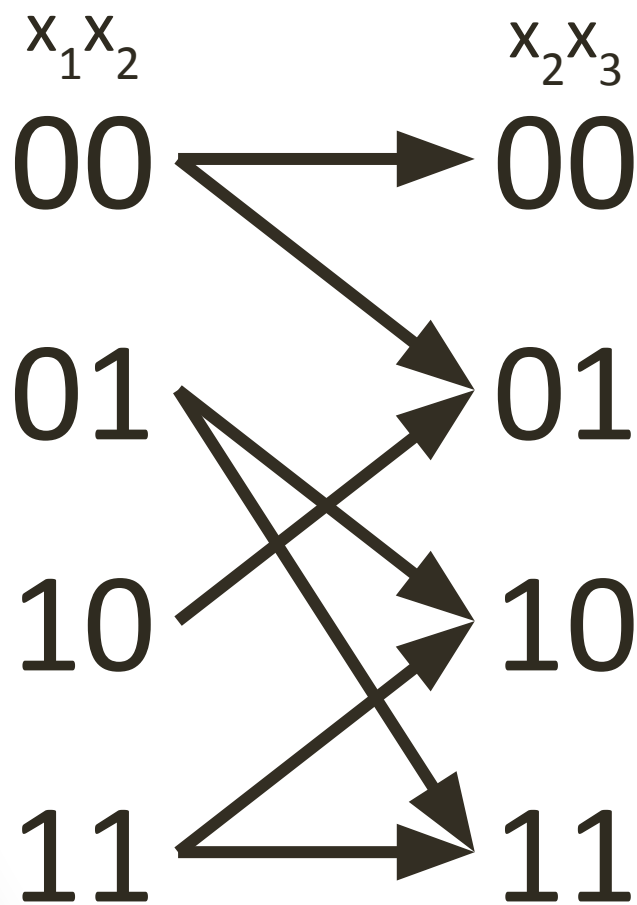
x_1	x_2	x_3
0	0	0
		1
	1	0
		1
1	0	1
		0
1	1	0
		1

Метод отображения

x_1	x_2	x_3
0	0	0
		1
	1	0
		1
1	0	1
	1	0
		1



Метод отображения



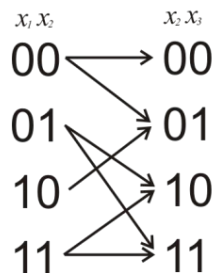
$$F(00) = F(00)$$

$$F(01) = F(00) + F(10)$$

$$F(10) = F(01) + F(11)$$

$$F(11) = F(01) + F(11)$$

Метод отображения



Пара	Количество пар								
	x_1, x_2	x_2, x_3	x_3, x_4	x_4, x_5	x_5, x_6	x_6, x_7	x_7, x_8	x_8, x_9	x_9, x_{10}
00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	2	3	5	8	13	21	34	55
10	1	2	4	7	12	20	33	54	88
11	1	2	4	7	12	20	33	54	88

Задания для тренировки:

Задание 1.

$$\begin{cases} \overline{x_1} \cdot (x_2 \rightarrow x_3) + x_1 \cdot x_2 = 1 \\ \overline{x_2} \cdot (x_3 \rightarrow x_4) + x_2 \cdot x_3 = 1 \\ \overline{x_3} \cdot (x_4 \rightarrow x_5) + x_3 \cdot x_4 = 1 \\ \dots \\ \overline{x_8} \cdot (x_9 \rightarrow x_{10}) + x_8 \cdot x_9 = 1 \end{cases}$$

Задание 2.

$$\begin{cases} x_1 \rightarrow (x_2 \equiv x_3) = 1 \\ x_2 \rightarrow (x_3 \equiv x_4) = 1 \\ x_3 \rightarrow (x_4 \equiv x_5) = 1 \\ \dots \\ x_8 \rightarrow (x_9 \equiv x_{10}) = 1 \end{cases}$$

Задание 3*.

В таблицу выписали все решения уравнения

$$F(x_1, x_2, x_3) = 1$$

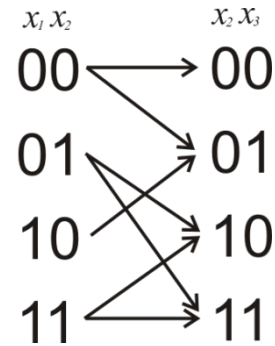
Сколько решений имеет система уравнений:

x_1	x_2	x_3
0	0	0
		1
1	0	1
	1	0

$$\begin{cases} F(x_1, x_2, x_3) = 0 \\ F(x_2, x_3, x_4) = 0 \\ F(x_3, x_4, x_5) = 0 \\ \dots \\ F(x_8, x_9, x_{10}) = 0 \end{cases}$$

Дополнительные условия

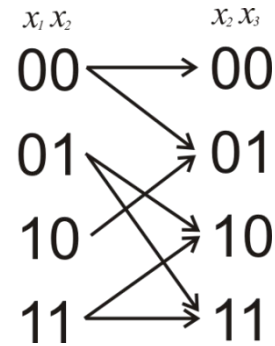
$$\begin{cases} (x_1 \rightarrow x_2) + (x_1 \rightarrow x_3) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_3) + (x_2 \rightarrow x_4) = 1 \\ \dots \\ (x_8 \rightarrow x_9) + (x_8 \rightarrow x_{10}) = 1 \\ x_1 \equiv 0 \end{cases}$$



Пара	Количество пар								
	x_1, x_2	x_2, x_3	x_3, x_4	x_4, x_5	x_5, x_6	x_6, x_7	x_7, x_8	x_8, x_9	x_9, x_{10}
00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	1	2	3	5	8	13	21	34
10	0	1	2	4	7	12	20	33	54
11	0	1	2	4	7	12	20	33	54

Дополнительные условия

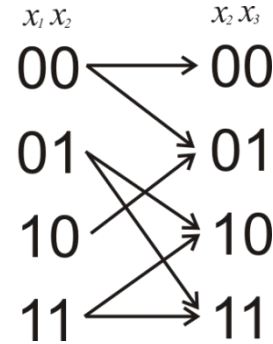
$$\begin{cases} (x_1 \rightarrow x_2) + (x_1 \rightarrow x_3) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_3) + (x_2 \rightarrow x_4) = 1 \\ \dots \\ (x_8 \rightarrow x_9) + (x_8 \rightarrow x_{10}) = 1 \\ x_5 \oplus x_6 = 1 \end{cases}$$



Пара	Количество пар								
	x_1, x_2	x_2, x_3	x_3, x_4	x_4, x_5	x_5, x_6	x_6, x_7	x_7, x_8	x_8, x_9	x_9, x_{10}
00	1	1	1	1	0	0	0	0	0
01	1	2	3	5	8	12	8	20	28
10	1	2	4	7	12	8	20	28	48
11	1	2	4	7	0	8	20	28	48

Дополнительные условия

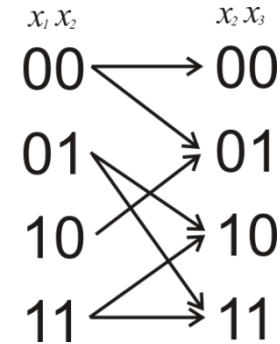
$$\begin{cases} (x_1 \rightarrow x_2) + (x_1 \rightarrow x_3) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_3) + (x_2 \rightarrow x_4) = 1 \\ \dots \\ (x_8 \rightarrow x_9) + (x_8 \rightarrow x_{10}) = 1 \\ x_9 = 0 \end{cases}$$



Пара	Количество пар								
	x_1, x_2	x_2, x_3	x_3, x_4	x_4, x_5	x_5, x_6	x_6, x_7	x_7, x_8	x_8, x_9	x_9, x_{10}
00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	2	3	5	8	13	21	0	55
10	1	2	4	7	12	20	33	54	0
11	1	2	4	7	12	20	33	0	0

Дополнительные условия

$$\left\{ \begin{array}{l} (x_1 \rightarrow x_2) + (x_1 \rightarrow x_3) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_3) + (x_2 \rightarrow x_4) = 1 \\ \dots \\ (x_8 \rightarrow x_9) + (x_8 \rightarrow x_{10}) = 1 \\ x_1 \equiv x_5 \end{array} \right. \quad x_1 = 0 \text{ и } x_5 = 0$$



Пара	Количество пар								
	x_1, x_2	x_2, x_3	x_3, x_4	x_4, x_5	x_5, x_6	x_6, x_7	x_7, x_8	x_8, x_9	x_9, x_{10}
00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	1	2	0	5	1	6	7	13
10	0	1	2	4	0	5	6	12	19
11	0	1	2	0	0	5	6	12	19

Дополнительные условия

$$\left\{ \begin{array}{l} (x_1 \rightarrow x_2) + (x_1 \rightarrow x_3) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_3) + (x_2 \rightarrow x_4) = 1 \\ \dots \\ (x_8 \rightarrow x_9) + (x_8 \rightarrow x_{10}) = 1 \\ x_1 \equiv x_5 \end{array} \right. \begin{array}{l} x_1 = 0 \text{ и } x_5 = 0 \\ x_1 = 1 \text{ и } x_5 = 1 \end{array} \begin{array}{l} 52 \\ 65 \end{array} \text{ решения}$$

Ответ: 117 решений

Пара	Количество пар								
	x_1, x_2	x_2, x_3	x_3, x_4	x_4, x_5	x_5, x_6	x_6, x_7	x_7, x_8	x_8, x_9	x_9, x_{10}
00	0	0	0	0	0	0	0	0	0
01	0	1	1	2	0	5	5	10	15
10	1	1	2	0	5	5	10	15	25
11	1	1	2	3	5	5	10	15	25

65

Задания для тренировки

Задание 4.

$$\begin{cases} (x_1 \rightarrow x_2) + (x_2 \cdot x_3) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_3) + (x_3 \cdot x_4) = 1 \\ (x_3 \rightarrow x_4) + (x_4 \cdot x_5) = 1 \\ \dots \\ (x_8 \rightarrow x_9) + (x_9 \cdot x_{10}) = 1 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

Задание 5.

$$\begin{cases} (x_1 \rightarrow x_2) + (x_2 \cdot x_3) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_3) + (x_3 \cdot x_4) = 1 \\ (x_3 \rightarrow x_4) + (x_4 \cdot x_5) = 1 \\ \dots \\ (x_8 \rightarrow x_9) + (x_9 \cdot x_{10}) = 1 \\ x_6 \equiv x_7 = 1 \end{cases}$$

Задание 6*.

$$\begin{cases} (x_1 \rightarrow x_2) + (x_2 \cdot x_3) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_3) + (x_3 \cdot x_4) = 0 \\ (x_3 \rightarrow x_4) + (x_4 \cdot x_5) = 1 \\ \dots \\ (x_8 \rightarrow x_9) + (x_9 \cdot x_{10}) = 0 \end{cases}$$