Математические основы САПР

Лекция 1

Mathcad

Mathcad – математичеки ориентированная универальная система компьютерной математики для автоматизации решения математичеких задач а различных областях науки, техники и образования.

Mathcad

- ***Mathcad*** – математически ориентированная универальная система компьютерной математики для автоматизации решения математичеких задач а различных областях науки, техники и образования.
- Название системы ***Mathcad*** происходит от двух слов:
- ***Mathematica*** – математика;
- ***CAD*** – системы автоматизированного проектирования или САПР.

- Основная идея *Mathcad* состоит в том, что вычисляемые выражения записываются в визуальной форме, максимально приближенной к математической записи, привычной для человека. Используется принцип *WYSIWYG* (*What You See Is What You Get* - «что видите, то и получаете»).

Возможности системы

- 1. *Числовые расчеты* со скалярами, матрицами и векторами (матрицами из одного столбца). Возможны расчеты с использованием комплексных чисел.
- 2. *Аналитические преобразования*: интегрирование, дифференцирование, вычисление пределов, сумм и произведений рядов, упрощение, преобразования Лапласа и Фурье и др.
- 3. *Определение законов вычисления элементов матриц*, что позволяет реализовать итерационные вычисления, в том числе по рекуррентным формулам.
- 4. Работа со *стандартными функциями*: интерполяция, экстраполяция, численное интегрирование, матричные функции и др.

- 5. *Определение пользовательских функций*.
- 6. *Построение* двумерных и трехмерных *графиков* различных видов.
- 7. *Решение систем* линейных и нелинейных уравнений.
- 8. *Решение оптимизационных задач* вида: найти значения переменных, при которых функция принимает минимальное или максимальное значение.
- 9. *Решение дифференциальных уравнений* (обыкновенные дифференциальные уравнения и системы уравнений; уравнения Пуассона и Лапласа).
- 10. *Элементы программирования*.

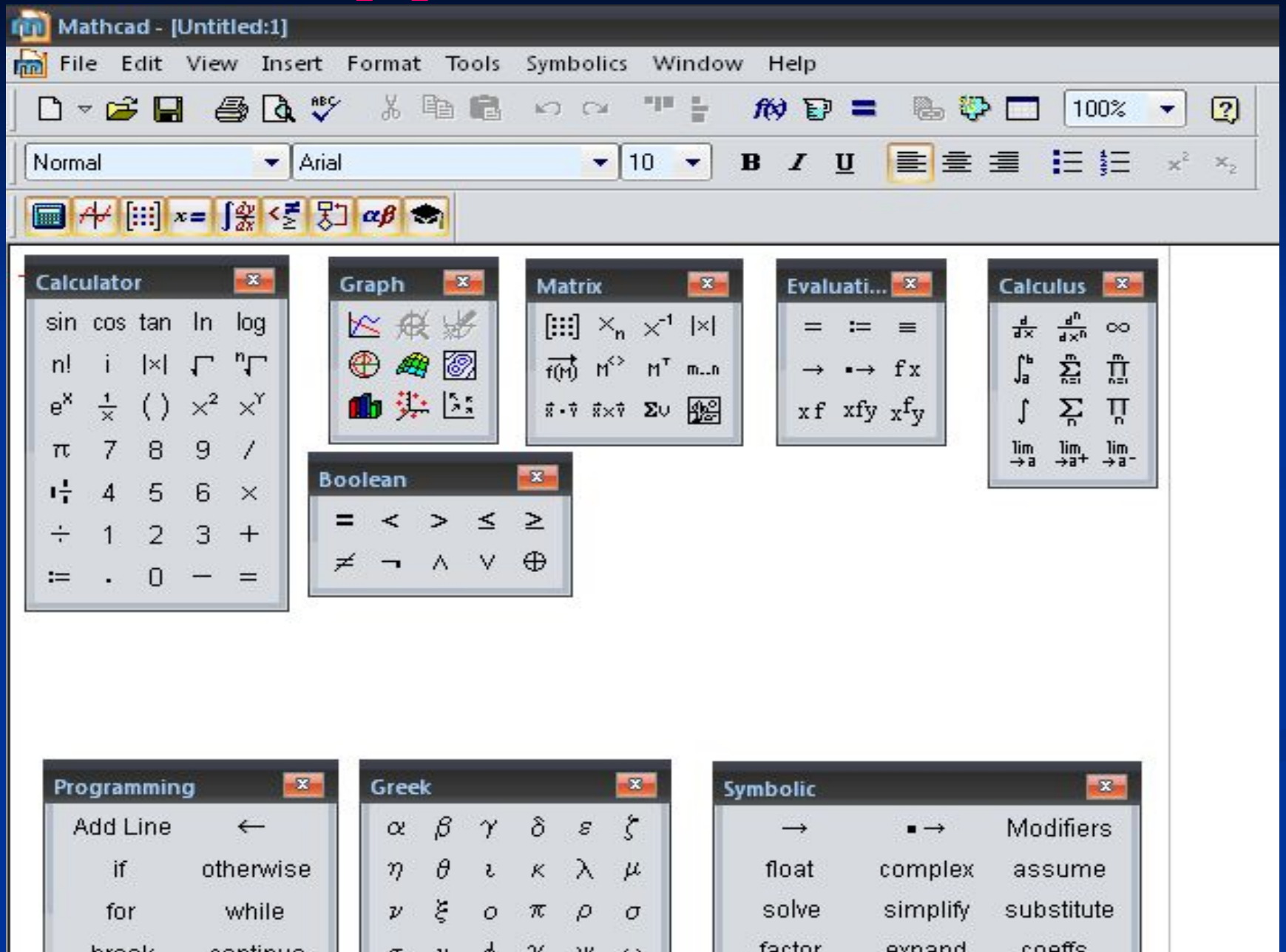
Mathcad содержит:

- обширную библиотеку встроенных математических функций;
- инструменты построения графиков различных типов;
- средства создания текстовых комментариев и оформления отчетов;
- конструкции, подобные программным конструкциям языков программирования, позволяющие писать программы для решения задач, которые невозможно или очень сложно решить стандартными инструментами пакета;
- удобно организованную интерактивную систему получения справки и оперативной подсказки.

Достоинства *Mathcad*

- **Во-первых, это универсальность пакета *Mathcad*, который может быть использован для решения самых разнообразных инженерных, экономических, статистических и других научных задач.**
- **Во-вторых, программирование на общепринятом математическом языке позволяет преодолеть языковой барьер между машиной и пользователем. Потенциальные пользователи пакета - от студентов до академиков.**
- **В-третьих, интеграция с офисными программами (Excel, Word) и другими программными продуктами (Mathlab, Maple, Creo).**

Интерфейс системы *Mathcad*



Документ в системе Mathcad

- ***Состоит из блоков*. В документе блоки имеют точку привязки, расположенную слева Блоки могут быть трех типов - текстовые, вычислительные, графические.**
- ***Текстовые блоки* играют роль неисполняемых комментариев. Они служат лишь для повышения наглядности документа.**
- ***Вычислительные блоки* состоят из исполняемых математических выражений, например, формул, уравнений, равенств неравенств и т.д.**
- ***Графические блоки* также являются исполняемыми.**
- ***Тип создаваемых документов* -- **.mcd* или **.xmcd***

Входной язык системы Mathcad

- ***Математически ориентированный*** ***входной язык является визуально-ориентированным языком программирования и предназначен для общения пользователя с системой.***
- ***Визуально-ориентированный*** ***язык общения системы Mathcad надо отличать от языка реализации системы, т.е. обычного языка программирования высокого уровня, на котором написана система.***
- ***Языком реализации*** ***системы Mathcad является один из самых мощных языков высокого уровня – C++.***

Алфавит входного языка

совокупность символов и слов, которые используются при задании команд и функций, необходимых для решения пользовательских задач.

- **Алфавит** содержит:
- строчные и прописные латинские буквы;
- цифры от 0 до 9;
- греческие буквы;
- Системные переменные;
- Математические операторы;
- Имена встроенных функций;
- Спецзнаки.

Укрупненные элементы языка

- Типы данных:
- Операторы;
- Встроенные функции;
- Функции пользователя;
- Процедуры и управляющие структуры (например, циклы).

Типы данных

- Константы;
- Переменные;
- Массивы;
- Файловые данные.

Константы

- ***Константы*** — поименованные объекты, хранящие некоторые значения, которые не могут быть изменены.
- Например, π = 3.14.
- ***Используемые типы констант***
- 1. **Целочисленные** (2, –54,+43).
- 2. **Вещественные** (1.3, –2.23).
- 3. **Восьмеричные числа** (идентифицируются латинской буквой O – от слова octal- восьмеричное).
- 4. **Шестнадцатеричные числа** 0,1,2,..A,B,C,D,E,F (имеющие в конце отличительный признак в виде буквы h или H; если число начинается с буквы, то перед ней вводится 0).
- 5. **Комплексные** (2.5+7*i*).
- 6. **Строковые**. Обычно это комментарии вида: “Вычисление суммы”.
- 7. **Системные**. Системная константа – это предварительно определённая переменная, значение которой задаётся в начале загрузки системы. Примерами таких констант являются числа *e* или π.
- 8. **Единицы измерения физических величин**.

Переменные

объекты с именами, хранящие данные определенного типа. Тип переменной определяется ее значением - переменные могут быть числовыми, строковыми, символьными и т.д.

- Идентификаторы в ***Mathcad*** могут состоять из букв латинского или греческого алфавита и цифр, но в начальной позиции может стоять только буква. Идентификатор не должен совпадать со служебными словами, предусмотренными в системе. Следует иметь в виду, что ***Mathcad*** различает малые и заглавные буквы.

Присваивание значений переменным

- В системе есть три знака равенства, выполняющие разные действия.
- Знак “:=“ - присвоить значение переменной (локальное присваивание). До этого присваивания переменная не определена и ее нельзя использовать.
- знак “=“ - вывести результаты вычислений,
- знак “**=**“ - логическое равенство (жирный знак равенства).
- Знак “ ≡” глобальное присваивание, т.е. оно может производиться в любом месте документа.

Системные переменные

- В ***Mathcad*** содержится небольшая группа особых объектов, которые нельзя отнести ни к классу констант, ни к классу переменных, значения которых определены сразу после запуска программы. Их правильнее считать ***системными переменными.***
- Это, например, **TOL** [0.001]- погрешность числовых расчетов, **ORIGIN** [0] — нижняя граница значения индекса индексации векторов, матриц и др. Значения этим переменным при необходимости можно задать другие.

Ранжированные переменные

- Эти переменные имеют ряд фиксированных значений, либо целочисленных, либо изменяющихся с определенным шагом от начального значения до конечного.
- Создание ранжированной переменной :
- **Name =Nbegin,(Nbegin+Step)..Nend,**
- где **Name** — имя переменной;
- **Nbegin** — начальное значение;
- **Step** — заданный шаг изменения переменной;
- **Nend** — конечное значение.
- Если **Nbegin**> **Nend**, то шаг изменения переменной будет равен +1, в противном случае -1.
- Ранжированные переменные широко применяются для представления численных значений функций в виде таблицы, а также для построения их графиков.

Размерные константы

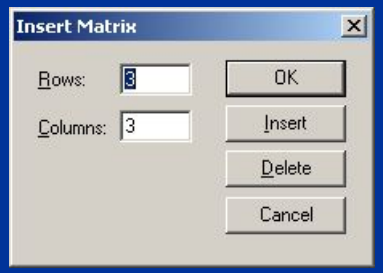
- это общепринятые единицы измерения. Например, метры, секунды и т.д.
- Чтобы записать размерную константу, необходимо после числа ввести знак * (умножить), выбрать пункт меню ***Insert*** подпункт ***Units***. В измерениях наиболее известные вам категории: ***Length*** — длина (м, км, см); ***Mass*** — вес (гр, кг, т); ***Time*** — время (мин, сек, час).

Массивы

- ***Массив*** — имеющая уникальное имя совокупность конечного числа числовых или символьных элементов, упорядоченных некоторым образом и имеющих определенные адреса.
- В пакете ***Mathcad*** используются массивы двух наиболее распространенных типов:
- **одномерные** (векторы);
- **двухмерные** (матрицы).

Ввод массивов

- выбрать пункт меню **Insert - Matrices**;
- нажать комбинацию клавиш **Ctrl + M**;
- нажать кнопку на ***Панели векторов и матриц.***
- В результате появится диалоговое окно, в котором задается необходимое число строк и столбцов:



- **Rows** — число строк
- **Columns** — число столбцов

- Если матрице (вектору) нужно присвоить имя, то вначале вводится имя матрицы (вектора), затем — оператор присвоения и после — шаблон матрицы.Шаблон матрицы

Переменная с индексом

- ***Переменная с индексом*** — это переменная, которой присвоен набор не связанных друг с другом чисел, каждое из которых имеет свой номер (индекс).
- **Ввод индекса** осуществляется нажатием левой квадратной скобки на клавиатуре или при помощи кнопки xn на панели .

- В качестве индекса можно использовать как константу, так и выражение. Для инициализации переменной с индексом необходимо ввести элементы массива, разделяя их запятыми.

- Пример. **Ввод индексных переменных.**
- i:= 0..2 — индекс изменяется от 0 до 2 (индексная переменная будет содержать 3 элемента).
- — ввод числовых значений в таблицу производится через запятую;

$s_i :=$

−2
2
5.75

- — вывод значения первого элемента вектора S;

$s_0 = -2$

Файловые данные

- **Ввод/вывод во внешние файлы**.
- Для общения с внешними файлами в MathCAD встроены следующие функции:
- **READPRN** (“file”) – чтение данных в матрицу из текстового файла;
- **WRITEPRN**(“file”) – запись данных из матрицы в текстовый файл;
- **APPENDPRN**(“file”) – дозапись данных в существующий текстовый файл,
- где **file** – путь к файлу.

Операторы

- ***Операторы*** – это специальные знаки, указывающие на характер операций, выполняемых с теми или иными данными, именуемыми операндами. Операторы вводятся с помощью шаблонов, которые в свою очередь, имеют места ввода для операндов.

- Общеизвестны бинарные **арифметические операторы**
- + (сложение), - (вычитание), * (умножение), / (деление) и ^ (возведение в степень).
- С такими операторами используются два операнда, например, 2+3=5. Здесь 2 и 3 – операнды, или данные, с которыми выполняется операция. Часто применяются операторы вывода = и →.
- Для выражения равенства или неравенств используются **операторы отношения**
- = (равно), < (меньше), > (больше) и др.
- Полный набор их можно найти в палитре операторов Булевой алгебры ***Boolean***. Входными данными и результатами выполнения логических операций являются утверждения ***true*** (логическая 1) и ***false*** (логический 0).

Расширенные операторы

- вычисление сумм (ввод $);
- произведение последовательностей (#);
- дифференцирование (?);
- интегрирование выражений (&).

Функции

- ***Функция*** — выражение, согласно которому производятся некоторые вычисления с аргументами и определяется его числовое значение. Примеры функций: **sin(x), tan(x)** и др.
- Отличительной особенностью функции является возврат значения (результата вычисления функции) в ответ на обращение к ней.
- Функции в пакете ***Mathcad*** могут быть:
- ***Встроенными;***
- ***определенными пользователем***.

Вставка встроенных функций

- Выбрать пункт меню **Insert – Функция**.
- Нажать комбинацию клавиш **Ctrl + E**.
- Щелкнуть по кнопке

а панели инструментов.
- Набрать имя функции на клавиатуре.
- **Пример**. $f(z) := \sin(2z2)$

Стандартные функции *Mathcad*

- ***Экспоненциальные и логарифмические функции***
- **exp(X)** - экспонента от X;
- **ln(X)** - натуральный логарифм от X;
- **log(X)** - десятичный логарифм от X;
- **log(X,b)** - логарифм от X по основанию b.
- ***Гиперболические и тригонометрические***
- *(прямые и обратные) функции*
- **sin(X), cos(X), tan(X), cot(X), sec(X), csc(X)** - соответственно синус, косинус, тангенс, котангенс, секанс, косеканс от X, причем аргументы указываются в *радианах*;
- **sinh(X), cosh(X), tanh(X), coth(X), sech(X), csch(X)** - аналогичные гиперболические функции;
- **asin(z), acos(z), atan(z), acot(z), asec(z), acsc(z)** - соответственно арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс, арксеканс, арккосеканс от z.

Функции для работы с комплексными числами

- **Re(Z), Im(Z)** - соответственно вещественная и мнимая части комплексного числа Z;
- **arg(z)** - аргумент комплексного числа z (в радианах).

Матричные функции

- **length(V)** - возвращает число элементов вектора V;
- **cols(A)** - возвращает число столбцов матрицы A;
- **rows(A)** - возвращает число строк матрицы A;
- **matrix(m,n,f)** - матрица размером mxn, значения элементов матрицы определяются f - функцией f(i,j) от двух переменных (номера строки и номера столбца). Эта функция должна быть предварительно определена пользователем;
- **identity(n)** - единичная матрица ;
- **tr(M)** - след матрицы M (сумма элементов главной диагонали);
- **rank(A)** - ранг матрицы M;
- **norme(M)** - эвклидова норма матрицы M, то есть корень квадратный из суммы квадратов всех элементов;

Статистический анализ данных

- **gmean(**G1,G2,G3…**)** - среднее геометрическое аргументов;
- **mean(**G1,G2,G3…**)** - среднее арифметическое аргументов;
- **var(**G1,G2,G3…**)** - дисперсия;
- **stdev(**G1,G2,G3…**)** - среднеквадратичное отклонение.

Дискретные преобразования

- **fft(V1), ifft(V2)** - прямое и обратное быстрые преобразования Фурье над вещественными данными. V1 - вектор из 2m элементов, V2 - вектор из 1 + 2m-1 элементов, m>2;
- **cfft(A), icfft(A)** - прямое и обратное преобразования Фурье над вещественными и комплексными векторами и матрицами;
- **wave(V), iwave(V)** - прямое и обратное вейвлет-преобразования, V - вектор из 2m элементов, m - целое число.

Прочие функции

- **max(G1,G2,…)** - максимальное значение среди аргументов;
- **min(G1,G2,…)** - минимальное значение среди аргументов;
- **if(a,b,c)** - возвращает b, если , иначе возвращает c;
- **sign(a)** - возвращает –1, 0 или 1 в зависимости от знака числа a.

Пользовательские функции

Чтобы воспользоваться собственной функцией, нужно:

- 1. Описать функцию.
- ввести имя функции с обязательным указанием в скобках аргумента, например, f(x);
- ввести оператор присвоения (:=);
- ввести вычисляемое выражение.
- 2. Вызвать описанную функцию для выполнения.

Описание функции

- Для описания функции используются идентификаторы: имя функции и имена формальных параметров функции.
- ***Формальный параметр*** – это идентификатор, конкретное значение которого определяется путём замены его на соответствующее ему значение фактического параметра при обращении к функции. Функции однозначно ставят в соответствие значениям аргументов (формальным параметрам) значения фактических параметров функции.
- Формат определения функции:
- ***Имя_функции (список_ формальных_ параметров):=выражение***
- ***Список_формальных_параметров*** - список переменных, через которые параметры передаются в тело функции, **Выражение** - математическое выражение (тело функции), задающее нужную функциональную зависимость.

- Вызов пользовательской функции производится подобно тому, как в случае вызова любой стандартной функции.
- Можно поместить результат в отдельную переменную:
- ***Имя_переменной_результата:=Имя_функции (список_формальных_параметров)***

  Или напечатать:
- ***Имя_функции(список формальных параметров)=***