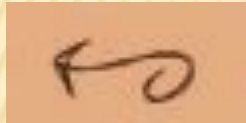




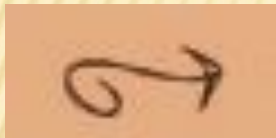
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ



ПРАВИЛА ПОЛЬЗОВАНИЯ ПРЕЗЕНТАЦИЕЙ



Возврат к предыдущему



слайду
Переход к

следующему слайду

Подчёркну
тое слово

Гиперссылка



Выход в
содержание

СОДЕРЖАНИЕ

- Предисловие
- Что такое логика?
 - История изучения
 - Высказывания
- Алгебра логики
 - Действия над высказываниями
 - Приоритет выполнения операций
 - Законы алгебры логики
- Примеры решения задач
- Предикаты
- Заключение

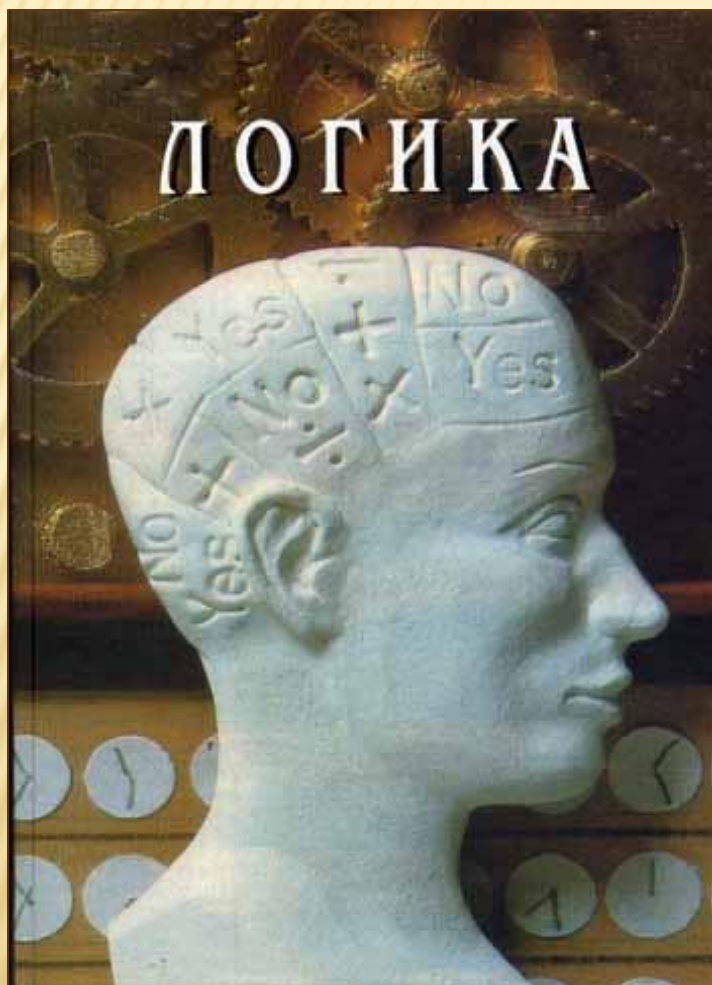


ПРЕДИСЛОВИЕ

В повседневной жизни мы часто сталкиваемся с ситуациями, когда не знаем, как прийти к выводу из предпосылок и получить истинное знание о предмете размышления. Логика служит одним из инструментов почти любой науки. Применив школьный курс математики

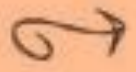
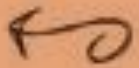


ПРЕДМЕТ ЛОГИКИ



Логика
(др.-греч. «λογική» — «искусство рассуждения») — наука, изучающая законы и формы мышления.

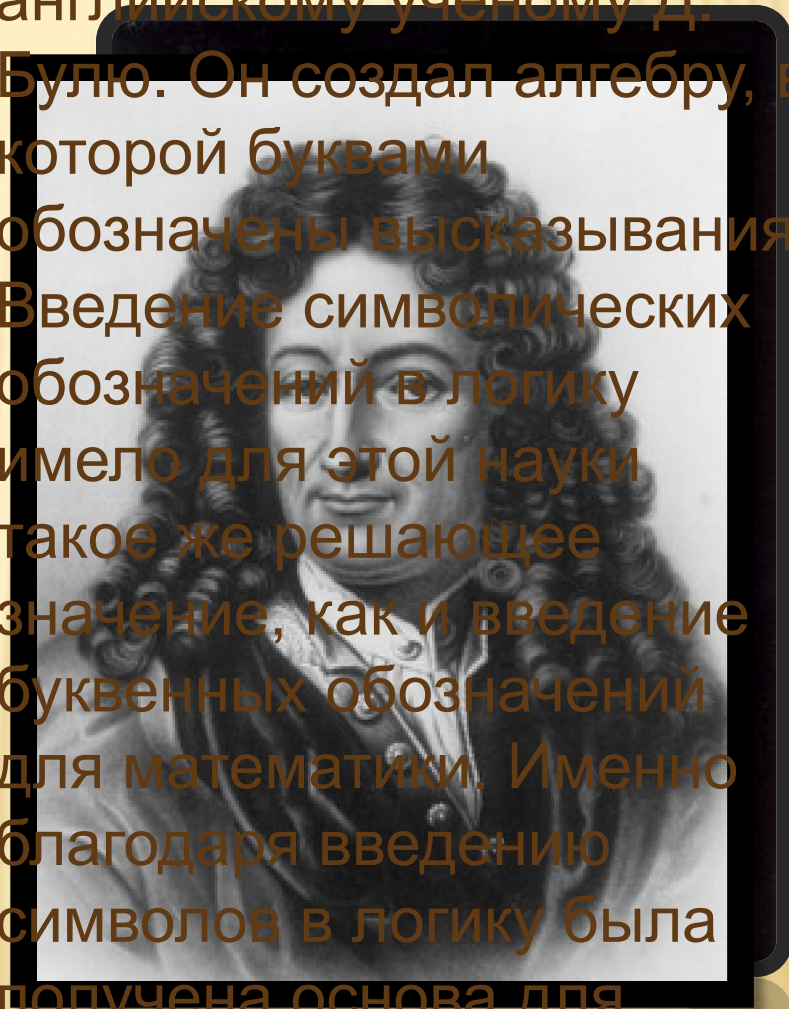
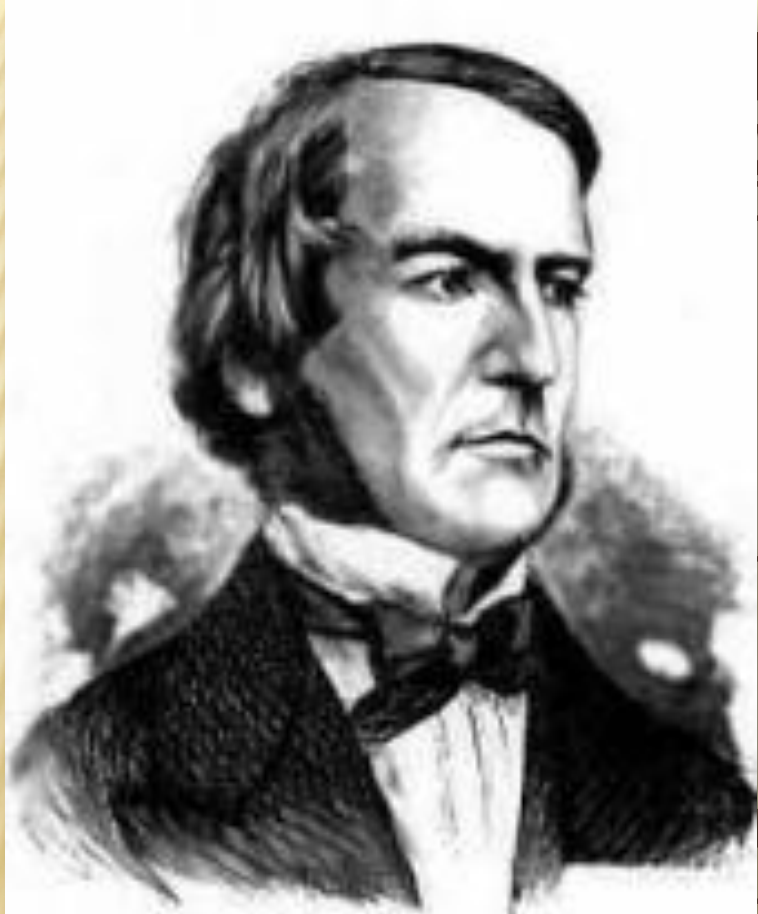




Как самостоятельная
 Впервые в истории идеи
 наука логика
 о построении логики на
 оформилась в трудах

ИСТОРИЯ

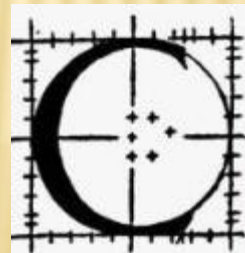
Реализация идеи
 Лейбница принадлежит
 английскому учёному Д.
 Булю. Он создал алгебру, в
 которой буквами
 обозначены высказывания.
 Введение символических
 обозначений в логику
 имело для этой науки
 такое же решающее
 значение, как и введение
 буквенных обозначений
 для математики. Именно
 благодаря введению
 символов в логику была
 получена основа для
 создания новой науки –
 МАТЕМАТИЧЕСКОЙ



правилам. Это позволит
 Аристотелевой
 всякое рассуждение
 логикой.

ВЫСКАЗЫВАНИЯ

- Понятие высказывания является исходным понятием математической логики.
- Высказывание – утвердительное предложение, относительно которого можно сказать истинно оно или ложно.
- Обычно высказывания обозначаются заглавными латинскими буквами, а само предложение заключается в фигурные скобки.



АЛГЕБРА ВЫСКАЗЫВАНИЙ

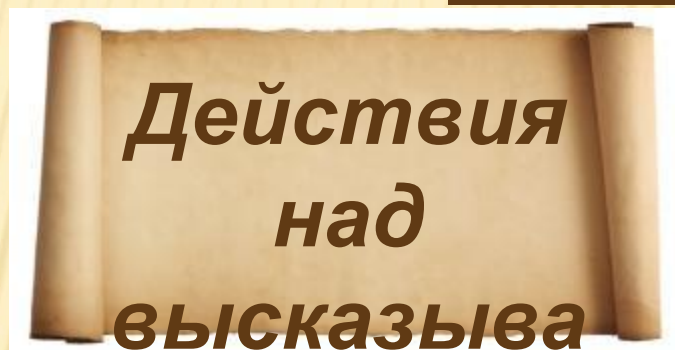
Отрицани

е

Строгая

дизъюнкция

Дизъюн
кция



Эквивал
енция

Конъюнк
ция

ниями

Имплик
ация



ПРИОРИТЕТ ВЫПОЛНЕНИЯ ОПЕРАЦИЙ

$$A \overset{4}{\vee} (B \overset{1}{\sim} C) \overset{3}{\wedge} \bar{A} \overset{2}{\rightarrow} (B \overset{5}{\vee} C) \overset{1}{}$$

1. Действия в скобках
2. Импликация
3. Отрицан
4. Конъюнк
5. Дизъюнкция, эквиваленция, строгая дизъюнкция



ЗАКОНЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ



Коммутативность
 $A \vee B = B \vee A$
 $A \wedge B = B \wedge A$

Ассоциативность
 $A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$
 $A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C$

Дистрибутивно
 $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
 $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

Законы де Моргана
 $\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$
 $\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$



ЗАКОНЫ АЛГЕБРЫ

ЛОГИКИ

$$1. \overline{\overline{A}} = A$$

$$2. A \vee A = A$$

$$3. A \wedge A = A$$

$$4. A \vee \overline{A} = I$$

$$5. A \vee (A \wedge \overline{A}) = A$$

$$6. A \wedge (A \vee \overline{A}) = A$$

$$7. \overline{\overline{I}} = I$$

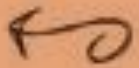
$$8. A \vee L = A$$

$$9. A \wedge L = A$$

$$10. A \wedge \overline{A} = L$$

I – тождественно-истинное
высказывание

L – тождественно-ложное



ОТРИЦАНИЕ

Отрицанием высказывания A называется такое высказывание, что B ложно, когда A истинно и B истинно, а A ложно.

A	\bar{A}
И	Л
Л	И



ДИЗЪЮНКЦИЯ

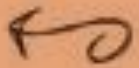
Дизъюнкцией высказываний А и В называется такое

A	B	A∨B
и	и	и
и	л	и
л	и	и
л	л	л



$A \equiv \{ \text{Луна - спутник} \}$
 $B \equiv \{ \text{Земли} \}$
 $A \vee B \equiv \{ \text{Солнце-спутник Земли} \}$
или
 $\{ \text{Луна - спутник Земли} \}$
или
 $\{ \text{Солнце - спутник Земли} \}$





ИМПЛИКАЦИЯ

Импликацией высказываний A и B называется такое высказывание $A \rightarrow B$, ложное лишь в том случае, когда высказывание A – истинное и B

A	B	$A \rightarrow B$
и	и	и
и	л	л
л	и	и
л	л	и



$A \equiv \{\text{Лето жаркое}\},$

$B \equiv \{\text{Зима будет холодной}\}$

$A \rightarrow B \equiv \{\text{Если лето жаркое, то зима будет холодной.}\}$



КОНЪЮНКЦИЯ

Конъюнкцией высказываний А и В называется такое высказывание $A \wedge B$, истинное лишь в том случае, если оба высказывания истинны

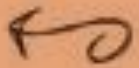
A	B	$A \wedge B$
и	и	и
и	л	л
л	и	л
л	л	л



$A \equiv \{ \text{Наталья учится в 11 а классе} \}$ $B \equiv \{ \text{Людмила учится в 11 а классе} \}$

$A \wedge B \equiv \{ \text{Наталья и Людмила учатся вместе в 11 а классе} \}$





ЭКВИВАЛЕНЦИЯ

Эквиваленцией высказываний А и В называется такое высказывание $A \sim B$, истинное когда А и В – оба истинные или оба ложные.

A	B	$A \sim B$
и	и	и
и	л	л
л	и	л
л	л	и

$A = \{\text{убийство раскрыто}\}$
 $B = \{\text{Есть свидетели}\}$

Для того чтобы раскрыть убийство необходимо и достаточно найти свидетелей.



СТРОГАЯ ДИЗЪЮНКЦИЯ

Строгой дизъюнкцией высказываний A и B называют высказывание $A \oplus B$, истинное лишь в случаях, когда A – истинное и B – ложное высказывание или A – ложное и B – истинное высказывание.

A	B	$A \oplus B$
и	и	л
и	л	и
л	и	и
л	л	л

$A \equiv \{\text{Сейчас Ксюша в Москве}\}$

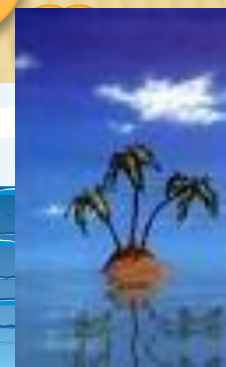
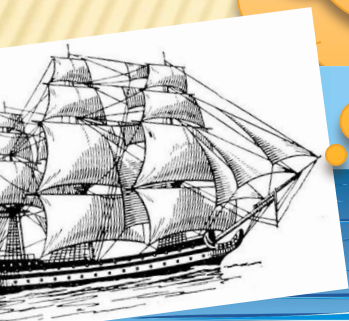


$B \equiv \{\text{Сейчас Ксюша в Лондоне}\}$



Вы готовы
дети?

Так точно,
капитан!



Согласно инструкции я должен находиться на судне всегда, за исключением случаев, когда с судна выгружают груз, если же груз не выгружают, то рулевой никогда не отсутствует, если не отсутствую и я. В каких случаях рулевой обязан



РАЗГАДАЛИ? ДАВАЙТЕ ПРОВЕРИМ

Пусть $A \equiv \{\text{Капитан присутствует на судне}\}$,
 $B \equiv \{\text{С судна выгружают груз}\}$,
— $C \equiv \{\text{Рулевой присутствует на судне}\}$,



тогда

$(\bar{B} \rightarrow A)$ и $(B \rightarrow (A \rightarrow C))$ — истинные
высказывания.

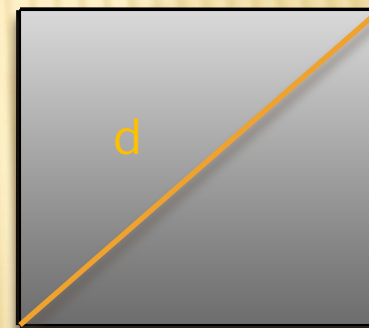
Конъюнкция истинных высказываний
истинна, т.е.

$$\begin{aligned} (B \rightarrow A) \wedge (B \rightarrow (A \rightarrow C)) &= (B \vee A)(B \rightarrow (A \vee C)) = \\ &= (B \vee A)(B \vee (A \vee C)) = B \vee A(A \vee C) = B \vee A \vee AC = \\ &= B \vee AC = B \rightarrow AC. \end{aligned}$$



Утверждение, **ПРЕДИКАТЫ**

зависящее от
переменной, заданной
на определенном
множестве и
обращающееся в
верное высказывание
при конкретном
значении переменной,
называется
неопределенным
высказыванием или
предикатом.



$$A(x) \equiv \{d=x+34\}$$



←

МНОЖЕСТВОМ
ИСТИННОСТИ
предиката $P(x)$,
заданного на
множестве M ,
называют
множество таких
значений x , при
которых
высказывание P
(x) истинно.



→

$A \equiv \{\text{Город } X \text{ находится в}\br/> \text{Российской Федерации}\}$



■ -города Российской
Федерации.



ПРЕДИКАТ

Ы

Для предикатов характерны те же действия, что и для высказываний, а именно:

■ Конъюнкция

■ Дизъюнкция

■ Импликация

■ Эквиваленция и

К примеру, система уравнений есть

$$\begin{cases} P1(x)=x-1=5; \\ P2(x)=x^2=36; \\ P1(x) \wedge P2(x)=6; \\ (x-1=5) \wedge (x^2=36); \\ (x=6) \wedge ((x=-6) \vee (x=6)); \end{cases}$$

Х= Ответ: {6}

$$x=-6;$$

$$x=6;$$

$$x=6$$



КВАНТОРЫ

Одним из способов получения высказываний из предикатов является навешивание кванторов. Для этого перед предикатом пишут кванторы – слова, описывающие его множество истинности.

∀

Квантор
всеобщно
сти

∃

Квантор
существования



КВАНТОР СУЩЕСТВОВАНИЯ « ∃»

Квантор существования — это символ, обозначающий единственное существование и



«существует» или
Из предиката {Ученик X
для **НЕКОТОРОГО** X

математике на 100

баллов} получают
{Найдется такой ученик

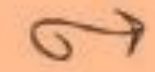
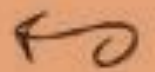
высказывание:
Лицея №1, который

сдаст ЕГЭ по

математике на 100

баллов}



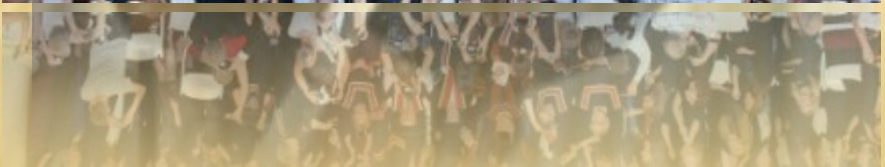


КВАНТОР ВСЕОБЩНОСТИ « \forall »

Квантор всеобщности — это символ, обозначающий всеобщность и читается как «для любого» или «для всех».

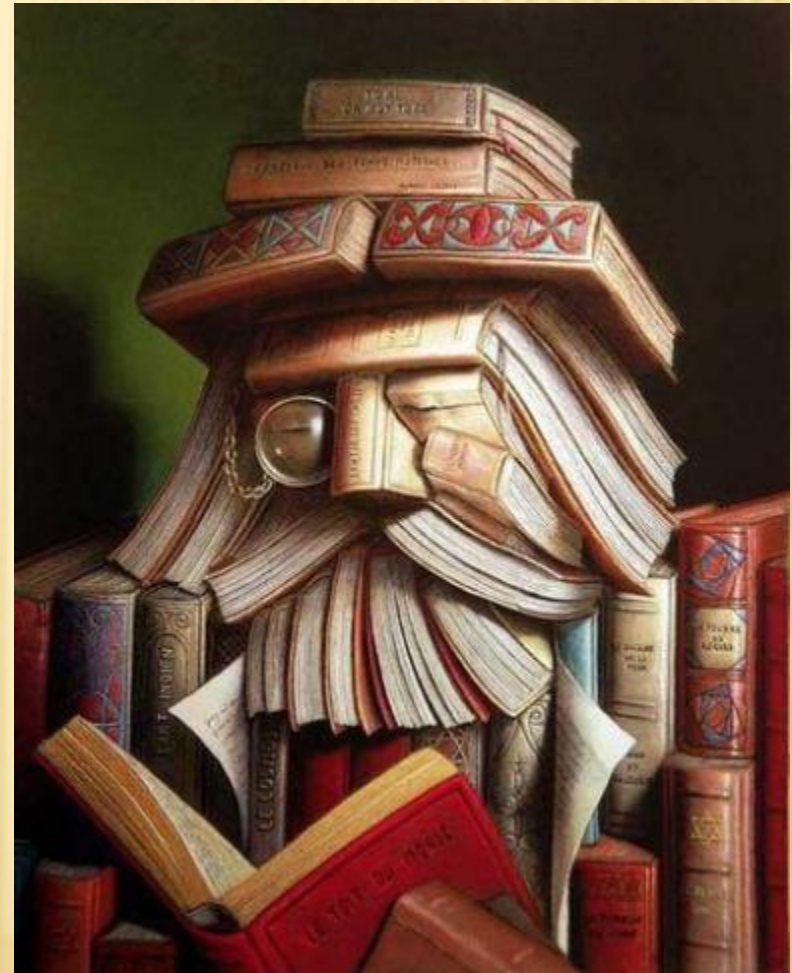


Из предиката {Ученик X
Лицея №1 сдал ЕГЭ по
математике на 100 баллов
} получаются
{Все ученики Лицея №1
высказывание:
сдали ЕГЭ по математике
на 100 баллов}



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, мы познакомились с основными понятиями алгебры логики, научились выполнять операции с высказываниями, определенными и неопределёнными. Надеемся, эта презентация поможет



ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- Шабунин М.И. *Математика.*
 - *Алгебра. Начала анализа.*
- <http://ru.wikipedia.org>



5

Работу
выполнили
Ученицы 11 А
класса:
Баженова
Наталья
Луценко Ксения
Масленникова
Людмила

Под
руководством
учителя
математики
Мигунова
Фёдора
Юрьевича