

Средняя общеобразовательная школа при Посольстве России в Эфиопии

Математические чудеса и тайны

Автор: Иванников Никита, ученик 6 класса.

Руководитель: Комаров Владимир Михайлович, учитель математики.

Консультант: Комарова Надежда Моисеевна, учитель математики, заместитель директора школы по учебно-воспитательной работе, Заслуженный Учитель РФ.

Аддис-Абеба
2009

A stylized silhouette of a mountain range with jagged peaks, rendered in shades of brown and tan, positioned at the bottom of the page against a blue gradient background.

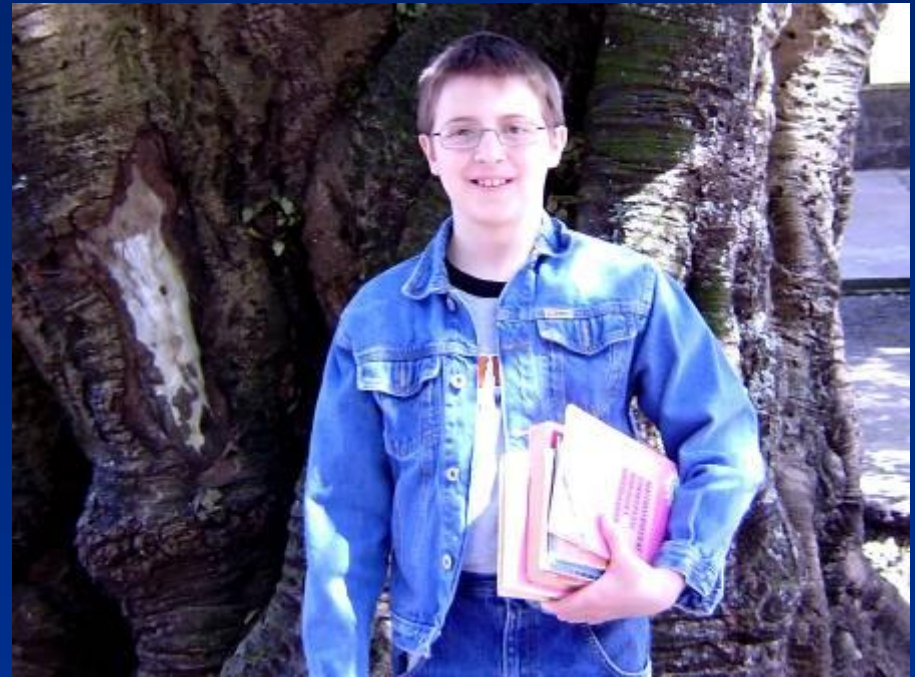
Содержание

1. математика и моя семья

2. Мои любимые задачи

3. Ответы и решения

4. Используемая литература



Математика и моя семья



Сколько фотографий?

В нашей семье шесть человек: мама, папа, я и мои братья Гриша, Захар и Макар. Сколько получится различных фотографий, если мы встанем в один ряд и будем меняться местами?

А сколько будет фотографий, если мама возьмет Макара на руки? Сколько времени займет фотографирование, если мы будем перестраиваться за 1 секунду?





С НОВЫМ ГОДОМ!



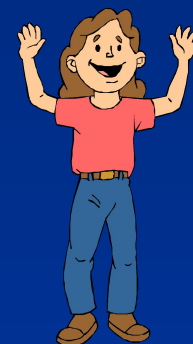
Сколько подарков?

На Новый год мы делаем друг другу подарки и обмениваемся рукопожатиями. Сколько будет подарков? А сколько рукопожатий?

Сколько хороводов?

Мы водим хоровод вокруг елки. Сколько различных «хороводов» можно составить из членов нашей семьи? А сколько получится «хороводов», если каждый окажется рядом с остальными только один раз? Возможно ли это?

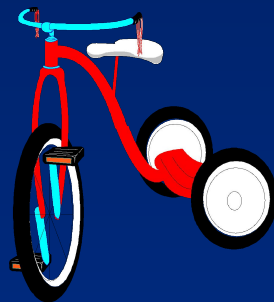
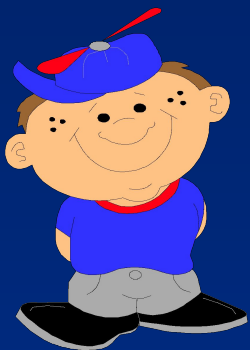




Сколько лет братьям?

Гриша младше меня на четыре года,
Захар в четыре раза старше Макара и на
три года младше Гриши. Сколько лет
каждому из нас, если вместе нам 23
года?





Сколько велосипедов?

У ребят нашего дома двухколесные и трехколесные велосипеды. Сколько двухколесных и сколько трехколесных велосипедов, если у них 7 рулей и 18 колес?



Мои любимые задачи

Сколько яиц в лукошке?

Задача 1.

Пришел крестьянин на базар и принес лукошко яиц. Торговцы его спросили: «Много ли у тебя в том лукошке яиц?» Крестьянин молвил им так: «Я всего не помню на перечень, сколько в том лукошке яиц. Только помню, перекладывал я те яйца в лукошко по 2 яйца, то одно яйцо лишнее осталось на земле; и я клал в лукошко по 3 яйца, то одно же яйцо осталось; и я клал по 4 яйца, то одно же яйцо осталось; и я клал по 5 яиц, то одно же яйцо осталось; и я их клал по 6 яиц, то одно же яйцо осталось; и я их клал по 7 яиц, то ни одного не осталось. Сочти мне сколько в том лукошке яиц было?»



Задачи на взвешивания



Задача 2.

Из девяти монет одна фальшивая – она легче остальных. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь можно определить фальшивую монету?

Задача 3.

Имеется 10 мешков с монетами, в девяти из них настоящие монеты по 10 г каждая, а в одном фальшивые монеты по 9 г каждая. Есть весы, показывающие общий вес положенных на них монет. Как одним взвешиванием обнаружить мешок с фальшивыми монетами?



Логические задачи

Задача 4.

Крестьянин должен перевезти через реку волка, козу и капусту. Лодка так мала, что в ней, кроме крестьянина, может поместиться только один волк, или только одна коза, или только капуста. Как ему поступить, чтобы во время переправы волк не съел козу, а коза не съела капусту? Считается, что в присутствии крестьянина волк не съест козу, а коза не съест капусту.



Задача 5.

Некий путешественник в ожидании денежного перевода должен был на неделю поселиться в гостинице. Он договорился с хозяином, что заплатит ему за постой серебряной цепочкой из семи звеньев. Хозяин был большим любителем головоломок, и поставил условие: за каждый день постоялец должен платить ровно по одному звену, разрезав при этом не более одного звена цепочки. Как путешественник расплачивался с хозяином гостиницы?



Задача 6.

Старый гном разложил свои сокровища в 3 цветных сундука, стоящих у стены:
в один – драгоценные камни, в другой – золотые монеты, а в третий – магические книги. Он помнит, что:

- красный сундук правее, чем драгоценные камни;
- магические книги правее, чем красный сундук;
- зеленый сундук стоит левее, чем синий.

В каком сундуке магические книги?



Задача 7.

Встретились три подруги
Белова, Краснова и Чернова.
На одной из них было
черное платье, на другой –
красное, на третьей – белое.
Девочка в белом платье
говорит Черновой: «Нам надо
поменяться платьями, а то у
всех троих цвет платьев не
соответствует фамилиям».
Кто в какое платье был одет?



Переливания



Задача 8.

Хозяин имеет три бочки А, В и С. Бочка А наполнена квасом, бочки В и С – пустые. Если квасом из бочки А наполнить бочку В, то в бочке А останется $\frac{2}{5}$ ее содержимого. Если же квасом из бочки А наполнить бочку С, то в бочке А останется $\frac{5}{9}$ ее содержимого. Чтобы наполнить обе бочки В и С, надо взять содержимое бочки А и добавить еще 4 ведра кваса.

Сколько ведер кваса вмещает каждая бочка?

Задача 9

Из ведра, содержащего 5 литров воды, отливают 1 литр, а затем в ведро вливают 1 литр сока. Перемешав все это, из ведра отливают 1 литр смеси, затем в ведро опять вливают 1 литр сока. Опять перемешивают, отливают 1 литр смеси и вливают 1 литр сока.

Сколько в ведре останется после этого воды?



ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

Математика и моя семья



Сколько фотографий?

а) первое место слева на фото может занять любой из шести членов семьи, второе место – любой из пяти остальных, таким образом, существует $6 \cdot 5 = 30$ возможностей занять первое и второе места. Чтобы оказаться на третьем месте – 4 возможности и так далее. Всего фотографий $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$;
б) $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$; в) $720с = 2$ часа.

Сколько подарков?

Каждый из шестерых делает подарок пятерым. Всего 30 подарков. Рукопожатий – 15.

Сколько хороводов?

а) 720; б) можно образовать два хоровода, в которых некоторые встречается с остальными только 1 раз, но при этом не встретятся пары 1-3, 2-5, 4-6 (см. рисунок) Третий хоровод, удовлетворяющий условию задачи, образовать не удастся.



Сколько лет братьям?

Пусть мой возраст x лет, тогда возраст остальных моих братьев находится из уравнения:

$$X + (x - 4) + (x - 4 - 3) + 0,25(x - 4 - 3) = 23; x = 11.$$

Сколько велосипедов?

Поставим трехколесные велосипеды на два задних колеса, тогда на земле будут находиться 14 колес (всего велосипедов 7), а 4 колеса подняты над землей, они принадлежат трехколесным велосипедам. Трехколесных велосипедов – 4, двухколесных – 3.



Мои любимые задачи

Задача 1. Найдем сначала число, которое делится на 2, на 3, на 4, на 5 и на 6 без остатка – это НОК(2,3,4,5,6) = 60. Запишем несколько кратных числа 60:

120, 180, 240, 300, 360,... и рассмотрим числа, большие них на 1:

121, 181, 241, 301, 361,... Эти числа при делении на 2, 3, 4, 5 и 6 дают остаток 1.

Найдем среди них числа, кратные 7. Первое такое число 301, потом – 721 и т. д.

Задача 2. Разделим монеты на три кучки по три в каждой. Положим на чашки весов любые две кучки. Если весы находятся в равновесии, то фальшивая монета в третьей кучке. Возьмем любые две монеты из этой кучки и положим на чашки весов. Если весы в равновесии, то оставшаяся монета фальшивая, а если... продолжите решение самостоятельно.

Задача 3. Возьмем из первого мешка 1 монету, из второго – 2, из третьего – 3...

... из 10 – 10 монет. Если бы все монеты были настоящие, то масса монет, взятых указанным способом, была бы равна $10 + 20 + \dots + 90 + 100 = (10 + 100) \cdot 5 = 550(\text{г})$

Если фальшивые монеты находятся в первом мешке, то общая масса монет на весах будет на 1г меньше, т. е. $550 - 1$, если фальшивые монеты находятся во втором мешке, то масса монет будет $550 - 2$, в третьем, то – $550 - 3$ грамма и т. д.

Задача 4. Крестьянин перевозит сначала козу, затем – волка, а козу забирает с собой, потом капусту, оставив козу одну на берегу и, оставив капусту с волком, возвращается за козой.

Задача 5. Нужно разрезать третье звено цепочки и отдать его в оплату первого дня, во второй день отдать два звена, а разрезанное получить как сдачу и т. д.

Задача 6. Магические книги – в синем.



Задача 7. Краснова – в белом.

Задача 8. Пусть в первой бочке А ведер кваса, во вторую помещается В ведер, а в третью – С ведер, тогда $B = 3/5A$, $C = 4/9A$.

Из условия следует, что $B + C = A + 4$ ведра или $B + C = (3/5 + 4/9)A = 47/45A = A + 2/45A$, тогда $4 \text{ ведра} = 2/45A$, $A = 90$ ведер. $B = 54$ ведра, $C = 40$ ведер.

Задача 9. После доливания 1литра сока получилась смесь. В 1 литре смеси содержится $1/5$ часть всей воды, т. е. $1/5$ от 4 литров, что составляет $4/5\text{л} = 0,8\text{л}$.

$4\text{л} - 0,8\text{л} = 3,2\text{л}$ – осталось воды после второго переливания.

$1/5$ от $3,2\text{л}$ есть $0,64\text{л}$. $3,2 - 0,64 = 2,56(\text{л})$ – осталось воды после третьего переливания.

Используемая литература

- Кенгуру. Задачи международного конкурса-игры. Выпуск 5. – Санкт-Петербург, 2000 г.
- LXV московская математическая олимпиада. – Москва, 2002 г.
- Игнатъев Е.И. В царстве смекалки. – Москва, «Наука», главная редакция физико-математической литературы, 1978 г.
- Нагибин Ф.Ф., Канин Е.С. Математическая шкатулка. – Москва, «Просвещение», 1988 г.
- Бабинская И.Л. Задачи математических олимпиад. – Москва, «Наука», главная редакция физико-математической литературы, 1978 г.
- Коваль С. От развлечения к знаниям. – Wydawnictwa naukowo-techniczne, Warszawa, 1975.
- Шарыгин И.Ф., Шевкин А.В. Задачи на смекалку. – Москва, «Просвещение», 2000 г.
- Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В., Потапов М.К. Старинные Занимательные задачи. – Москва, АО «Столетие», 1994 г.

