

**Математические модели,  
постановки задач,  
алгоритмы обучения,  
оценки решающих правил**

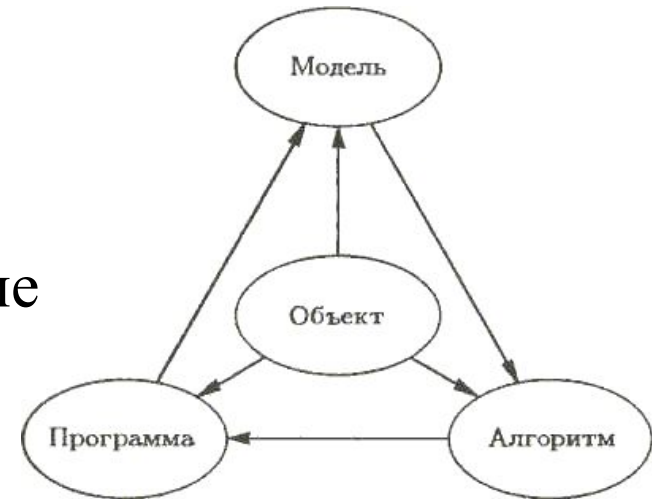




- ❖ Классификация моделей, прямая и обратная задачи, виды моделирования.
- ❖ Процесс моделирования, критерий выбора.
- ❖ Стандартные постановки основных задач индуктивного формирования баз знаний.
- ❖ Алгоритмы обучения классификации, их характеристики и способы сравнения.



**Математическая модель** – математическое представление реальности, один из вариантов модели, как системы, исследование которой позволяет получать информацию о некоторой другой системе.



- Замена объекта исследования его моделью
- Связь с реальностью – гипотезы, идеализация, упрощение
- Методы, как правило, описывают идеальный объект
- Универсальные модели разного уровня адекватности

# Классификация моделей



<b>Формальная классификация</b>	Линейные или нелинейные модели Сосредоточенные или распределенные системы Детерминированные или стохастические (вероятностные) Статические или динамические Дискретные или непрерывные Однородные или неоднородные
<b>По способу представления объекта</b>	Структурные и функциональные
<b>По степени формализации</b>	Содержательные и формальные
<b>Содержательная классификация моделей</b>	Гипотеза, феноменологическая модель, приближение, упрощение, эвристическая модель, аналогия, мысленный эксперимент, демонстрация возможности
<b>По наличию параметров</b>	Модели без параметров или модели с параметрами

# Прямая и обратная задачи математического моделирования



## Типы задач

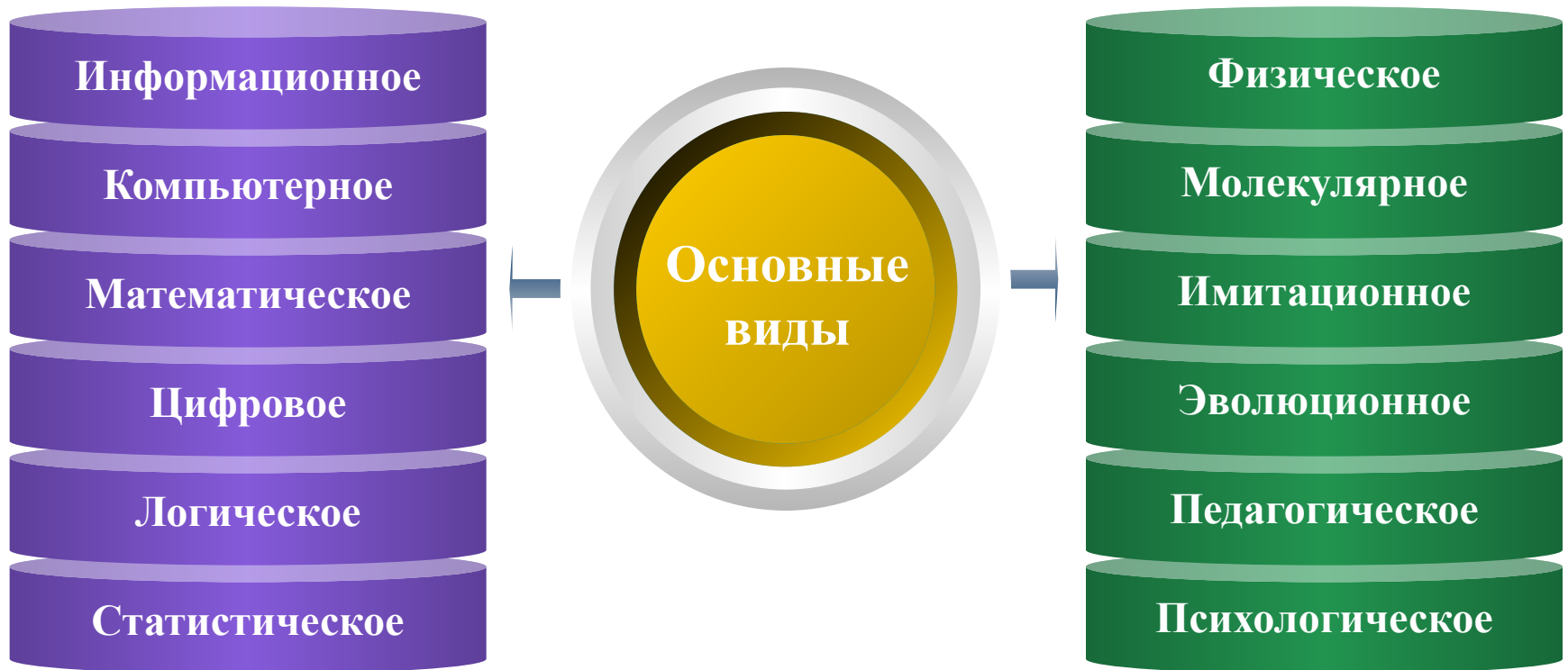
### Прямая задача.

Структура модели и все ее параметры считаются известными, главная задача – провести исследование модели для извлечения полезного знания об объекте.

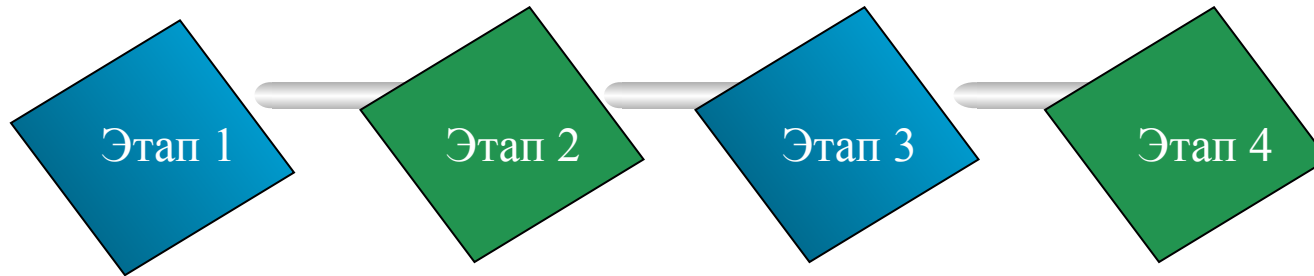
### Обратная задача.

Известно множество возможных моделей и нужно выбрать конкретную модель на основании некоторых данных об объекте. Чаще всего структура модели известна, и необходимо определить некоторые неизвестные параметры.

# Виды моделирования



# Процесс моделирования



Этап 1

Этап 2

Этап 3

Этап 4

Сбор знаний об объекте. Построение модели конкретной сложности. Решение вопроса о сходстве оригинала и модели.

Модель как объект исследования. Модельный эксперимент. Результат этапа – получение совокупности знаний о модели.

Формирование множества знаний. Корректировка знаний с учетом не учтенных в модели свойств оригинала.

Практическая проверка полученных с помощью модели знаний. Построение обобщающей теории объекта-оригинала.

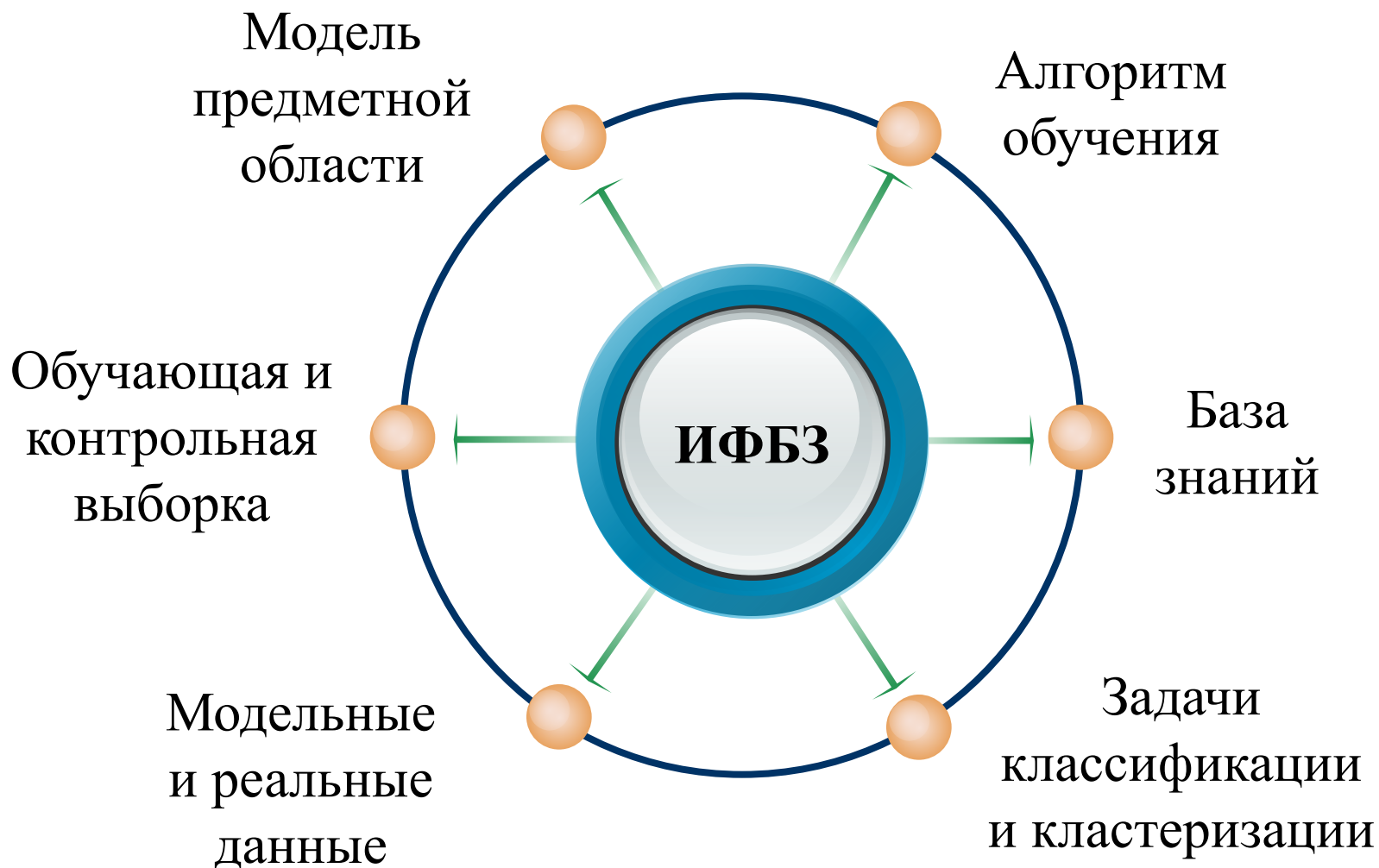


1. Внешние критерии:  
*адекватность, непротиворечивость, полнота, точность, универсальность*
2. Внутренние критерии:  
*сложность (количественная), интерпретируемость (качественная)*

Отбор признаков осуществляется по принципу их значимости с точки зрения удовлетворения критериям к выбору (построению) модели. Бывают случаи, когда объекты описываются временными рядами, сигналами, изображениями, видеорядами, текстами, попарными отношениями сходства или интенсивности взаимодействия.



# Индуктивное формирование баз знаний (ИФБЗ)



# Стандартные постановки основных задач ИФБЗ



Для некоторого множества моделей зависимости, к которому относится неизвестная зависимость между классами и объектами, **разработать алгоритм классификации**, который на основе описания объектов обучающей выборки **строит решающее правило**, вероятность правильной классификации которого любых новых объектов как можно выше.



Используя некоторую метрику, разработать алгоритм кластеризации, который на основе описания объектов обучающей выборки **разбивает обучающую выборку** на непересекающиеся подмножества, называемые кластерами, так, чтобы каждый кластер состоял из схожих объектов, а объекты разных кластеров существенно отличались, и **строит описания кластеров**, позволяющие относить к ним новые объекты.



*Учитель – либо сама обучающая выборка, либо тот, кто указал на объектах обучающей выборки их правильные классы.*

**Правильная  
классификаци  
я**

– если одним из классов объекта, выдаваемых решающим правилом, является правильный класс.

**Точная  
классификаци  
я**

– если решающее правило выдает для объекта единственный класс.

# Отличия задач классификации и кластеризации



Задача кластеризации отличается от задачи классификации тем, что в первом случае разбиение множества объектов на классы неизвестно, и поэтому для объектов обучающей выборки правильные классы не могут быть заданы.

Задача кластеризации сводится к разбиению обучающей выборки на непересекающиеся подмножества, называемые кластерами, так, чтобы каждый кластер состоял из схожих объектов, а объекты разных кластеров существенно отличались, а также к построению описания кластеров, позволяющим относить к этим кластерам новые объекты.



## Индуктивная база знаний

формирование



**Модель**



**Постановка  
задачи**



**Алгоритм  
обучения**



**Обучающая  
выборка**



Алгоритм классификации (алгоритм обучения классификации) – это **отображение, которое по обучающей выборке строит решающее правило.** Нужно построить такой алгоритм, вероятность правильной классификации которого новых объектов имеет возможно большее значение.

Поскольку задача поиска наибольшего значения для всех возможных алгоритмов классификации и обучающих выборок не имеет шансов быть решенной, как правило, рассматривается более конкретная постановка задачи классификации, например, задача чемпионата мира среди алгоритмов классификации.

# Задача чемпионата мира среди алгоритмов классификации (слабая)



Пусть имеются алгоритмы классификации  $L_{m_1}, \dots, L_{m_z}$ , для моделей  $m_1, \dots, m_z$  соответственно, и обучающая выборка  $t$ . Для модели  $m$  требуется построить такой алгоритм классификации  $L_m$ , что для заданной обучающей выборки  $t$  имеет место  $P(L_m(t)) > P(L_{m_1}(t)), \dots, P(L_m(t)) > P(L_{m_z}(t))$ .

В соответствии с этой постановкой задачи проводятся чемпионаты мира среди алгоритмов классификации ( $L_m$  считается победителем среди участников  $L_{m_1}, \dots, L_{m_z}$ ).

*Во многих работах предлагаемый алгоритм сравнивается таким способом с другими известными алгоритмами классификации.*

# Задача чемпионата мира среди алгоритмов классификации (сильная)



Если в постановке задачи рассматривается множество обучающих выборок  $t_1, \dots, t_v$ , то такую постановку можно назвать «сильной». В последнем случае алгоритм классификации  $L_m$  считается победителем среди участников  $L_{m_1}, \dots, L_{m_z}$ , если его вероятность правильной классификации превосходит вероятности других алгоритмов на всех обучающих выборках  $t_1, \dots, t_v$ .

*Сильная постановка задачи классификации поддерживается распределенной системой тестирования алгоритмов классификации «Полигон алгоритмов».*