

Урок одной задачи

Баллистическое движение

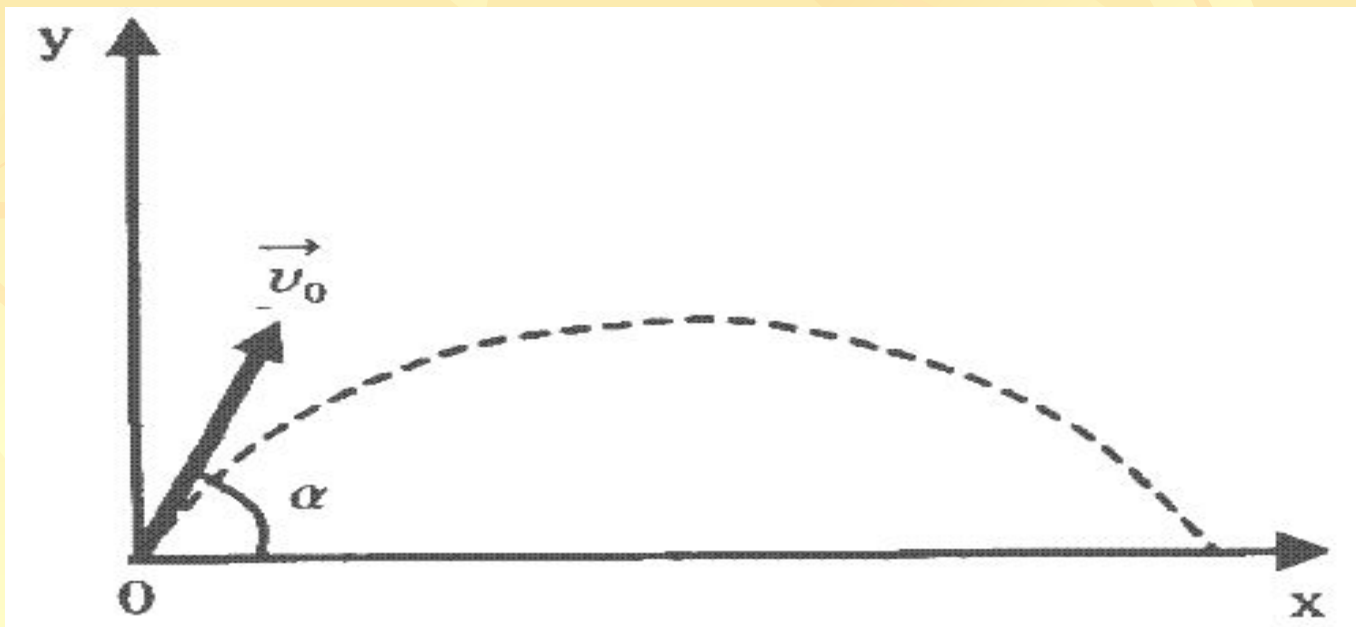
Баллистика - (греч. - бросать)



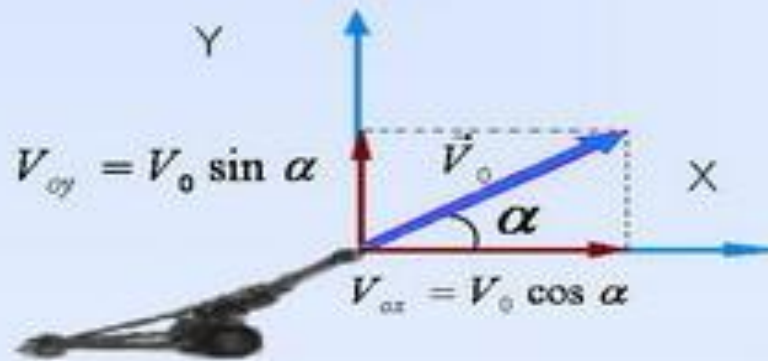
Цель урока:

- ВЫЯСНИТЬ, ЧТО ЯВЛЯЕТСЯ траекторией движения снаряда;
- найти время подъема, высоту подъема;
- определить дальность полета, модуль вектора скорости в любой момент времени;

Рассмотрим движение снаряда,
вылетающего с начальной
скоростью V_0 из орудия под
углом α к горизонту.



Выберем систему отсчета (СО)



Выбор координатной плоскости:

Ось y – вверх, ось x – горизонтально в сторону движения ядра. Начало отсчета координатной плоскости совместим с начальным положением ядра. Таким образом $X_0=0$; $Y_0=0$.


В евклидовом физическом пространстве перемещение тела по координатным осям x и y можно рассматривать независим.

Проекции начальной скорости на ось x и ось y .

$$V_{oy} = V_0 \sin \alpha$$

$$V_{ox} = V_0 \cos \alpha$$

Тело принимает участие
одновременно в двух движениях:
вдоль оси **OX** движется
равномерно;
вдоль оси **OY** движение
равноускоренное.



Предложите свою
модель этого
движения?

Докажем:

$$x = x_0 + V_{0x}t$$

+

$$y = y_0 + V_{0y}t + g_y t^2 / 2$$

=

=

ПАРАБОЛА

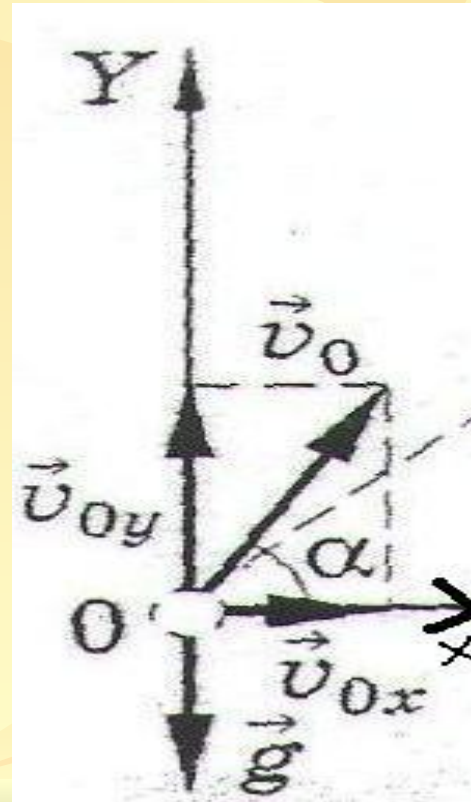
Запишите уравнения движения для координаты **X** тела в любой момент времени и для проекции его скорости на ось **OX**

$$X = V_x t \quad \text{при } X_0 = 0$$

$$X = V_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$V_x = \text{const}$$

$$V_x = V_0 \cos \alpha$$



Запишем уравнения движения для
координаты **Y** тела в любой
момент времени и для проекции
его скорости на ось **OY**

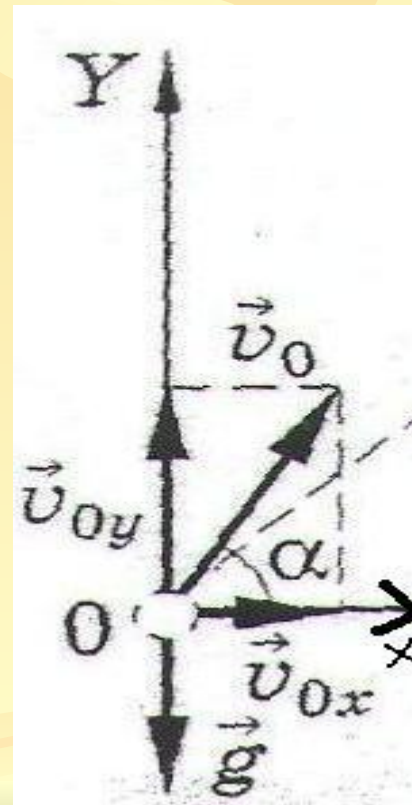
$$Y = Y_0 + V_{0y} \cdot t + g_y \cdot t^2 / 2$$

$$V_y = V_{0y} + g_y t$$

$$Y_0 = 0 \quad g_y = -g \quad V_{0y} = V_0 \sin \alpha$$

$$Y = V_0 \sin \alpha \cdot t - g t^2 / 2$$

$$V_y = V_0 \sin \alpha - g t$$



Решим систему уравнений:

$$X = V_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$Y = V_0 \sin \alpha \cdot t - gt^2/2$$

$$Y = Y(x) - ?$$

$$t = \frac{X}{V_0 \cos \alpha}$$

$$Y = V_0 \sin \alpha \cdot \frac{X}{V_0 \cos \alpha} - g \left(\frac{X}{V_0 \cos \alpha} \right)^2 / 2$$

Что же является траекторией движения $Y(x)$?

$$Y = \sin\alpha \cdot \frac{x}{\cos\alpha} - g \left(\frac{x}{V_0 \cos\alpha} \right)^2 / 2$$

Обозначим:

$$a = \sin\alpha / \cos\alpha$$

$$b = g/2 (1/V_0 \cos\alpha)$$

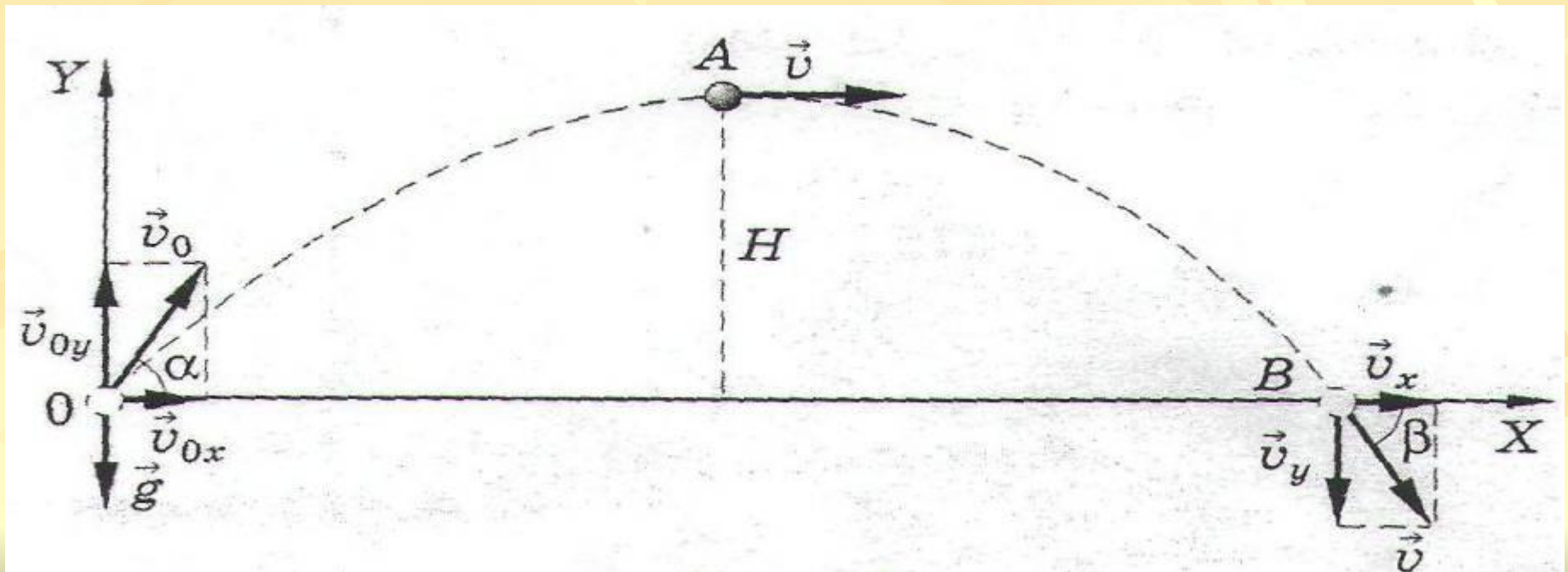
Или $y = ax - bx^2$

$Y(x)$ является **ПАРАБОЛОЙ**

Для точки **A** имеем $V_{YA}=0$, $Y_A=H$

Время подъема: $t_A = \frac{V_0}{g} \sin \alpha$

Высота подъема: $H = V_0^2 \sin^2 \alpha / 2g$

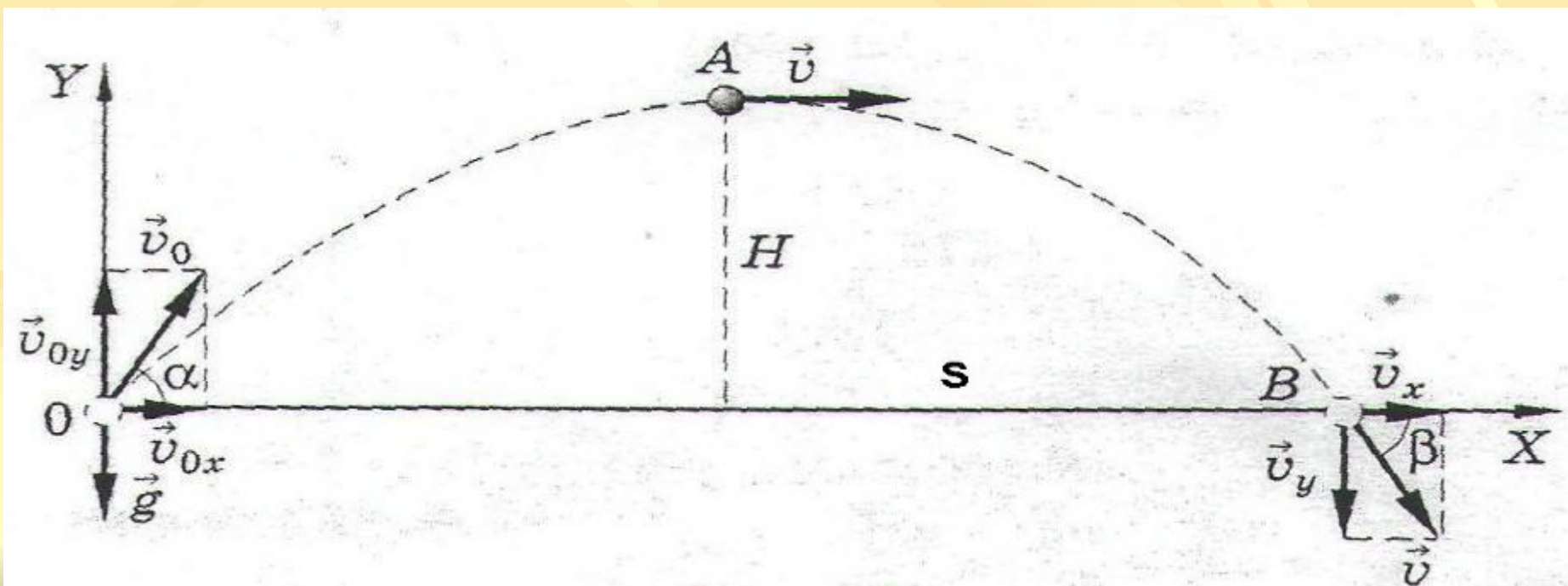


Для точки **В** выполняются условия

$$X_B=S, Y_B=0;$$

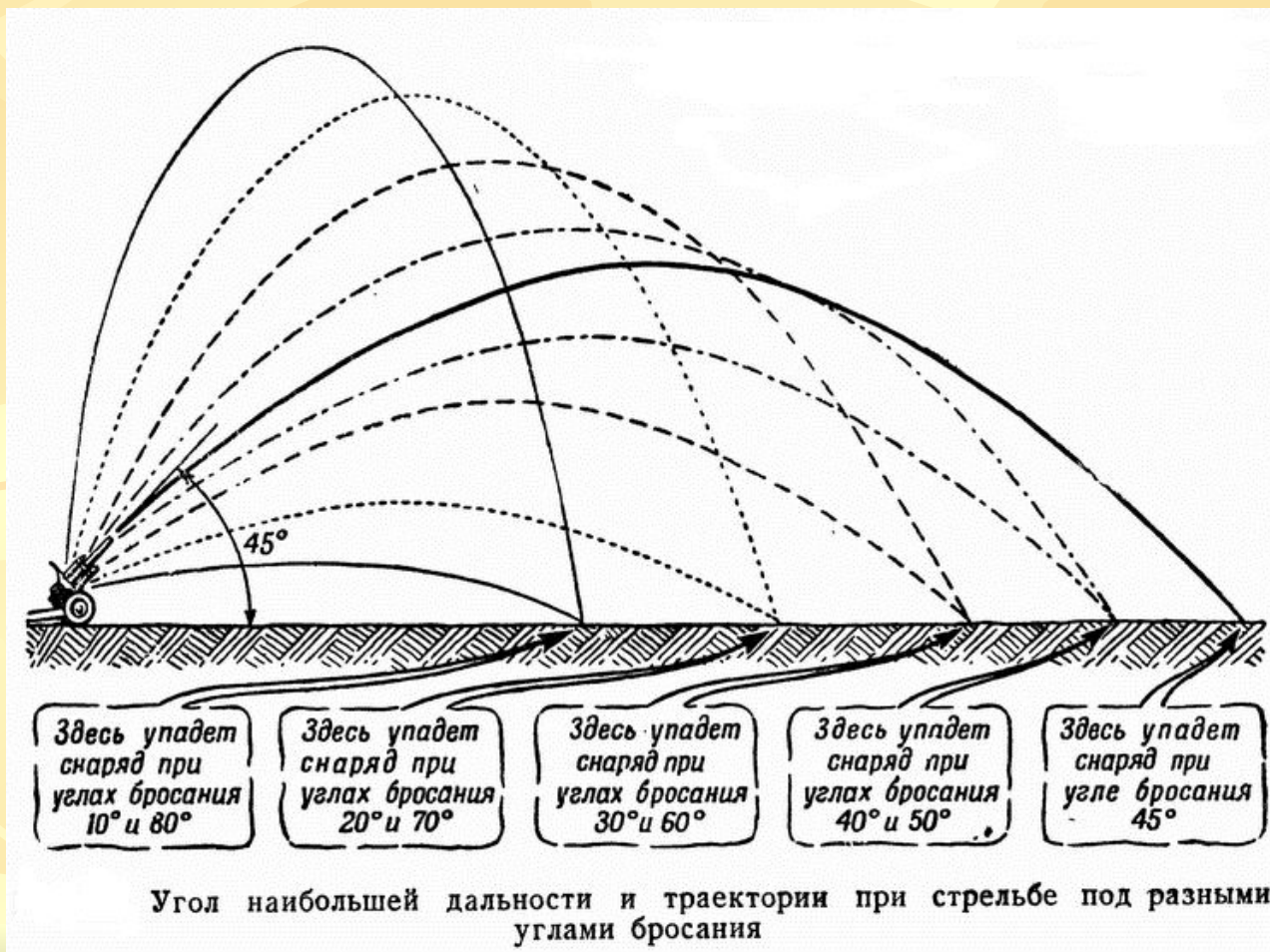
Время движения(полета): $t_B = \frac{2V_0}{g} \sin\alpha$

Дальность полета: $S = \frac{V_0^2}{g} \sin 2\alpha$



При заданной начальной скорости V_0 наибольшая дальность полета будет при $\sin 2\alpha = 1$, т.е. при угле бросания 45°

$$S_{\max} = \frac{V_0^2}{g}$$

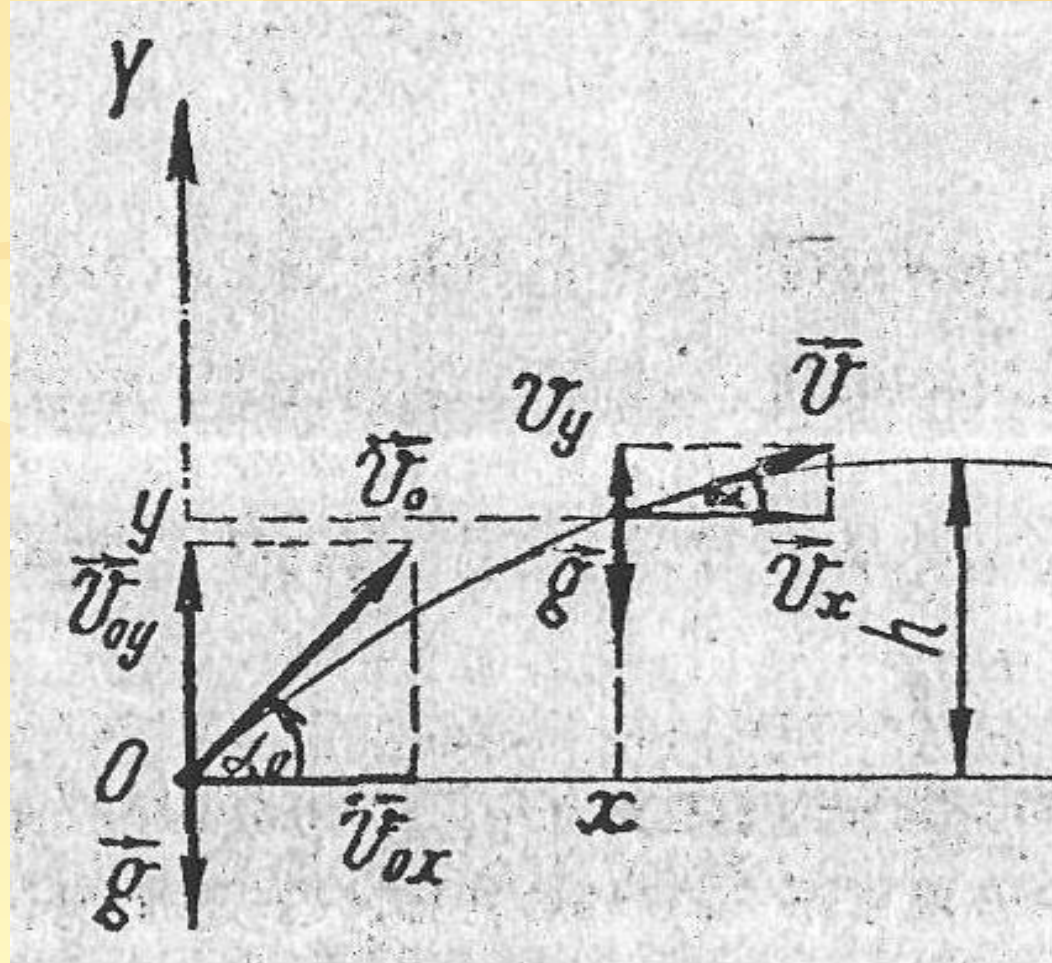


Определим модуль и направление вектора скорости:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

$$V_x = V_0 \cos \alpha$$

$$V_y = V_0 \sin \alpha - gt$$

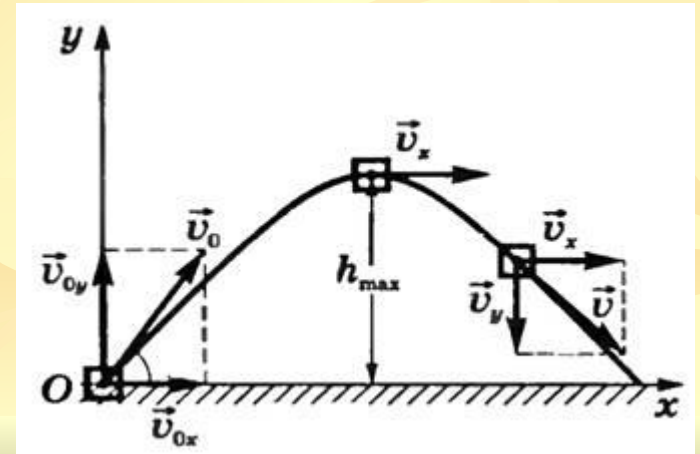


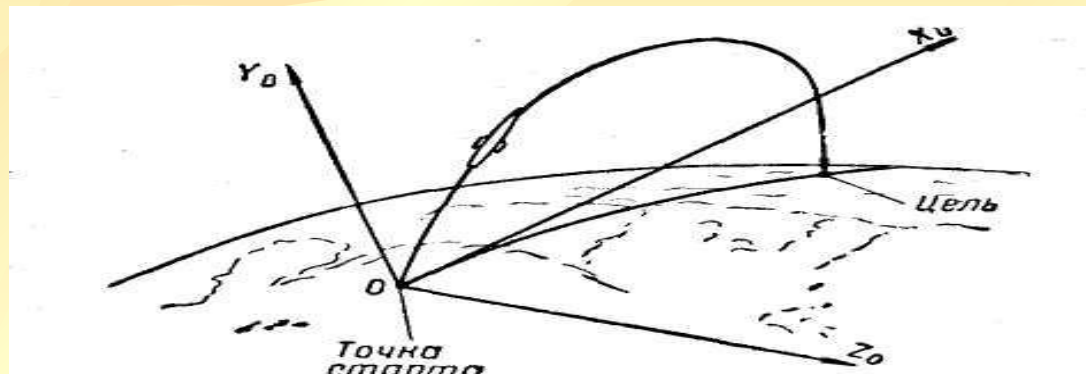
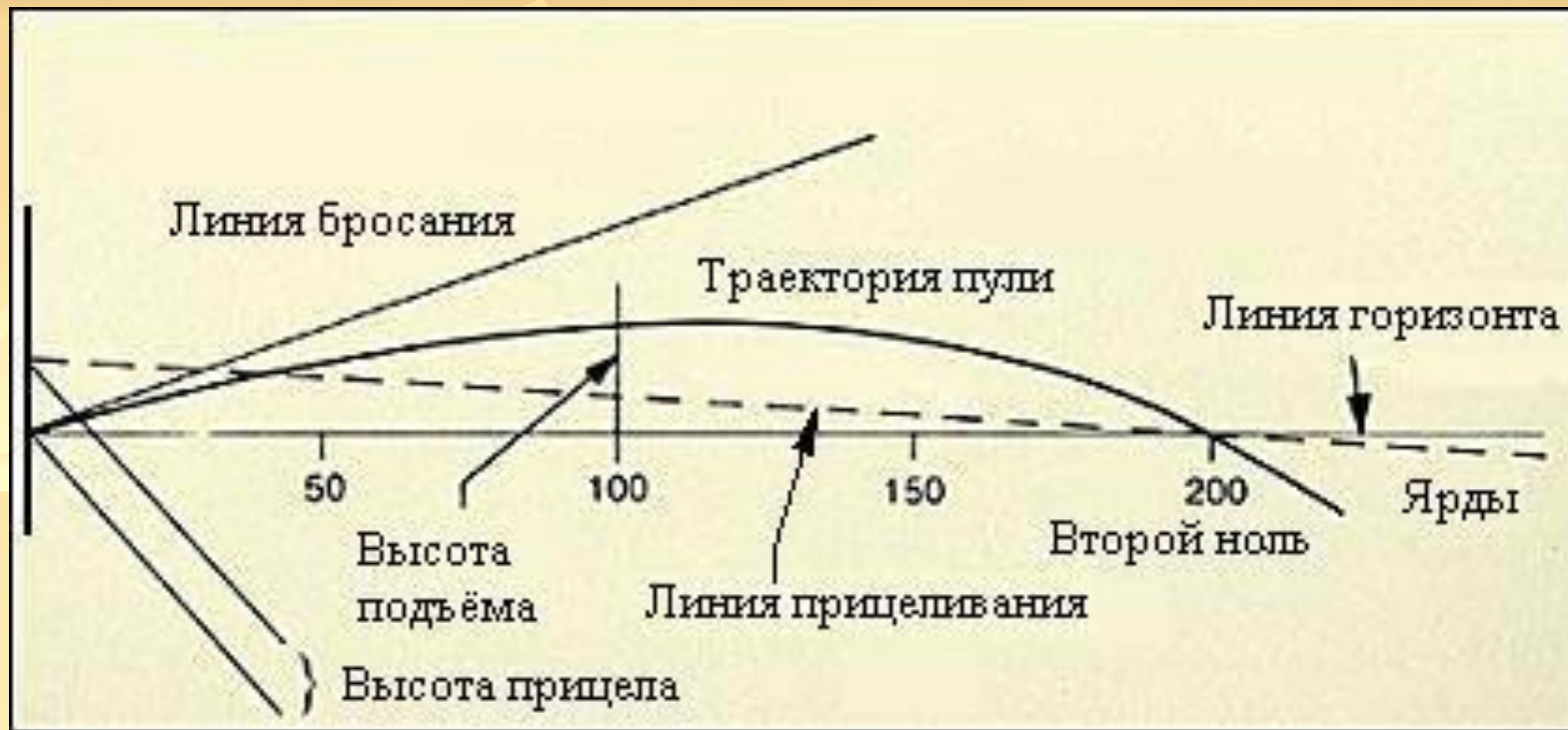
модуль вектора скорости в любой момент времени:

$$V = \sqrt{V_0^2 \cos^2 \alpha + (V_0 \sin \alpha - gt)^2} = \\ = \sqrt{V_0^2 - 2V_0gt \cdot \sin \alpha + g^2t^2}$$

Направление вектора скорости в любой момент времени найдем из формулы:

$$\operatorname{tg} \alpha = V_y / V_x = \frac{V_0 \sin \alpha - gt}{V_0 \cos \alpha}$$





ИТОГИ УРОКА:

$$V_{0x} = V_0 \cos \alpha$$

$$V_{0y} = V_0 \sin \alpha$$

$$x = (V_0 \cos \alpha_0) t$$

$$y = (V_0 \sin \alpha_0) t - gt^2/2$$

$$V_x = V_0 \cos \alpha$$

$$V_y = V_0 \sin \alpha - gt$$

$$t_{\text{полета}} = 2V_0 \sin \alpha / g$$

$$t_{\text{подъема}} = V_0 \sin \alpha / g$$

$$L = S = V_0^2 \sin 2\alpha / g$$

$$L_{\text{max}} = S_{\text{max}} = V_0^2 / g$$

$$h = V_0^2 \sin 2\alpha / 2g$$

$$H_{\text{max}} = V_0^2 / 2g \text{ при } \alpha = 45^\circ$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

$$\text{tg} \alpha = V_y / V_x$$