

Математические методы. Практика 2

Александр Андреевич Лепехин

a.lepekhin@dialogit.ru

Высшая школа технологий управления
бизнесом

Пример построения математической модели

Задача о минимизации

Пример

- ▶ На фабрике офсетной печати на трех красочно-печатных машинах необходимо отпечатать три вида коробок для упаковки подарков: вид А в количестве 20 тысяч штук, вид В в количестве 12 тысяч штук, вид С в количестве 16 тысяч штук. Производительность каждой машины по каждому виду коробок приведена в таблице. Фонд времени работы одинаков для каждой машины и равен 120 часам.

	I	II	III
Коробки вида А	210	250	310
Коробки вида В	230	150	220
Коробки вида С	200	170	0

- ▶ Сформулируйте задачу производственного планирования фабрики в виде задачи максимизации времени выпуска

Пример

▶ Определение переменных задачи

- ▶ Обозначим x_1 – количество времени (в часах), затраченное на изготовление коробок вида А, выпускаемое на I машине, x_2 – количество времени (в часах), затраченное на изготовление коробок вида В, выпускаемое на I машине, x_3 – количество времени (в часах), затраченное на изготовление коробок вида С, выпускаемое на I машине
- ▶ Обозначим x_4 – количество времени (в часах), затраченное на изготовление коробок вида А, выпускаемое на II машине, x_5 – количество времени (в часах), затраченное на изготовление коробок вида В, выпускаемое на II машине, x_6 – количество времени (в часах), затраченное на изготовление коробок вида С, выпускаемое на II машине
- ▶ Обозначим x_7 – количество времени (в часах), затраченное на изготовление коробок вида А, выпускаемое на III машине, x_8 – количество времени (в часах), затраченное на изготовление коробок вида В, выпускаемое на III машине, x_9 – количество времени (в часах), затраченное на изготовление коробок вида С, выпускаемое на III машине

Пример

- ▶ **Определение целевой функции**

- ▶ Обозначим целевую функцию $C(x) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 \rightarrow \min$

Записанная сумма – это весь фонд рабочего времени, израсходованный на изготовление всех видов коробок на трех машинах вместе.

Пример

▶ Формирование системы ограничений

▶ В данной задаче 2 типа ограничений: сбытовые (необходимо отпечатать 20 тысяч штук вида А, 12 тысяч штук вида В и 16 тысяч штук вида С) и производственные (ограниченный фонд времени работы для каждой машины)

▶ Сбытовые ограничения:

$$210x_1 + 250x_4 + 310x_7 = 20000$$

$$230x_2 + 150x_5 + 220x_8 = 12000$$

$$200x_3 + 170x_6 = 16000$$

Выражение 1 – общее количество коробок вида А, которое производится на всех трех машинах

Выражение 2 – количество В

Выражение 3 – количество С

Пример

- ▶ **Формирование системы ограничений**
- ▶ Производственные ограничения:

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 120$$

$$x_4 + x_5 + x_6 \leq 120$$

$$x_7 + x_8 \leq 120$$

Выражение 1 – общее количество часов, израсходованное на изготовление коробок всех видов на машине 1

Выражение 2 – на машине 2

Выражение 3 – на машине 3

Кроме того, все переменные должны быть НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ (так как количество часов, затраченных на изготовление коробок различных видов на каждой из машин не может быть меньше 0)

Пример

- ▶ **Итоговая модель?**

Линейные оптимизационные задачи

В данном курсе рассматриваются оптимизационные задачи, решение которых максимизирует или минимизирует определенную в условии задачи величину. К оптимизационным задачам также относятся те, которые стремятся достигнуть в целевой функции конкретное числовое значение.

Задача нахождения плана производства

- ▶ Фирма в рассматриваемом расчетном периоде (день, неделя, год и т д) выпускает два вида продукции П1 и П2, используя при этом три вида ресурсов Р1, Р2, Р3. Нормы расхода ресурсов на единицу продукции приведены в таблице

	Продукция 1	Продукция 2
Ресурс 1	2	7
Ресурс 2	3	1
Ресурс 3	4	8

Чтобы произвести единицу продукции 1, будут израсходованы две единицы ресурса 1, три единицы ресурса 2 и четыре единицы ресурса 3

Чтобы произвести единицу продукции 2, будут израсходованы семь единиц ресурса 1, одна единица ресурса 2 и восемь единиц ресурса 3

Задача нахождения плана производства

- ▶ На складе имеется запас ресурсов: 27 единиц ресурса 1, 15 единиц ресурса 2 и 39 единиц ресурса 3
- ▶ Цель планирования: выяснить каков должен быть объём производства (количество продукции каждого вида), чтобы в стоимостном выражении быть максимальным и при этом не выйти за ограничения задачи, если известно, что стоимость одной единицы продукции 1 составляет 30, а стоимость единицы продукции 2 составляет 43 денежных единицы.

Задача нахождения плана производства

- ▶ Обозначим переменные: x_1 - количество продукции 1, а x_2 - количество продукции 2.
- ▶ Математическая модель задачи:

$$C(x) = 30x_1 + 43x_2 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 \leq 27 \\ 3x_1 + 1x_2 \leq 15 \\ 4x_1 + 8x_2 \leq 39 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Задача о портфеле ценных бумаг

- ▶ Инвестор собирается распределить капитал по нескольким проектам, у которых известны ожидаемые доходности. Пусть инвестор рассматривает три актива с доходностями 7%, 13% и 15% соответственно. В каждый из активов инвестор может вложить не более 35% от всех денежных средств. При этом в первый и второй актив он может вложить не более 60% от всех средств, а во второй и третий не менее 40%. Требуется определить такое распределение денежных средств, при котором суммарная доходность портфеля ценных бумаг будет максимальной.

Домашнее задание №1

1. Построить математическую модель задачи о портфеле ценных бумаг и расписать ее построение **подробно**:

- ▶ Определение переменных
- ▶ Определение целевой функции с пояснениями
- ▶ Определение ограничений
- ▶ Пояснение каждого ограничения
- ▶ Итоговый вид математической модели

2. Придумать задачу нахождения плана производства по аналогии с разобранный (другой вид производства, другая продукция, другие ресурсы, другие параметры). Построить ее математическую модель с подробным описанием (см. пункт 1)

*Задачи оформляются в виде файла Word с титульным листом. Файлы высылаются на почту до начала следующего занятия.

Спасибо за внимание

Вопросы?