


# Математические софизмы

Словам, звучащим и так, и иначе,

Верни единство и правдивость!

Пусть вольность только вольность значит,

А справедливость – справедливость!

A cartoon illustration of a girl with blonde pigtails and a boy in overalls holding a large sign. The sign has a green grid pattern and contains the text 'Математика - царица наук!' in red cursive.

Математика  
- царица наук!

**Проект выполнил: Денис Панчук,**  
ученик 9 класса МОУ СОШ №2 г.  
Петровска

**Научный руководитель: Зинаида  
Александровна Долгова,**  
преподаватель математики МОУ СОШ  
№2 г.Петровска



## Что такое «софизм» ?



**«Если нашел ошибку в софизме, значит, ты ее осознал, а осознание ошибки предупреждает от ее повторения в дальнейших математических рассуждениях.»**

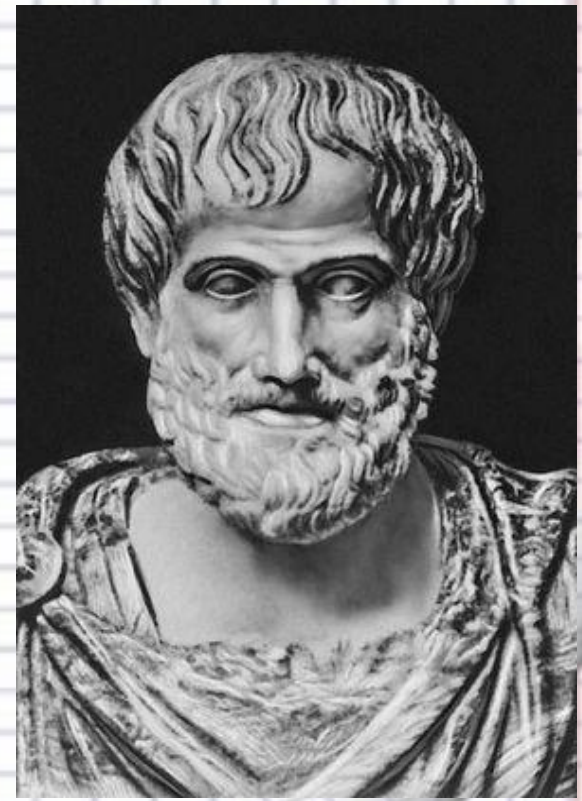
**Н. И. Лобачевский**

Софизм - умозаключение или рассуждение, обосновывающее какую-нибудь заведомую нелепость, абсурд или парадоксальное утверждение, противоречащее общепринятым представлениям.



## Что такое «софизм» ?

Аристотель называл софизмом «мнимые доказательства», в которых обоснованность заключения кажущаяся и обязана чисто субъективному впечатлению, вызванному недостаточностью логического или семантического анализа.



Аристотель



## Довушки языка

*В софизмах используются многие особенности нашего повседневного языка. В нем обычны метафоры, т.е. обороты речи, заключающие скрытое уподобление, образное сближение слов на базе их переносного значения:*

*«Неустанно ночи длинной.*

*Сказка черная лилась,  
И багровый над долиной.  
Загорелся поздно глаз»*

*Здесь «глаз» - метафора луны.*





Многие слова и обороты многозначны. Например, слово «новый», как отмечается в словаре современного русского языка, имеет восемь значений, среди которых и «современный», и «следующий», и «незнакомый»... в языке есть омонимы – одинаково звучащие, но разные по значению слова (коса из волос, коса как орудие для косьбы и коса как узкая отмель, вдающаяся в воду).

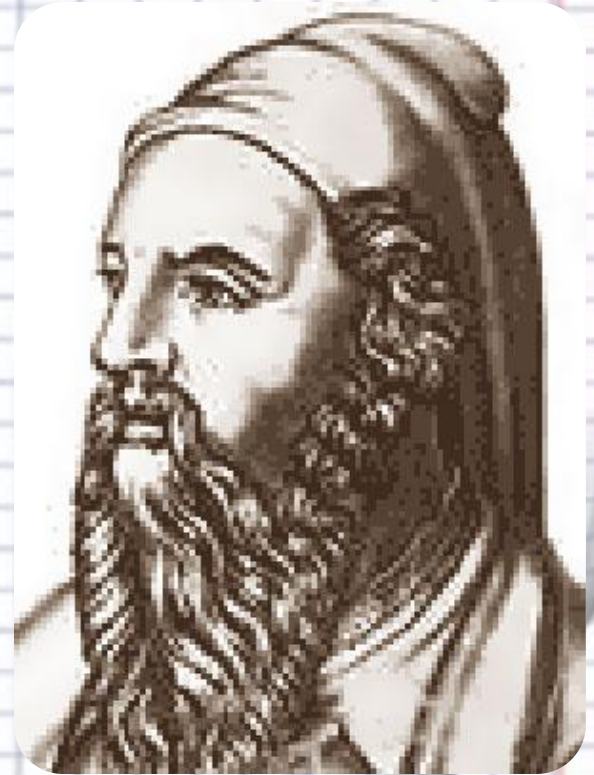
Все эти особенности языка способны нарушить однозначность выражения мысли и вести к смешению значений слов, что создает благоприятную почву для софизмов.





## История софизмов

Исторически с понятием «софизм» неизменно связывают идею о намеренной фальсификации, руководствуясь признанием Протагора, что задача софиста — представить наихудший аргумент как наилучший, путём хитроумных уловок в речи, в рассуждении, заботясь не об истине, а об успехе в споре или о практической выгоде. По-видимому, первыми, кто понял важность семиотического анализа софизмов, были сами софисты. Анализ и примеры софизмов часто встречаются в диалогах Платона.

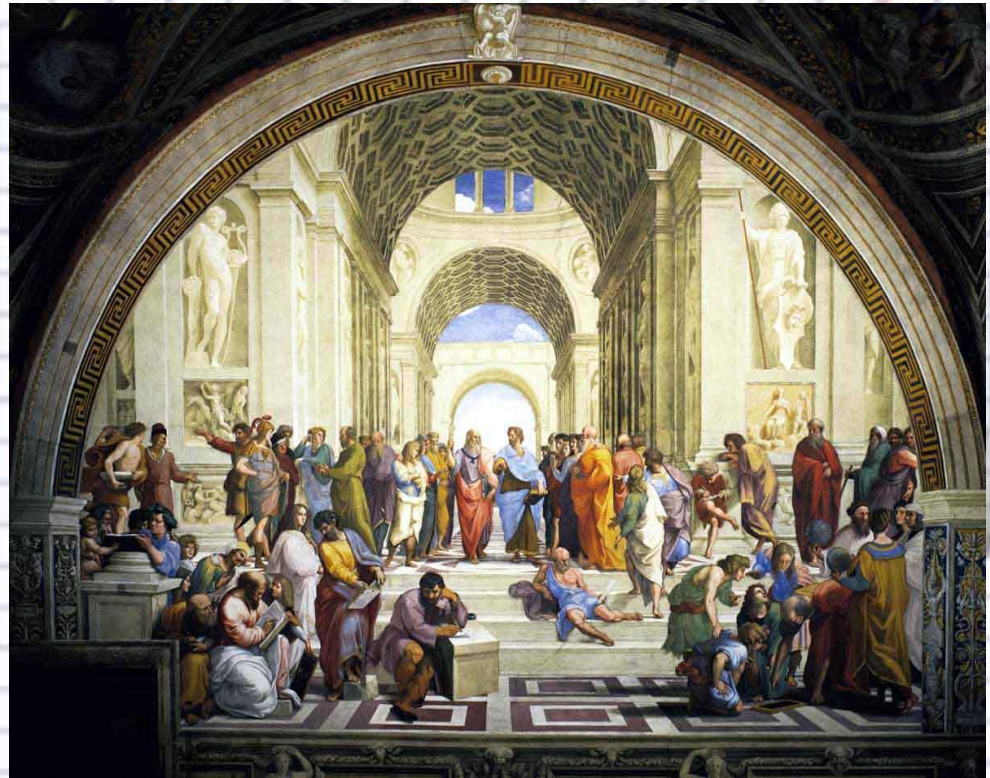


Протагор ( Платон)



Софистами в Древней Греции называли философов-учителей, задачей которых было научить своих учеников «мыслить, говорить и делать». Будучи в большинстве случаев глубоко образованными людьми, они не столько передавали ученикам знания из различных областей науки, сколько стремились научить их владеть искусством словесных состязаний.

## История софизмов



Древнегреческая школа

Пример:



- 1) Возьмем в качестве исходного соотношения следующее очевидное равенство:

$$4:4 = 5:5$$

- 2) После вынесения за скобки общего множителя из каждой части равенства будем иметь:

$$4 \cdot (1:1) = 5 \cdot (1:1)$$

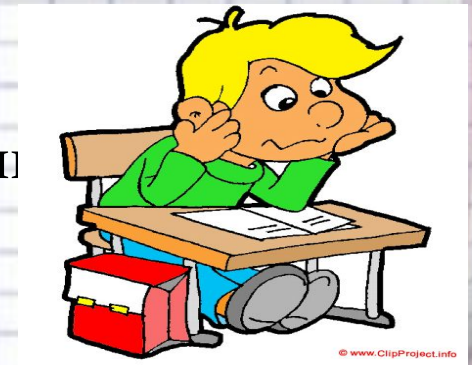
или

$$(2 \cdot 2)(1:1) = 5(1:1)$$

- 3) Наконец, зная, что  $1:1=1$ , мы из соотношения устанавливаем:

$$2 \cdot 2 = 5$$

А где ошибка?



**Нельзя выносить множитель за скобки, как это сделано в равенстве!**





## «Где-то у нас есть ну-ле-е-е-единица»

Пусть число  $x$  равно  $1$ . Тогда можно записать, что

$x^2 = 1$ , или  $x^2 - 1 = 0$ , раскладывая  $x^2 - 1$  по формуле разности квадратов, получим

$$(x+1)(x - 1) = 0.$$

Разделив обе части этого равенства на  $x-1$ , имеем

$$x+1=0 \text{ и } x= -1.$$

Поскольку по условию  $x=1$ , то отсюда приходим к равенству

$$\underline{1 = -1}$$





В чем

ошибка?

Здесь ошибка совершена при переходе от равенства  $(x+1)(x-1)=0$  к равенству

$x+1=0$  и  $x = -1$ . Действительно, этот переход совершен посредством деления на величину  $x - 1$ , которая по исходному условию равна нулю, а, как известно, деление на нуль запрещено.



Равенство  $(x+1)(x-1)=0$ , в силу того что  $x - 1 = 0$ , можно записать в виде равенства  $(x + 1) \cdot 0 = 0$ , которое выполняется при любом значении  $x+1$ . Поэтому вывод о том, что  $x = -1$ , неправилен.



## «Всякое число равно своему удвоенному значению»

Запишем очевидное для любого числа  $a$  тождество

$$a^2 - a^2 = a^2 - a^2.$$

Вынесем  $a$  в левой части за скобку, а правую часть разложим на множители по формуле разности квадратов, получив

$$a(a - a) = (a + a)(a - a).$$

Разделив обе части на  $(a - a)$ , получим  $a = a + a$ , или

$$\underline{a = 2a.}$$

Итак, всякое число равно своему удвоенному значению.



## Почему равенство неверно?

Ошибка совершена при переходе от равенства  $a(a - a) = (a + a)(a - a)$  к равенству  $a = 2a$ . В самом деле, число  $a - a$ , на которое делится первое равенство, равно нулю. Поэтому это равенство можно записать в виде  $a \cdot 0 = (a + a) \cdot 0$ , откуда, очевидно, следует, что число  $a$  слева и число  $a + a$  справа могут принимать любые, отнюдь не равные друг другу значения.



Деление же обеих частей этого равенства на равное нулю число  $a - a$  приводит к бессмыслице.



## «Все числа равны между собой»

Возьмем два произвольных неравных между собой числа  $a$  и  $b$  и запишем для них очевидное тождество

$$a^2 - 2ab + b^2 = b^2 - 2ab + a^2.$$

Слева и справа стоят полные квадраты, т.е. можем записать

$$(a - b)^2 = (b - a)^2.$$

Извлекая из обеих частей последнего равенства квадратный корень, получим

$$a - b = b - a$$

или  $2a = 2b$ , или окончательно

$$\underline{a = b.}$$



Исходное тождество и равенство  $(a-b)^2=(b-a)^2$  вполне справедливы. Но при переходе от этого равенства к равенству  $a-b=b-a$  была совершена ошибка. А именно: извлечение корня из обеих частей первого равенства сделано неправильно. В действительности же вместо равенства  $a-b=b-a$  из первого равенства должно следовать:  $|a-b|=|b-a|$ , которое вытекает из данных соотношений. Здесь необходимо рассмотреть два случая:

- ⇒  $a-b \geq 0$ , тогда, очевидно,  $b-a \leq 0$ . Тогда из равенства следует  $a-b = -(b-a)$ , или  $a=a$ .
- ⇒  $a-b < 0$ , тогда  $b-a > 0$ , откуда следует, что  $-(a-b) = b-a$ , или  $a=a$ .





## *Для тех, кто хочет разобраться в софизмах и парадоксах*

1. [http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%85%D0%B8%D0%BB%D0%BB%D0%B5%D1%81\\_%D0%B8\\_%D1%87%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BF%D0%B0%D1%85%D0%B0](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%85%D0%B8%D0%BB%D0%BB%D0%B5%D1%81_%D0%B8_%D1%87%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BF%D0%B0%D1%85%D0%B0)
2. <http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BE%D1%84%D0%B8%D0%B7%D0%BC>
3. <http://rcio.pnzgu.ru/personal/99/1/5/>