

Финансовый Университет при Правительстве РФ

Кафедра «Прикладная математика».

Угрозов Валерий Вячеславович

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
ФИНАНСОВЫХ РЕШЕНИЙ**

4.1. Модели ценообразования на финансовом рынке



рынке

- **1. Модель оценки капитальных активов (САРМ - Capital Asset Pricing Model)** была впервые сформулирована Вильямом Шарпом в 1964 г., а также независимо от него Джоном Линтнером и Жаном Моссэном.
- Основные предположения модели САРМ повторяют предположения портфельной теории, - прежде всего, в отношении закономерностей формирования индивидуальных инвестиционных решений. Однако не менее существенны и предположения в отношении рынка в целом.

Предположения в отношении рынка в целом

- отсутствуют налоги и затраты на совершение сделок;
- вся информация о ценных бумагах известна всем инвесторам;
- все инвесторы могут занимать денежные средства и давать их в долг в любом количестве;
- сроки, на которые осуществляются инвестиции, одинаковы для всех инвесторов;
- все инвесторы стремятся избежать риска и основывают свои решения на результатах анализа средних значений и дисперсии ожидаемой доходности.
- на рынке существуют ценные бумаги, свободные от риска $\sigma_f = 0$, обеспечивающие гарантированную норму доходности m_f

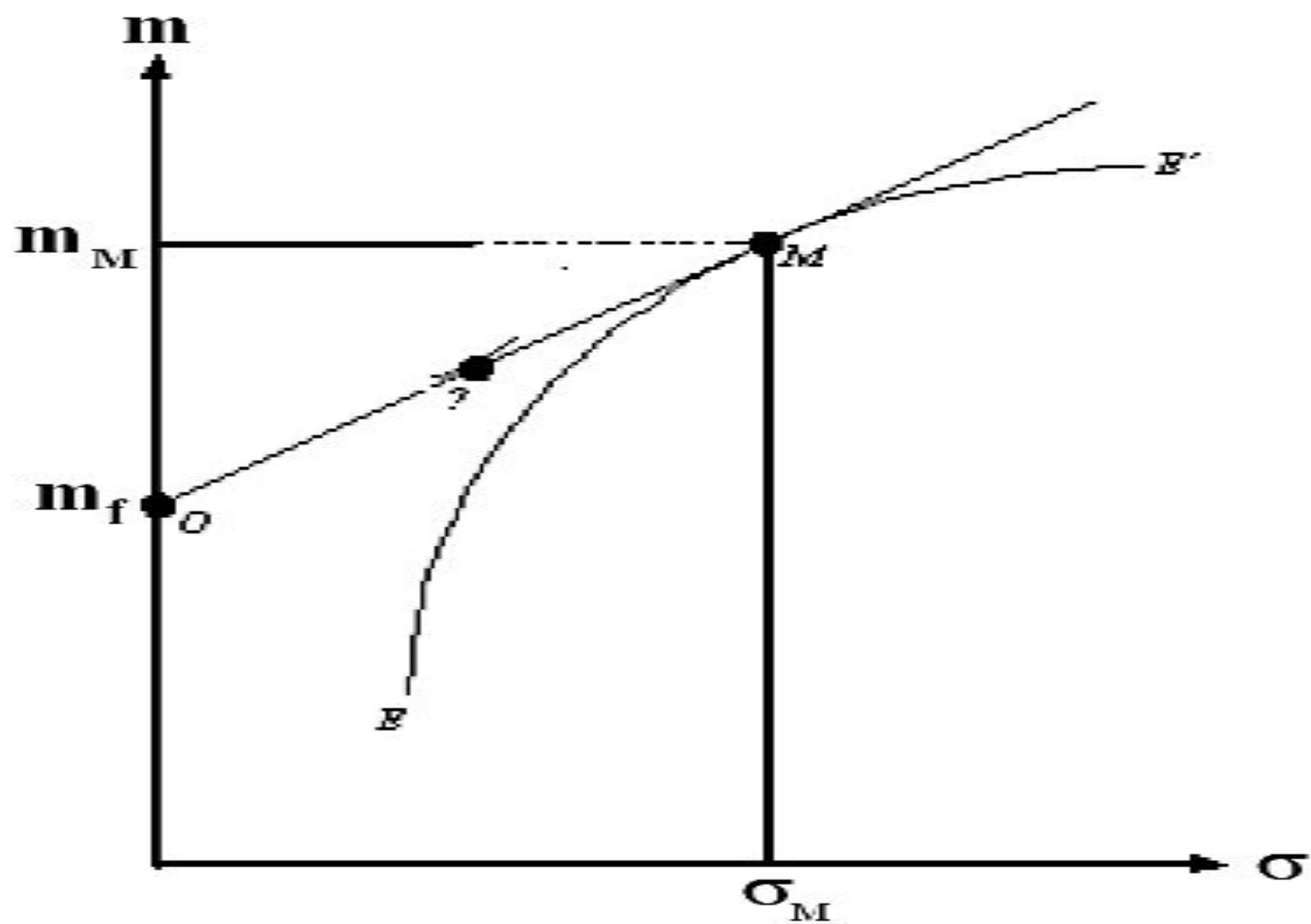
Анализ предположений модели

САРМ

Активы не бесконечно делимы, информация среди участников рынка распространяется неравномерно, существуют операционные издержки и ограничения на короткие продажи. Однако, если взглянуть на развитые финансовые рынки, - прежде всего Северной Америки, Западной Европы, Юго-Восточной Азии, - то основными участниками рынка являются крупные финансовые институты, для которых, операционные издержки по сравнению с объемом операций - незначительны, возможности по заимствованию и коротким продажам достаточно велики, доступ к рыночной информации практически неограничен. То есть, если предположения САРМ и упрощают действительность, - то по отношению к развитым рынкам, возможно, не так уж значительно.

Рыночный портфель

- В условиях, когда выполняются предположения модели CAPM, все инвесторы стремятся сформировать одинаковый по структуре портфель рискованных активов (*рыночный портфель*), риск и доходность которого соответствуют точке касания луча, проведенного из точки O (безрисковая ставка) к границе допустимой области значений риска и доходности, обеспечиваемых рискованными инвестициями (EE').
- С учетом безрискового актива эффективной границей становится прямая $m_f - M$. **Портфель рискованных активов, общий для всех инвесторов, называется рыночным портфелем $-M$. Так как он содержит все без исключения рискованные активы, он полностью диверсифицирован – все индивидуальные риски активов полностью скомпенсированы. В рыночном портфеле остается только систематический риск.**



Анализ (САМР)

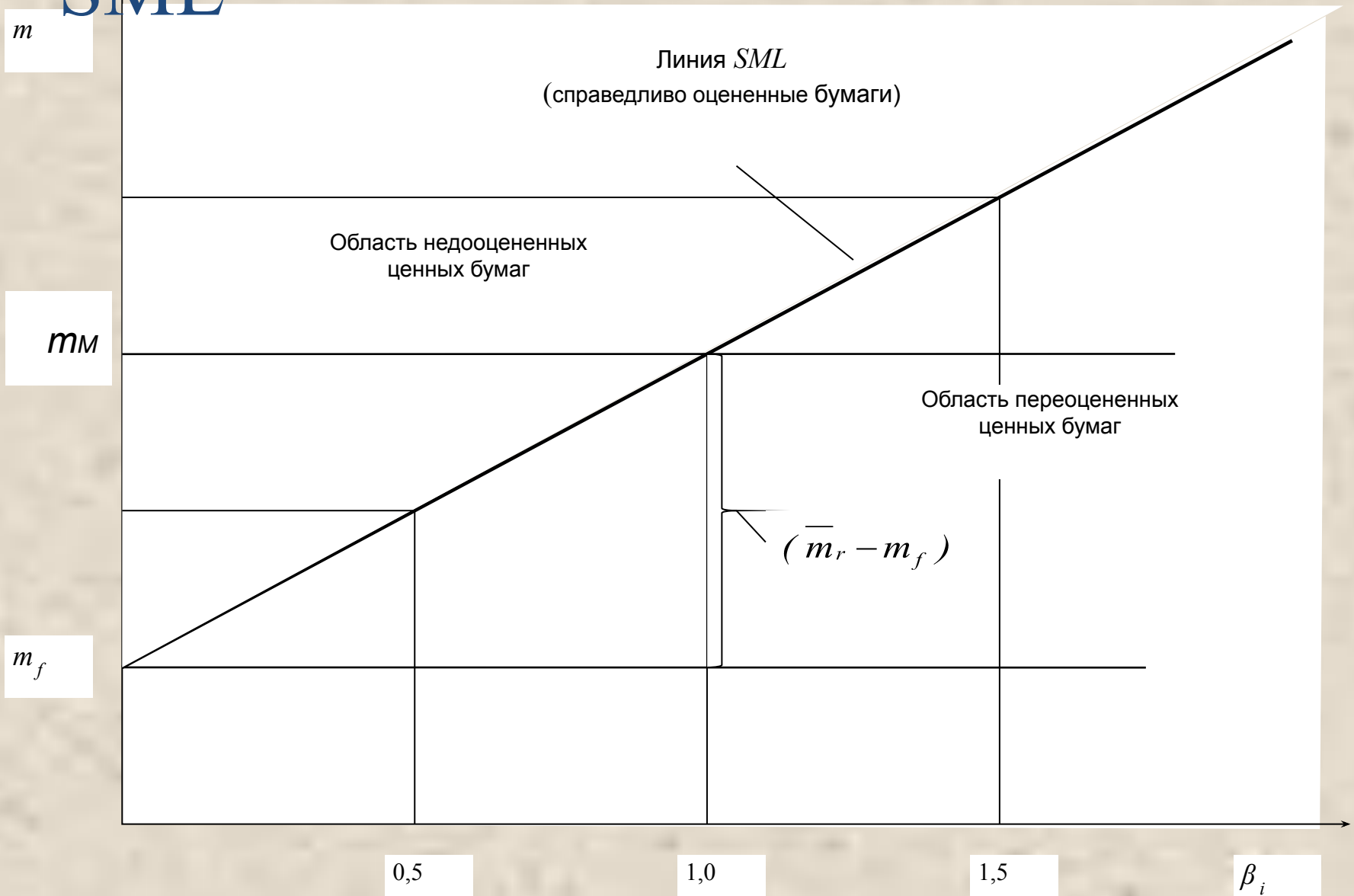
- Модель САМР описывает зависимость между рыночным риском и требуемой доходностью при определенных условиях (инвесторы ведут себя рационально, измеряют время в одних единицах, мыслят сходным образом, заимствуют и предоставляют средства в долг под безрисковую ставку и др. Уравнение модели имеет следующий вид:

$$\bar{m}_i = m_f + (\bar{m}_r - m_f) \cdot \beta_i$$

$$\beta_i = \frac{V_{im}}{\sigma_m^2}, V_{im} = COV_{im}$$

- m_i - ожидаемый доход на ценную бумагу i при равновесии рынка;
- m_f - ставка дохода на безрисковую ценную бумагу (например, гарантированные ценные бумаги с фиксированным доходом в виде государственных облигаций),
- β_i - коэффициент акции i является мерой рыночного риска акции (измеряет изменчивость доходности акции по отношению к доходности среднерыночного портфеля) и определяет угол наклона *характеристической линии* акции, построенной по статистическим данным о доходности i -й акции и среднерыночной доходности.
- Премия за риск - $m_i - m_f$

График линии рынка ценных бумаг SML



Анализ SML

В соответствии с моделью CAPM, в условиях равновесия доходность всех ценных бумаг должна располагаться вдоль линии SML в соответствии с индивидуальным значением показателя риска (коэффициентом ковариации) σ_{im} . Практически, в качестве характеристики риска чаще используется показатель ковариации - σ_{im} , нормированный по величине дисперсии рыночного портфеля

$$\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2}$$

называемый коэффициентом бета i -го актива.

Линия SML

В состоянии равновесия на *SML* расположены все портфели, как эффективные, так и не эффективные и отдельные активы. *SML* учитывает только рыночный риск портфеля (актива). Единицей риска является величина бета. В состоянии равновесия не эффективные портфели и отдельные активы располагаются ниже *SML*, но лежат на *SML*, так как рынок оценивает только не диверсифицируемый риск данных портфелей (активов).

Рыночный риск и индивидуальный риск

$$\sigma_i = \sqrt{\beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon i}^2}$$

$$\sigma_p = \sqrt{\beta_p^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon p}^2}$$

Уравнение характеристической прямой для i -го актива.

- Уравнение характеристической кривой

$$m_i^e = \alpha_i + m_f + \beta_i (m_m - m_f)$$

- m_i^e — фактическая доходность ЦБ

□

- Величина α_i может быть как положительной, так и отрицательной и характеризует так называемую избыточную доходность.

Коэффициент альфа финансового

актива

- Разница между фактически ожидаемой доходностью ценной бумаги и равновесной ставкой доходности называют коэффициентом альфа финансового актива называемую избыточную доходность - отклонение фактической доходности от равновесной вследствие неравновесного состояния - недооцененности либо переоцененности актива в данный момент :

$$\alpha_i = m_i^e - m_i$$

Рыночный риск и индивидуальный риск

$$\sigma_i = \sqrt{\beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon i}^2}$$

$$\sigma_p = \sqrt{\beta_p^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon p}^2}$$

Значение бета - коэффициента

- Коэффициент регрессии β служит количественным измерителем систематического риска, не поддающегося диверсификации.
- Ценная бумага, имеющая β - коэффициент, равный 1, копирует поведение рынка в целом. Если значение коэффициента выше 1, реакция ценной бумаги опережает изменение рынка как в одну, так и в другую сторону. Систематический риск такого финансового актива выше среднего. Менее рисковыми являются активы, β -коэффициенты которых ниже 1 (но выше 0).

Безрисковая ставка доходности

- Практически, в качестве безрисковой ставки выбирают, как правило, ставку доходности по краткосрочным (от трех месяцев до года) государственным обязательствам, учетную ставку (либо ставку рефинансирования) центрального банка, либо рассчитанную определенным образом средневзвешенную ставку по кредитам на межбанковском рынке (наиболее известный пример: ставка LIBOR - London Interbank Offered Rate).

Выводы

- Модель CAPM представляет собой идеальную модель рынка капиталов, которая основывается на предположениях портфельной теории и исходит из равной информированности инвесторов относительно доходности и рискованности ценных бумаг.
- В условиях модели CAPM справедлива
- теорема о разделении, в соответствии с которой оптимальный портфель рискованных активов одинаков для всех инвесторов и соответствует по структуре рыночному портфелю - совокупности всех рискованных активов, представленных на рынке. Индивидуальные портфели различаются лишь пропорциями безрисковых вложений и инвестиций в рыночный портфель.
- В модели CAPM равновесная цена (доходность) отдельных финансовых активов определяются исключительно степенью статистической взаимосвязи доходности данного актива и доходности рыночного портфеля, которая характеризуется коэффициентом бета.

□ Риск, связанный с инвестициями в каждую ценную бумагу можно разделить на две составляющие - рыночный (системный) риск и остаточный (индивидуальный) риск. Индивидуальный риск может быть сведен к нулю путем диверсификации инвестиций, тогда как в отношении системного риска диверсификация приводит лишь к его усреднению. Поэтому на цену и доходность финансовых активов в условиях модели CAPM оказывает влияние лишь содержание рыночного риска, а равновесная доходность ценных бумаг должна располагаться вдоль линии рыночной доходности ценных бумаг, определяющей зависимость ожидаемой доходности от коэффициента бета.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !