Математические оптимизационные модели и методы на основе вариационного исчисления.

ПОДГОТОВИЛ: СТУДЕНТ ГР. ПИ 145-2 НАМ АЛЕКСЕЙ

Структура оптимизационной модели

- •целевая функция
- •критерий оптимальности
- •область допустимых решений и системы ограничений, определяющими эту область.

Целевая функция

Целевая функция в самом общем виде в свою очередь также состоит из трех элементов:

- управляемых переменных;
- •неуправляемых переменных;
- •формы функции (вида зависимости между ними).

Задача принятия решения

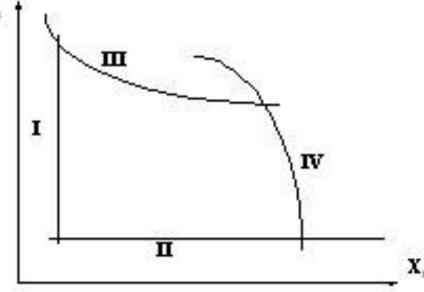
- •Задача принятия решения называется однокритериальной, если выбираемое решение служит достижению одной цели.
- Задачи принятия решений, удовлетворяющих нескольким целям, называются многокритериальными задачами

Область допустимых решений

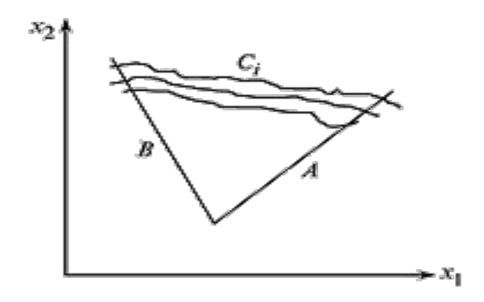
Область допустимых решений – это область, в пределах которой осуществляется выбор решений.

Если система ограничений несовместима, то область допустимых решений является пустой. Ограничения подразделяются ча-

а) линейные (I и II) и нелинейные (III и IV)



б) детерминированные (А,В) и стохастические (группы кривых Сі)

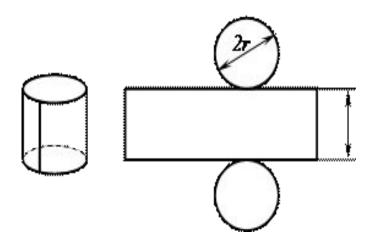


Стохастические ограничения являются возможными, вероятностные, случайными.

Оптимизационные задачи решаются методами математического программирования, которые подразделяются на:

- •линейное программирование;
- •нелинейное программирование;
- •динамическое программирование;
- •целочисленное программирование;
- •выпуклое программирование; исследование операций;
- •геометрическое программирование и др.

Пример. Пусть требуется выбрать геометрические размеры цилиндрического бака объемом *V* из условия минимального расхода материала на его изготовление.



Для построения математической модели введем в рассмотрение вектор проектных решений X = (r, h), где r, h –радиус и высота бака .

Если предположить, что бак изготавливается сваркой из трех деталей, то расход материала при произвольном векторе решений X будет равен площади поверхности бака:

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi rh \to \min_{r,h} \quad (1)$$

Условие того, что бак должен иметь объем заданного значения V, представим в виде: $V=pr^2h$. (2)

На компоненты вектора решений X необходимо наложить дополнительные условия: R > 0, h > 0. (3)

затраты времени на изготовление бака будут пропорциональны длине свариваемых швов:

$$T = c(4\pi r + h) \to \min_{r,h} \quad (4)$$

где с – затраты времени на сварку единицы длины.

Обобщенная оптимизационная модель запишется следующим образом:

$$y = f(X) \to \max(\min)$$

 $g_j(X) \le (\ge, =)b_j, j = 1, 2, 3, ..., m,$

где y — выходная характеристика (критерий оптимизации), которую требуется привести к экстремальному значению — максимуму или минимуму в зависимости от ее смысла; f(X) — целевая функция, т.е. функция, описывающая зависимость критерия оптимизации от значений параметров X; $X = (x_1, x_2, x_3, ..., x_n)$ — набор из n переменных процесса, которыми можно управлять при нахождении оптимального решения, эти параметры процесса называют в теории оптимизации n0 процесса, а n0 вектором состояния процесса.

 $g_i(X)$ – функции-ограничения параметров процесса; b_j – некоторые постоянные величины, выражающие количественные значения ограничений.

В зависимости от вида функций f(X), $g_{j}(X)$ различают модели задач линейного, нелинейного, целочисленного программирования и др.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!!!!!