

*Математические основы*  
*САПР*

Лекция 1

# *Mathcad*

*Mathcad* — математически ориентированная универсальная система компьютерной математики для автоматизации решения математических задач в различных областях науки, техники и образования.

# *Mathcad*

- *Mathcad* – математически ориентированная универсальная система компьютерной математики для автоматизации решения математических задач в различных областях науки, техники и образования.
- Название системы *Mathcad* происходит от двух слов:
- *Mathematica* – математика;
- *CAD* – системы автоматизированного проектирования или САПР.

- Основная **идея *Mathcad*** состоит в том, что вычисляемые выражения записываются в визуальной форме, максимально приближенной к математической записи, привычной для человека. Используется **принцип *WYSIWYG* (*What You See Is What You Get* - «что видите, то и получаете»)**.

# Возможности системы

- 1. *Числовые расчеты* со скалярами, матрицами и векторами (матрицами из одного столбца). Возможны расчеты с использованием комплексных чисел.
- 2. *Аналитические преобразования*: интегрирование, дифференцирование, вычисление пределов, сумм и произведений рядов, упрощение, преобразования Лапласа и Фурье и др.
- 3. *Определение законов вычисления элементов матриц*, что позволяет реализовать итерационные вычисления, в том числе по рекуррентным формулам.
- 4. *Работа со стандартными функциями*: интерполяция, экстраполяция, численное интегрирование, матричные функции и др.

- 5. *Определение пользовательских функций.*
- 6. *Построение двумерных и трехмерных графиков различных видов.*
- 7. *Решение систем линейных и нелинейных уравнений.*
- 8. *Решение оптимизационных задач* вида: найти значения переменных, при которых функция принимает минимальное или максимальное значение.
- 9. *Решение дифференциальных уравнений* (обыкновенные дифференциальные уравнения и системы уравнений; уравнения Пуассона и Лапласа).
- 10. *Элементы программирования.*

## *Mathcad* содержит:

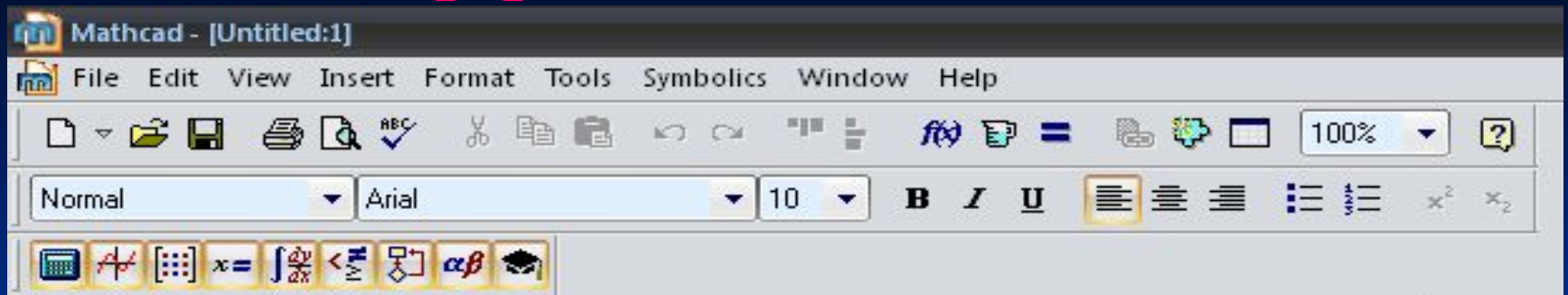
- обширную **библиотеку** встроенных математических **функций**;
- инструменты **построения графиков** различных типов;
- средства создания текстовых комментариев и **оформления отчетов**;
- конструкции, подобные **программным конструкциям** языков программирования, позволяющие писать программы для решения задач, которые невозможно или очень сложно решить стандартными инструментами пакета;
- удобно организованную **интерактивную систему** получения справки и оперативной подсказки.

# Достоинства *Mathcad*

- Во-первых, это **универсальность** пакета *Mathcad*, который может быть использован для решения самых разнообразных инженерных, экономических, статистических и других научных задач.
- Во-вторых, **программирование** на общепринятом математическом языке позволяет преодолеть языковой барьер между машиной и пользователем. Потенциальные пользователи пакета - от студентов до академиков.
- В-третьих, **интеграция** с офисными программами (Excel, Word) и другими программными продуктами (Mathlab, Maple, Creo).



# Интерфейс системы *Mathcad*



**Calculator**

sin	cos	tan	ln	log
n!	i	x	$\sqrt{\quad}$	$\sqrt[n]{\quad}$
$e^x$	$\frac{1}{x}$	( )	$x^2$	$x^y$
$\pi$	7	8	9	/
$\frac{1}{2}$	4	5	6	$\times$
$\div$	1	2	3	+
$\equiv$	.	0	-	=

**Graph**

**Matrix**

**Evaluati...**

**Calculus**

**Boolean**

**Programming**

Add Line	$\leftarrow$
if	otherwise
for	while
break	continue

**Greek**

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\epsilon$	$\zeta$
$\eta$	$\theta$	$\iota$	$\kappa$	$\lambda$	$\mu$
$\nu$	$\xi$	$\omicron$	$\pi$	$\rho$	$\sigma$
$\tau$	$\upsilon$	$\phi$	$\chi$	$\psi$	$\omega$

**Symbolic**

$\rightarrow$	$\bullet \rightarrow$	Modifiers
float	complex	assume
solve	simplify	substitute
factor	expand	coeffs

# Документ в системе Mathcad

- **Состоит из блоков.** В документе блоки имеют точку привязки, расположенную слева. Блоки могут быть трех типов - текстовые, вычислительные, графические.
- **Текстовые блоки** играют роль неисполняемых комментариев. Они служат лишь для повышения наглядности документа.
- **Вычислительные блоки** состоят из исполняемых математических выражений, например, формул, уравнений, равенств, неравенств и т.д.
- **Графические блоки** также являются исполняемыми.
- **Тип создаваемых документов** -- **\*.mcd** или **\*.xmtcd**

# *Входной язык системы Mathcad*

- *Математически ориентированный входной язык является визуально-ориентированным языком программирования и предназначен для общения пользователя с системой.*
- *Визуально-ориентированный язык общения системы Mathcad надо отличать от языка реализации системы, т.е. обычного языка программирования высокого уровня, на котором написана система.*
- *Языком реализации системы Mathcad является один из самых мощных языков высокого уровня – C++.*

# Алфавит входного языка

совокупность символов и слов, которые используются при задании команд и функций, необходимых для решения пользовательских задач.

- **Алфавит** содержит:
- строчные и прописные латинские буквы;
- цифры от 0 до 9;
- греческие буквы;
- Системные переменные;
- Математические операторы;
- Имена встроенных функций;
- Спецзнаки.

# Укрупненные элементы языка

- Типы данных;
- Операторы;
- Встроенные функции;
- Функции пользователя;
- Процедуры и управляющие структуры (например, циклы).

# Типы данных

- Константы;
- Переменные;
- Массивы;
- Файловые данные.

# Константы

- **Константы** — поименованные объекты, хранящие некоторые значения, которые не могут быть изменены.
- Например,  $\pi = 3.14$ .
- **Используемые типы констант**
- 1. **Целочисленные** (2, -54, +43).
- 2. **Вещественные** (1.3, -2.23).
- 3. **Восьмеричные числа** (идентифицируются латинской буквой O – от слова octal- восьмеричное).
- 4. **Шестнадцатеричные числа** 0,1,2,..A,B,C,D,E,F (имеющие в конце отличительный признак в виде буквы h или H; если число начинается с буквы, то перед ней вводится 0).
- 5. **Комплексные** (2.5+7i).
- 6. **Строковые**. Обычно это комментарии вида: “Вычисление суммы”.
- 7. **Системные**. Системная константа – это предварительно определённая переменная, значение которой задаётся в начале загрузки системы. Примерами таких констант являются числа e или pi.
- 8. **Единицы измерения физических величин.**

# Переменные

объекты с именами, хранящие данные определенного типа. Тип переменной определяется ее значением - переменные могут быть числовыми, строковыми, символьными и т.д.

- **Идентификаторы** в *Mathcad* могут состоять из букв латинского или греческого алфавита и цифр, но в начальной позиции может стоять только буква. Идентификатор не должен совпадать со служебными словами, предусмотренными в системе. Следует иметь в виду, что *Mathcad* различает малые и заглавные буквы.



# Присваивание значений переменным

- В системе есть три знака равенства, выполняющие разные действия.
- Знак “:=” - присвоить значение переменной (**локальное присваивание**). До этого присваивания переменная не определена и ее нельзя использовать.
- знак “=“ - вывести результаты вычислений,
- знак “==“ - логическое равенство ( жирный знак равенства).
- Знак “≡” **глобальное присваивание**, т.е. оно может производиться в любом месте документа.

## *Системные переменные*

- В *Mathcad* содержится небольшая группа особых объектов, которые нельзя отнести ни к классу констант, ни к классу переменных, значения которых определены сразу после запуска программы. Их правильнее считать *системными переменными*.
- Это, например, **TOL** [0.001]- погрешность числовых расчетов, **ORIGIN** [0] — нижняя граница значения индекса индексации векторов, матриц и др. Значения этим переменным при необходимости можно задать другие.

## Ранжированные переменные

- Эти переменные имеют ряд фиксированных значений, либо целочисленных, либо изменяющихся с определенным шагом от начального значения до конечного.
- **Создание ранжированной переменной :**
- **Name = Nbegin, (Nbegin+Step)..Nend,**
- где **Name** — имя переменной;
- **Nbegin** — начальное значение;
- **Step** — заданный шаг изменения переменной;
- **Nend** — конечное значение.
- Если **Nbegin > Nend**, то шаг изменения переменной будет равен +1, в противном случае -1.
- Ранжированные переменные широко применяются для представления численных значений функций в виде таблицы, а также для построения их графиков.

## Размерные константы

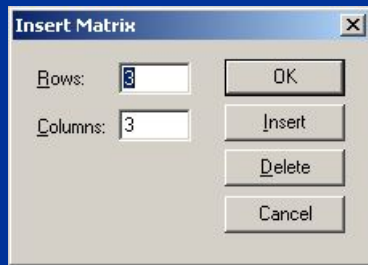
- это общепринятые единицы измерения. Например, метры, секунды и т.д.
- Чтобы записать размерную константу, необходимо после числа ввести знак \* (умножить), выбрать пункт меню *Insert* подпункт *Units*. В измерениях наиболее известные вам категории: *Length* — длина (м, км, см); *Mass* — вес (гр, кг, т); *Time* — время (мин, сек, час).

# Массивы

- **Массив** — имеющая уникальное имя совокупность конечного числа числовых или символьных элементов, упорядоченных некоторым образом и имеющих определенные адреса.
- В пакете *Mathcad* используются массивы двух наиболее распространенных типов:
  - **одномерные** (векторы);
  - **двухмерные** (матрицы).

# Ввод массивов

- выбрать пункт меню **Insert - Matrices**;
- нажать комбинацию клавиш **Ctrl + M**;
- нажать кнопку  на *Панели векторов и матриц*.
- В результате появится диалоговое окно, в котором задается необходимое число строк и столбцов:




**Rows** — число строк

**Columns** — число столбцов

- Если матрице (вектору) нужно присвоить имя, то вначале вводится имя матрицы (вектора), затем — оператор присвоения и после — шаблон матрицы. Шаблон матрицы

## Переменная с индексом

- *Переменная с индексом* — это переменная, которой присвоен набор не связанных друг с другом чисел, каждое из которых имеет свой номер (индекс).
- **Ввод индекса** осуществляется нажатием левой квадратной скобки на клавиатуре или при помощи кнопки  на панели .
- В качестве индекса можно использовать как константу, так и выражение. Для инициализации переменной с индексом необходимо ввести элементы массива, разделяя их запятыми.

■ Пример. **Ввод индексных переменных.**

■  $i := 0..2$  — индекс изменяется от 0 до 2  
(индексная переменная будет содержать 3  
элемента).

■ — ввод числовых значений в таблицу  
производится через запятую;

$s_i :=$

-2
2
5.75

■ — вывод значения первого элемента  
вектора  $S$ ;  
 $s_0 = -2$



# Файловые данные

- **Ввод/вывод во внешние файлы.**
- Для общения с внешними файлами в MathCAD встроены следующие функции:
- **READPRN** (“file”) – чтение данных в матрицу из текстового файла;
- **WRITEPRN** (“file”) – запись данных из матрицы в текстовый файл;
- **APPENDPRN** (“file”) – дозапись данных в существующий текстовый файл,
- где **file** – путь к файлу.

# Операторы

- *Операторы* — это специальные знаки, указывающие на характер операций, выполняемых с теми или иными данными, именуемыми операндами. **Операторы вводятся с помощью шаблонов**, которые в свою очередь, имеют места ввода для операндов.

- Общеизвестны бинарные **арифметические операторы**
- $+$  (сложение),  $-$  (вычитание),  $*$  (умножение),  $/$  (деление) и  $^$  (возведение в степень).
- С такими операторами используются два операнда, например,  $2+3=5$ . Здесь 2 и 3 – операнды, или данные, с которыми выполняется операция. Часто применяются операторы вывода  $=$  и  $\rightarrow$ .
- Для выражения равенства или неравенств используются **операторы отношения**
- $=$  (равно),  $<$  (меньше),  $>$  (больше) и др.
- Полный набор их можно найти в палитре операторов Булевой алгебры ***Boolean***. Входными данными и результатами выполнения логических операций являются утверждения ***true*** (логическая 1) и ***false*** (логический 0).

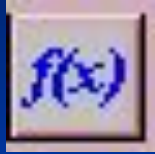
# Расширенные операторы

- вычисление сумм (ввод \$);
- произведение последовательностей (#);
- дифференцирование (?);
- интегрирование выражений (&).

# Функции

- **Функция** — выражение, согласно которому производятся некоторые вычисления с аргументами и определяется его числовое значение. Примеры функций:  $\sin(x)$ ,  $\tan(x)$  и др.
- Отличительной особенностью функции является возврат значения (результата вычисления функции) в ответ на обращение к ней.
- Функции в пакете *Mathcad* могут быть:
- **Встроенными;**
- **определенными пользователем.**

# Вставка встроенных функций

- Выбрать пункт меню **Insert – Функция**.
- Нажать комбинацию клавиш **Ctrl + E**.
- Щелкнуть по кнопке  на панели инструментов.
- Набрать имя функции на клавиатуре.
- **Пример.**  $f(z) := \sin(2z^2)$

# Стандартные функции *Mathcad*

## ■ Экспоненциальные и логарифмические функции

- $\exp(X)$  - экспонента от  $X$ ;
- $\ln(X)$  - натуральный логарифм от  $X$ ;
- $\log(X)$  - десятичный логарифм от  $X$ ;
- $\log(X,b)$  - логарифм от  $X$  по основанию  $b$ .

## ■ Гиперболические и тригонометрические

### ■ (прямые и обратные) функции

- $\sin(X)$ ,  $\cos(X)$ ,  $\tan(X)$ ,  $\cot(X)$ ,  $\sec(X)$ ,  $\csc(X)$  - соответственно синус, косинус, тангенс, котангенс, секанс, косеканс от  $X$ , причем аргументы указываются в *радианах*;
- $\sinh(X)$ ,  $\cosh(X)$ ,  $\tanh(X)$ ,  $\coth(X)$ ,  $\operatorname{sech}(X)$ ,  $\operatorname{csch}(X)$  - аналогичные гиперболические функции;
- $\operatorname{asin}(z)$ ,  $\operatorname{acos}(z)$ ,  $\operatorname{atan}(z)$ ,  $\operatorname{acot}(z)$ ,  $\operatorname{asec}(z)$ ,  $\operatorname{acsc}(z)$  - соответственно арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс, арксеканс, арккосеканс от  $z$ .

# Функции для работы с комплексными числами

- $\text{Re}(Z)$ ,  $\text{Im}(Z)$  - соответственно вещественная и мнимая части комплексного числа  $Z$ ;
- $\text{arg}(z)$  - аргумент комплексного числа  $z$  (в радианах).



# Матричные функции

- **length(V)** - возвращает число элементов вектора  $V$ ;
- **cols(A)** - возвращает число столбцов матрицы  $A$ ;
- **rows(A)** - возвращает число строк матрицы  $A$ ;
- **matrix(m,n,f)** - матрица размером  $m \times n$ , значения элементов матрицы определяются  $f$  - функцией  $f(i,j)$  от двух переменных (номера строки и номера столбца). Эта функция должна быть предварительно определена пользователем;
- **identity(n)** - единичная матрица ;
- **tr(M)** - след матрицы  $M$  (сумма элементов главной диагонали);
- **rank(A)** - ранг матрицы  $M$ ;
- **norme(M)** - эвклидова норма матрицы  $M$ , то есть корень квадратный из суммы квадратов всех элементов;

## *Статистический анализ данных*

- **gmean(G1,G2,G3...)** - среднее геометрическое аргументов;
- **mean(G1,G2,G3...)** - среднее арифметическое аргументов;
- **var(G1,G2,G3...)** - дисперсия;
- **stdev(G1,G2,G3...)** - среднеквадратичное отклонение.

## *Дискретные преобразования*

- **fft(V1), ifft(V2)** - прямое и обратное быстрые преобразования Фурье над вещественными данными.  $V1$  - вектор из  $2^m$  элементов,  $V2$  - вектор из  $1 + 2^{m-1}$  элементов,  $m > 2$ ;
- **cfft(A), icfft(A)** - прямое и обратное преобразования Фурье над вещественными и комплексными векторами и матрицами;
- **wave(V), iwave(V)** - прямое и обратное вейвлет-преобразования,  $V$  - вектор из  $2^m$  элементов,  $m$  - целое число.

## *Прочие функции*

- **max(G1,G2,...)** - максимальное значение среди аргументов;
- **min(G1,G2,...)** - минимальное значение среди аргументов;
- **if(a,b,c)** - возвращает  $b$ , если  $a$ , иначе возвращает  $c$ ;
- **sign(a)** - возвращает  $-1$ ,  $0$  или  $1$  в зависимости от знака числа  $a$ .

# Пользовательские функции

Чтобы воспользоваться собственной функцией, нужно:

- 1. **Описать функцию.**
- ввести имя функции с обязательным указанием в скобках аргумента, например,  $f(x)$ ;
- ввести оператор присвоения ( $:=$ );
- ввести вычисляемое выражение.
- 2. **Вызвать описанную функцию для выполнения.**

# Описание функции

- Для описания функции используются идентификаторы: имя функции и имена формальных параметров функции.
- **Формальный параметр** – это идентификатор, конкретное значение которого определяется путём замены его на соответствующее ему значение фактического параметра при обращении к функции. Функции однозначно ставят в соответствие значениям аргументов (формальным параметрам) значения фактических параметров функции.
- **Формат определения функции:**
- *Имя\_функции (список\_формальных\_параметров):=выражение*
- *Список\_формальных\_параметров* - список переменных, через которые параметры передаются в тело функции, **Выражение** - математическое выражение (тело функции), задающее нужную функциональную зависимость.

- **Вызов пользовательской функции** производится подобно тому, как в случае вызова любой стандартной функции.
- Можно поместить результат в отдельную переменную:
- *Имя\_переменной\_результата:=Имя\_функции (список\_формальных\_параметров)*  
Или напечатать:
- *Имя\_функции(список\_формальных\_параметров)=*