# Математические оптимизационные модели и методы на основе вариационного исчисления.

ПОДГОТОВИЛ: СТУДЕНТ ГР. ПИ 145-2 НАМ АЛЕКСЕЙ

# Структура оптимизационной модели

- целевая функция
- критерий оптимальности
- область допустимых решений и системы ограничений, определяющими эту область.

# Целевая функция

Целевая функция в самом общем виде в свою очередь также состоит из трех элементов:

- управляемых переменных;
- неуправляемых переменных;
- формы функции (вида зависимости между ними).

# Задача принятия решения

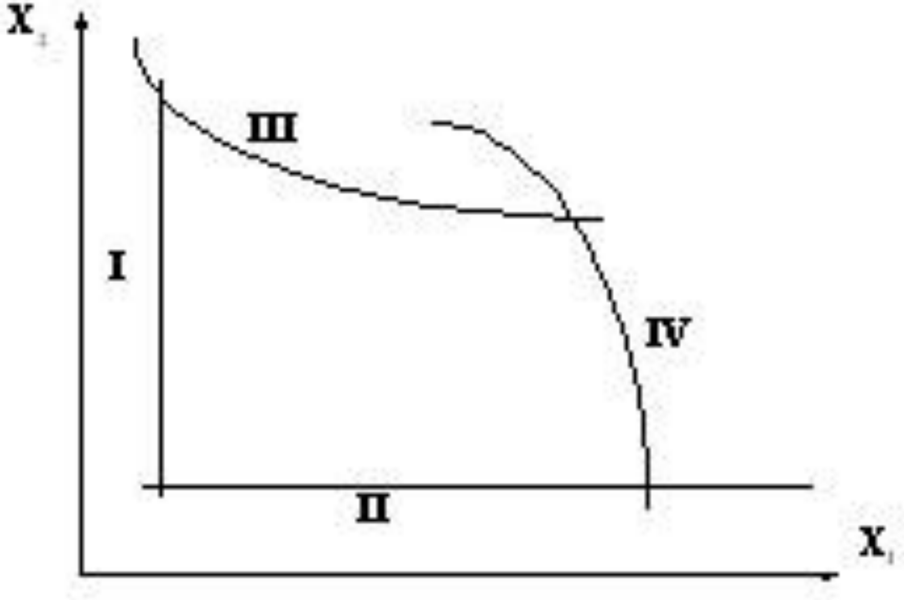
- Задача принятия решения называется однокритериальной, если выбираемое решение служит достижению одной цели.
- Задачи принятия решений, удовлетворяющих нескольким целям, называются многокритериальными задачами

# Область допустимых решений

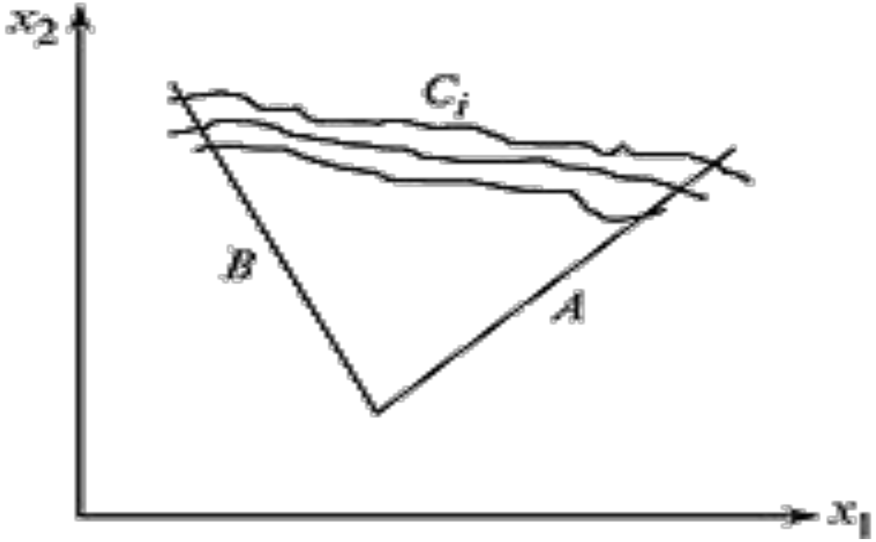
Область допустимых решений – это область, в пределах которой осуществляется выбор решений.

Если система ограничений несовместима, то область допустимых решений является пустой. Ограничения подразделяются на:

а) линейные (I и II) и нелинейные (III и IV)



б) детерминированные (A,B) и стохастические (группы кривых Ci)

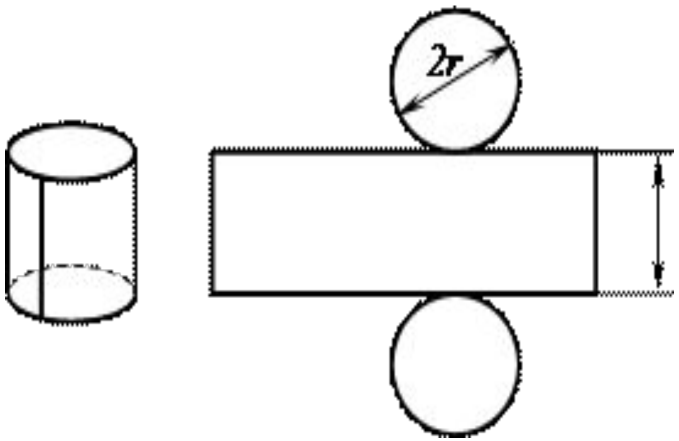



Стохастические ограничения являются возможными, вероятностные, случайными.

Оптимизационные задачи решаются методами математического программирования, которые подразделяются на:

- линейное программирование;
- нелинейное программирование;
- динамическое программирование;
- целочисленное программирование;
- выпуклое программирование; исследование операций;
- геометрическое программирование и др.

*Пример.* Пусть требуется выбрать геометрические размеры цилиндрического бака объемом *V* из условия минимального расхода материала на его изготовление.




Для построения математической модели введем в рассмотрение вектор проектных решений $X = (r, h)$, где $r$, $h$ –радиус и высота бака .

Если предположить, что бак изготавливается сваркой из трех деталей, то расход материала при произвольном векторе решений *X* будет равен площади поверхности бака:

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi rh \to \min_{r,h} \qquad (1)$$

Условие того, что бак должен иметь объем заданного значения *V*, представим в виде:

$V$=p$r^2h$. (2)

На компоненты вектора решений *X* необходимо наложить дополнительные условия:

$R > 0$, $h > 0$. (3)

затраты времени на изготовление бака будут пропорциональны длине свариваемых швов:

$$T = c(4\pi r + h) \to \min_{r,h} \qquad (4)$$

где *c* – затраты времени на сварку единицы длины.

Обобщенная оптимизационная модель запишется следующим образом:

$$y = f(X) \to \max(\min)$$

$$g_j(X) \le (\ge, =) b_j, \; j = 1,2,3,\dots, m,$$

где *y* – выходная характеристика (критерий оптимизации), которую требуется привести к экстремальному значению – максимуму или минимуму в зависимости от ее смысла; *f(X)* – целевая функция, т.е. функция, описывающая зависимость критерия оптимизации от значений параметров *X*; $X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ – набор из *n* переменных процесса, которыми можно управлять при нахождении оптимального решения, эти параметры процесса называют в теории оптимизации *переменными процесса,* а *X* – вектором состояния процесса.

$g_i(X)$ – функции-ограничения параметров процесса; $b_j$ – некоторые постоянные величины, выражающие количественные значения ограничений.

В зависимости от вида функций $f(X), g_j(X)$ различают модели задач линейного, нелинейного, целочисленного программирования и др.

# СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!!!!!!