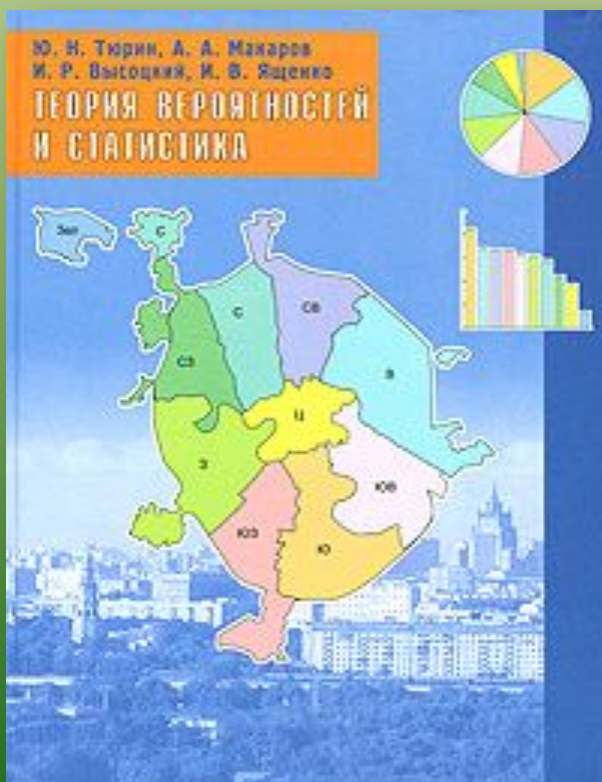


# Математическое описание случайных явлений



## *Решения задач*

Проект учащихся 8А класса  
ГОУ СОШ №420 ЮАО г. Москвы  
**Руководитель:** учитель математики  
*Афанасьева Светлана Викторовна*

# пункт 31. Опыты с равновозможными элементарными событиями

№1

№2

№3

№4

№5

№6

№7

**№8**

№9

№10

№11

№12

№13

№14

№15

№16

№17

№18

№19



## Пункт 31 №1.

Бросают одну игральную кость.  
Вычислите вероятность события:

а). «выпало четное число очков»

$$(2,4,6), \text{ значит } P=3/6=1/2$$

б). «выпало число очков, кратное трем»

$$(3,6), \text{ значит } P=2/6=1/3$$

в). «выпало число очков, большее 3»

$$(4,5,6), \text{ значит } P=3/6=1/2$$

г). «выпало число очков, кратное 7»

$P=0$ , так как этому событию  
не благоприятствует ни одного элементарного события



## Пункт 31 №2.

Бросают одну игральную кость.

Вычислите вероятность события:

а). «выпавшее число очков является делителем числа 12»;

(1,2,3,4,6), значит  $P=5/6$

б). «выпавшее число очков кратно 5»;

(5), значит  $P=1/6$

в). «выпавшее число очков является простым числом»

(2,3,5), значит  $P=3/6=1/2$

В этой задаче все события выпадения комбинаций чисел на кости равновозможны, т.е. имеют равные шансы выпадения.

А сумма элементарных событий равна 6.

Значит, вероятность одного события равна  $1/6$ .



## Пункт 31 №3.

Бросают симметричную монету 2 раза. Равные ли вероятности имеют события «два раза выпал орел» и «один раз выпал орел, а другой — решка»? Найдите вероятности этих событий.

Всего может быть 4 элементарных события :

ОО, РР, ОР,

РО .

1) вероятность того, что выпадет **ОО** равна  $1/4$ .

2) вероятность того, что выпадет **один раз орел, а другой-решка** равна  $2/4$ , так



## Пункт 31 №4.

Бросают две игральных кости: желтую и зеленую.  
Вычислите вероятность события:

- а). «сумма очков на обеих костях равна 7»;
- б). «сумма очков на обеих костях равна 11»;
- в). «на желтой кости выпало больше очков, чем на зеленой»;
- г). «числа очков на костях различаются не больше чем на 2»;
- д). «произведение очков на обеих костях равно 10»;
- е). «сумма очков на обеих костях делится на 3».



# Решение пункта А)

• А)

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6
4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6
5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6
6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6

Всего 36 элементарных событий, из них благоприятных событий 6.

Значит, **вероятность** того, что **в сумме выпадет 7 очков**, равна  $6/36=1/6$ .

# Решение пункта Б)

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6
4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6
5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6
6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6

Всего 36

элементарных  
событий, из них

благоприятных  
событий 2.

Значит, вероятность  
того, что **сумма очков  
на обеих костях  
равна 11**, составляет  
 $2/36=1/18$ .



# Решение пункта В)

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6
4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6
5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6
6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6

Всего 36 элементарных событий, из них благоприятных событий 15.

Значит, **вероятность** того, что **на первой кости выпадет число очков большее чем на второй**, равна  $15/36=5/12$ .

# Решение пункта Г)

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6
4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6
5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6
6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6

**Всего 36** элементарных событий, из них  
**благоприятных событий 24.**

Значит, **вероятность** того, что **числа на костях**  
**отличаются не больше чем на 2**, равна  
 $24/36=2/3$ .

# Решение пункта Д)

Всего 36

элементарных событий,  
из них

благоприятных  
событий 2.

Значит,

вероятность того,  
что произведение  
очков на двух костях  
равно 10, равна  
 $2/36=1/18$ .

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6
4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6
5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6
6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6

# Решение пункта Е)

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6
4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6
5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6
6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6

Всего 36 элементарных событий,

из них благоприятных событий 12.

Значит, вероятность того, что сумма очков на двух костях делится на 3, равна

$$12/36 = 1/3.$$



## Пункт 31 №5.

Пятачок идет из своего дома к дому Винни-Пуха, а Винни-Пух идет из своего дома к дому Пятачка.

Каждый из них может выбрать наугад любую из дорожек. Найдите вероятность встречи для каждого случая

Обозначим дорожки  $X$  и  $Y$ , тогда

$XX, XY, YX, YY$ -элементарные

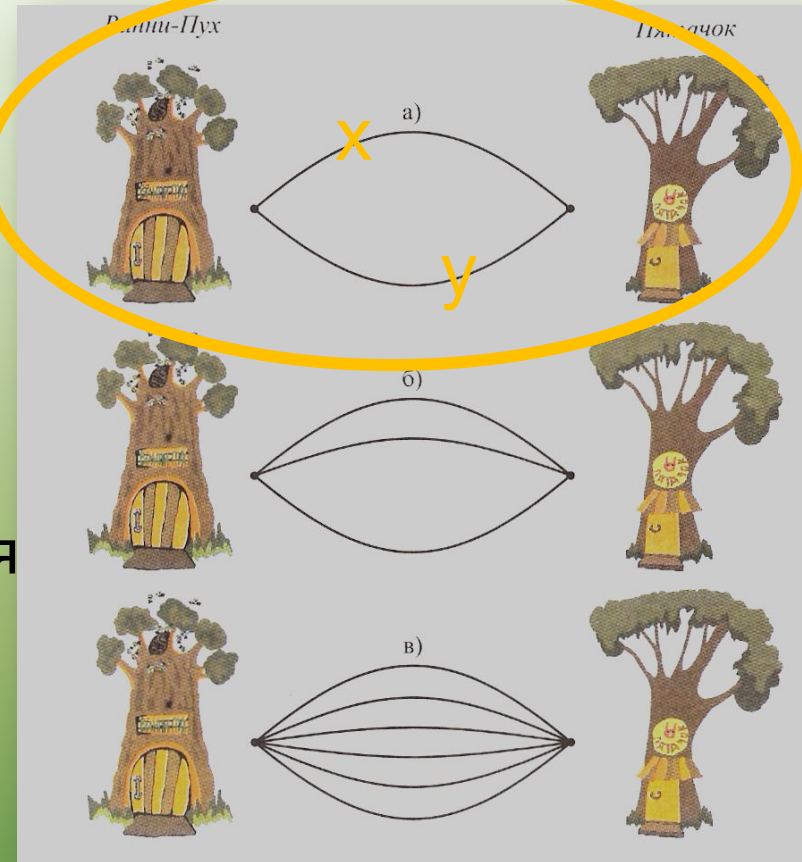
события

$XX, YY$ -благоприятные

события

$$P = 2/4 = 1/2$$

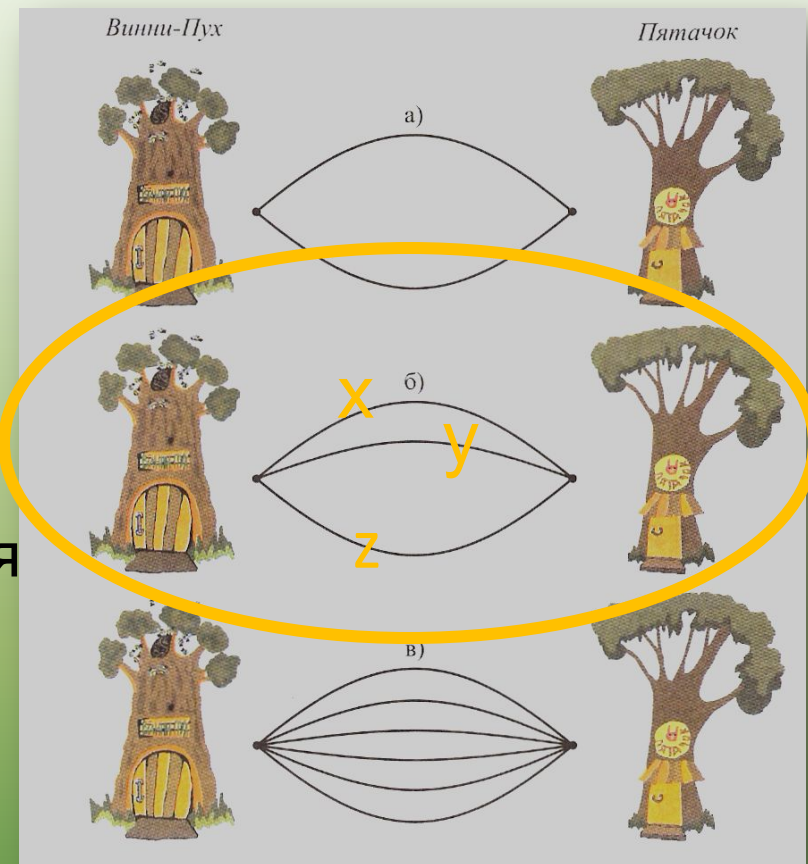
**Ответ: вероятность встречи**



## Пункт 31 №5.

Пятачок идет из своего дома к дому Винни-Пуха, а Винни-Пух идет из своего дома к дому Пятачка.

Каждый из них может выбрать наугад любую из дорожек. Найдите вероятность встречи для каждого случая



Обозначим дорожки  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ , тогда

$XX, XY, XZ, YX, YY, YZ, ZX, ZY, ZZ$  -элементарные события

$XX, YY, ZZ$ -благоприятные события

$$P=3/9=1/3$$

**Ответ: вероятность встречи**



## Пункт 31 №5.

Пятачок идет из своего дома к дому Винни-Пуха, а Винни-Пух идет из своего дома к дому

Пятачка.

Каждый из них может выбрать наугад любую из дорожек.

Найдите вероятность встречи для каждого случая

Количество дорожек **6**, тогда

элементарных событий  $6 \cdot 6 = 36$

(каждый из двух героев может выбрать любую дорожку

из 6) Благоприятных событий всего **6**

(оба выбирают первую дорожку, оба выбирают вторую....)

$$P = 6/36 = 1/6$$

**Ответ: вероятность встречи**

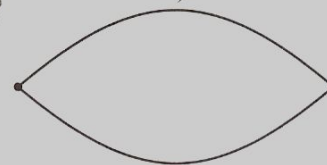
**1/6**

Винни-Пух

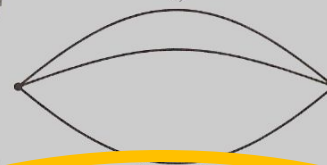
Пятачок



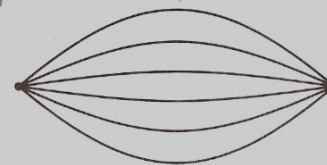
а)



б)



в)



## Пункт 31 №6.

В коробке лежат 24 одинаковые авторучки.  
Из них 13 красных, 5 зеленых, остальные — синие.

Продавец наудачу достает одну авторучку.

Найдите вероятности событий:

а) «извлеченная ручка красная»;

**Красных ручек 13, а всего ручек 24, значит  $P=13/24$**

б) «извлеченная ручка не зеленая»;

**«незеленых» ручек  $24-5=19$ , а всего ручек 24, значит  $P=19/24$**

в) «извлеченная ручка либо синяя, либо зеленая»;

**синих ручек  $24-(13+5)=6$ ,**

**синих и зеленых ручек  $6+5=11$ ,**

**а всего ручек 24, значит  $P=11/24$**

г) «извлеченная ручка либо красная, либо синяя».

**Либо красная, либо синяя, значит «не зеленая»,  
значит  $P=19/24$**





## П.31 № 7

В ящике лежат 20 синих и 16 красных карандашей .  
Продавец , не глядя, вынимает 1 карандаш . Найдите  
вероятность того, что этот карандаш окажется:  
а) синим; б) красным.

**$N=36$ - всего карандашей**

**$N(A)=20$ - количество синих карандашей**

**$N(B)=16$ - количество красных карандашей**

**а)  $P(A)=N(A)/N=20/36=5/9$**

**б)  $P(B)=N(B)/N=16/36=4/9$**



## Пункт 31 №8.

Миша покупает альбом (А), блокнот (Б) и тетрадь (Т).  
Продавец достает товары в произвольном порядке.  
Найдите вероятность того, что:

- а) сначала продавец достанет блокнот;
- б) продавец достанет альбом в последнюю очередь;
- в) продавец сначала достанет тетрадь, а в последнюю очередь—блокнот;
- г) альбом будет извлечен раньше, чем тетрадь.

Рассмотрим все возможные варианты извлечения товара

**АБТ    АТБ    БАТ    БТА    ТАБ    ТБА**

**общее число событий 6**


Теперь рассчитаем вероятность событий по формуле  $M/N$ , где «N» число всех событий, а «M» число благоприятных событий




## Пункт 31 №8.

Все возможные варианты извлечения товара  
**АБТ АТБ БАТ БТА ТАБ ТБА**  
общее число событий 6


а) сначала продавец достанет блокнот;

**БАТ БТА**   $2/6=1/3$

б) продавец достанет альбом в последнюю очередь;

**БТА ТБА**   $2/6=1/3$

в) продавец сначала достанет тетрадь, а в последнюю очередь—блокнот;

**ТАБ**   $1/6$

г) альбом будет извлечен раньше, чем тетрадь.

**АБТ АТБ БАТ**   $3/6=1/2$



## Пункт 31 №9.

На клавиатуре компьютера 105 клавиш.  
Найдите вероятность того, что обезьяна,  
нажав клавишу случайным образом,  
напечатает букву «А».



Вероятность того, что обезьяна,  
нажав клавишу случайным образом,  
напечатает букву «А» равна  $1/105$ .

1



Число нажатых клавиш за 1 раз.

105



Общее число клавиш.

*1/105- это вероятность каждого элементарного события.*



## Пункт 31 №10.

На день рождения к Паше пришли две Маши и два Саши.  
Все пятеро расселись за круглым столом.

Найдите вероятность того, что Паша сидит между двумя тезками.



Выберем за столом место для П ,  
напротив должны сидеть С1-С2 или  
С2-С1, М1-М2 или М2-М1 (4 варианта).

При этом рядом с ним соседи тоже  
могут меняться местами , значит,  
надо умножить на 2.

Но если П пересадить, то за круглым  
столом это не приведет к новым  
вариантам ,значит, **благоприятных  
вариантов  $4 \cdot 2 = 8$**

А сколько всего вариантов? Если посадить П и начать отсчет от него,  
например, против часовой стрелки, то на первое место претендуют 4  
человека, на следующее 3...

И вновь пересаживание П к новым вариантам не приведет . **Всего**

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

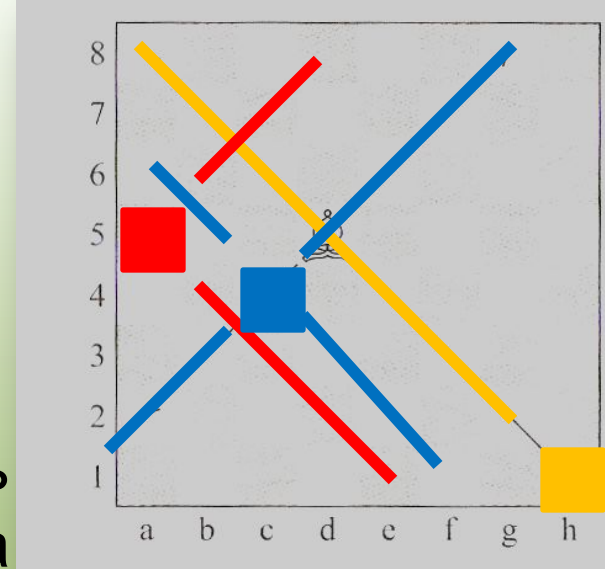
$$P = 8 / 24 = 1 / 3$$



## Пункт 31 №11.

Шахматный слон может за один ход перейти на любое число полей, двигаясь только по диагонали.

Шахматный слон случайным образом поставлен на доску. Найдите вероятность того, что он может за один ход перейти на поле:



а) h1; Из **64** клеток благоприятными являются **7**.

Это **a8, b7, c6, d5, e4, f3, g2** вероятность

б) a5; **7/64**

Из **64** клеток благоприятными являются **7**.

Это **b4, b6, c3, c7, d2, d8, e1** вероятность **7/64**

в) c4;

Из **64** клеток благоприятными являются **11**.

Это **a2, b3, d5, f6, g7, a6, b5, d3, e3, f1**

вероятность

**11/64**

## Пункт 31 №11.

Шахматный слон может за один ход перейти на любое число полей, двигаясь только по диагонали.

Шахматный слон случайным образом поставлен на доску. Найдите вероятность того, что он может за один ход перейти на поле:

г) d7;

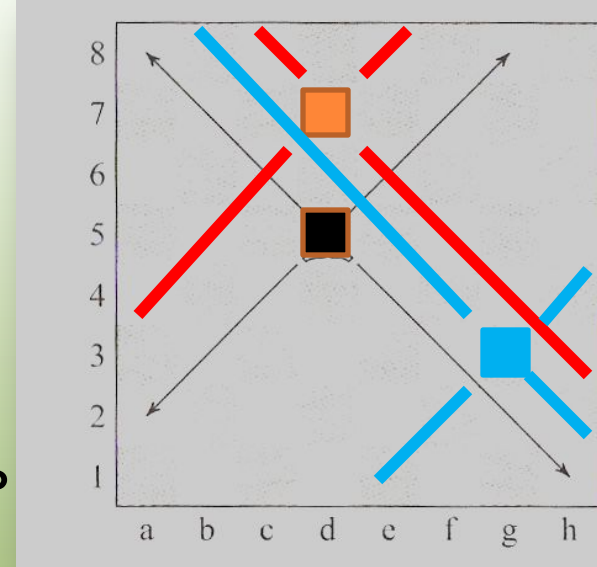
Из **64** клеток благоприятными являются **9**.

Это **a4, b5, c6, e6, c8, e6, f5, g4, b3** вероятность **9/64**

д) d5; Из **64** клеток благоприятными являются **13**.

вероятность **13/64**

е) g3. Из **64** клеток благоприятными являются **9**.



## Пункт 31 №12.

У Лены есть 4 книги писательницы Гонцовой:

**«Очки для крота», «Шило в мешке»,  
«Квадратное колесо» и «Полосатый огурец».**

Оля не знает, какие книги есть у Лены, но решила подарить Лене еще одну или две книги Гонцовой.

В магазине оказались книги

**«Шило в мешке», «Вагончик тронется»,  
«Акула в аквариуме» и «Квадратное колесо».**

Найдите вероятность того, что у Лены окажется

хотя бы две одинаковые книжки,

если Оля выбрала случайным образом;

а) одну книжку; б) две разные книжки.



- **Обозначим книги:**
- **«Шило в мешке» - Ш**
- **«Квадратное колесо» - К**
- **«Вагончик тронется» - В**
- **«Акула в аквариуме» - А**

**№12.** Найдите вероятность того, что у Лены окажется хотя бы две одинаковые книжки, если Оля выбрала случайным образом:

**а) одну книжку**

- По формуле  $N(A)=N(A)/N$ , где  $N(A)$ -число элементарных событий, благоприятствующих этому событию, а  $N$ - общее число элементарных событий, **A-событие.**
- Всего элементарных событий **4.** (*четыре книги в магазине*)
- Благоприятствующих элементарных событий **2.** (*в магазине две книги из тех, что есть у Лены*)
- Вероятность того, что у Лены окажется хотя бы две одинаковых книжки, равна **2/4**

- Обозначим книги:
- «Шило в мешке» - Ш
- «Квадратное колесо» - К
- «Вагончик тронется» - В
- «Акула в аквариуме» - А

**№12.** Найдите вероятность того, что у Лены окажется хотя бы две одинаковые книжки, если Оля выбрала случайным образом:

б) две разные книжки.

- По формуле  $P(A) = \frac{N(A)}{N}$ , где  $N(A)$ -число элементарных событий, благоприятствующих этому событию, а  $N$ - общее число элементарных событий,  $A$ -событие.

Оля может купить книги в таком порядке: ШК,ШВ,ША,КВ,КА,ВА.  
 Всего **6** элементарных событий.

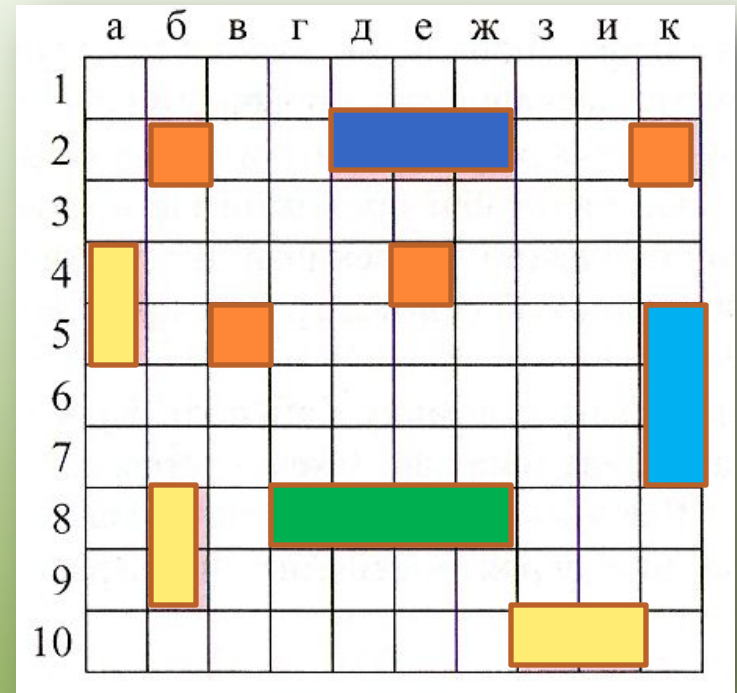
Благоприятствующих элементарных событий **5**. (когда есть Ш или К)

Вероятность того, что у Лены окажется хотя бы две одинаковые книжки **5/6**.



## Пункт 31 №13.

По правилам игры «Морской бой» на поле 10 x 10 клеток размещаются четыре однопалубных корабля (по одной клетке), три двухпалубных, два трехпалубных и один четырехпалубный



а). Найдите вероятность первым же выстрелом попасть в какой-нибудь из кораблей противника.

**Из 100 клеток благоприятными являются 20.**

**Вероятность  $1/5$ .**

б). Найдите вероятность первым же выстрелом попасть в четырехпалубный корабль.

**Из 100 клеток благоприятными являются 4. Вероятность  $1/25$ .**

в). Найдите вероятность первым же выстрелом попасть в



## Пункт 31 №14.

При игре в «Морской бой» после первого вашего выстрела противник сообщил, что вы подбили какой-то корабль (но не потопили его). Какова вероятность того, что вы попали а). в четырехпалубный корабль;

Из 16 клеток «многопалубных» кораблей благоприятными являются 4.

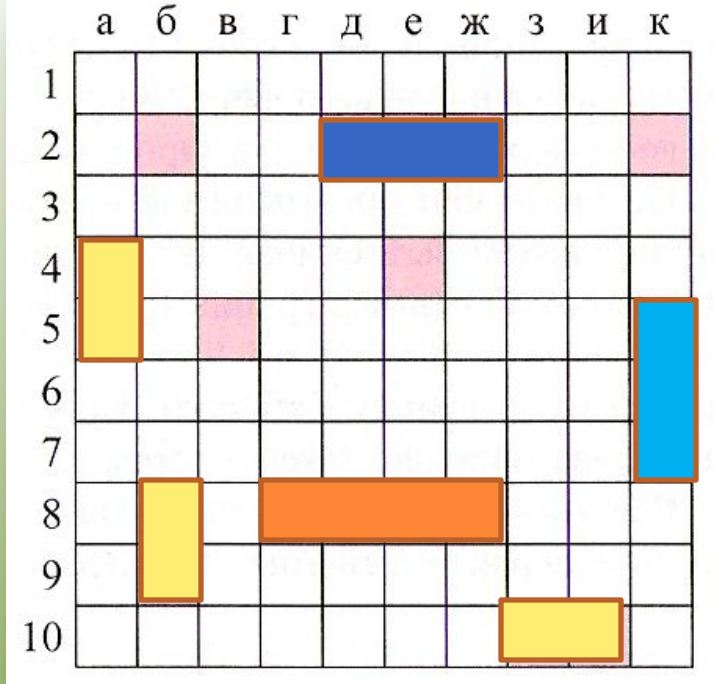
Вероятность  $1/4$ .

б) в трехпалубный;

Из 16 клеток «многопалубных» кораблей благоприятными являются 6. Вероятность

Из 16 клеток «многопалубных» кораблей  $6/16=3/8$ .

в) в двухпалубный? благоприятными являются 6. Вероятность  $3/8$



## Пункт 31 №13.

На рисунке показано положение в игре «Морской бой». Красным цветом показаны потопленные корабли противника.

У противника остался только один двухпалубный корабль, положение которого неизвестно.

Клетки, в которых нарисованы точки, — это клетки, по которым мы уже стреляли. В них не может быть корабля.

Считая равновозможными любые допустимые положения последнего корабля, найдите вероятность того, что вы попадете в него, выстрелив в поле:

а) к4; б) з1; в) к1; г) е7; д) е8.

В какое поле нужно выстрелить, чтобы вероятность подбить последний корабль была наибольшей?

	а	б	в	г	д	е	ж	з	и	к
1	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
2	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
3	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
4	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
5	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
6	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
7	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
8	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
9	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
10	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

Всего 7 возможных положений корабля

3 из 7 принадлежат двум кораблям. Вероятность  $\frac{1}{7}$ .



## Пункт 31 №16.

Надя складывала в коробочку только двухрублевые монеты. Однажды Ира взяла из коробочки несколько монет, заменив их монетами по одному рублю так, что общая денежная сумма осталась прежней. После замены вероятность наудачу вытащить



~~двухрублевую монету оказалась в 3 раза больше вероятности вытащить рублевую. Какую часть двухрублевых монет взяла Ира?~~

Пусть в коробке было  $a$  монет, Ира взяла  $v$  монет, тогда положила  $2v$  монет.

Вероятность вытащить двухрублевую монету  $(a-v)/(a+v)$  двухрублевых осталось на  $v$  монет меньше, а общее количество на  $v$  монет увеличилось.

Вероятность вытащить однурублевую монету  $(2v)/(a+v)$  *однорублевых появилось  $2v$  монет, при общем количестве  $a+v$  монет.*

$$(a-v) = 3(2v)$$

$$a = 7v$$

$$v/a = 1/7$$

Составим равенство  $(a-v)/(a+v) = 3(2v)/(a+v)$

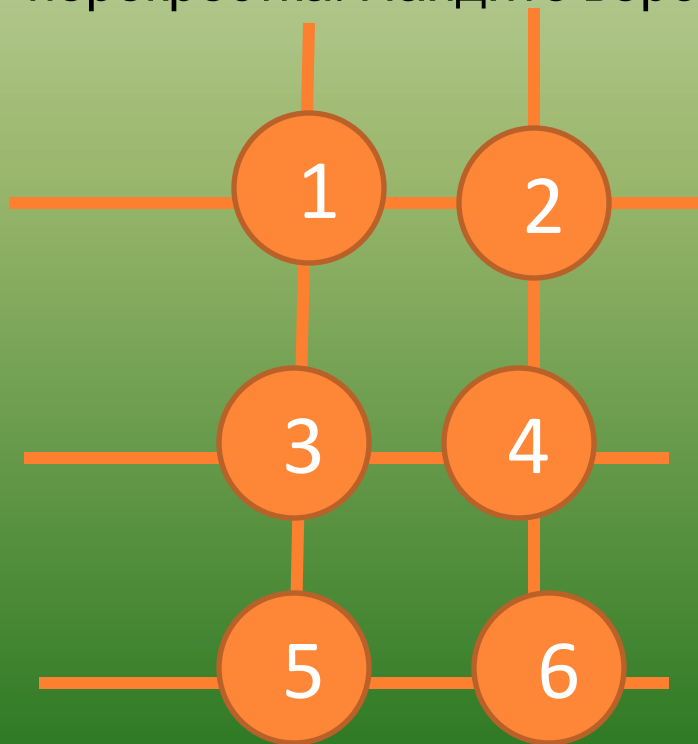




## Пункт 31 №17.

В городе N пять улиц. При этом две из них идут параллельно друг другу с севера на юг, а остальные проходят параллельно друг другу с запада на восток.

Любые две улицы разных направлений пересекаются. Утром два постовых случайным образом встали на два разных перекрестка. Найдите вероятность того, что они стоят на одной улице.



Первый постовой может встать на любой из **6** перекрестков, тогда второй на любой из **5**. Всего  $6 \cdot 5 = 30$  вариантов.

Подсчитаем благоприятные варианты.

Первый встал на любой из **6** перекрестков, тогда в каждом случае для второго будут **3** возможных места:

**1**-235; **2**-146; **3**-145; **4**-236; **5**-136; **6**-245

$6 \cdot 3 = 18$  благоприятных вариантов

Вероятность  $18/30 = 3/5$



## Пункт 31 №18.

Одно время на улицах и вокзалах профессиональные игроки предлагали прохожим испытать удачу в простой игре. Зажав в кулаке обычный носовой платок так, что наружу высовывались только четыре уголка, игрок просил прохожего взять два любые конца и потянуть за них. Если прохожий вытаскивал два соседних угла, то он проигрывал. Если прохожий вытаскивал два противоположных угла, то он выигрывал. Найдите вероятность выигрыша прохожего и вероятность выигрыша игрока.



Вероятность выигрыша прохожего :  
Вытянув первым любой из уголков платка, прохожий из оставшихся 3 уголков должен вытянуть только один – противоположный.

Вероятность -  $1/3$ .

Вероятность того, что победит игрок

- все оставшиеся варианты:

$$1 - 1/3 = 2/3$$





## Пункт 31 №19.

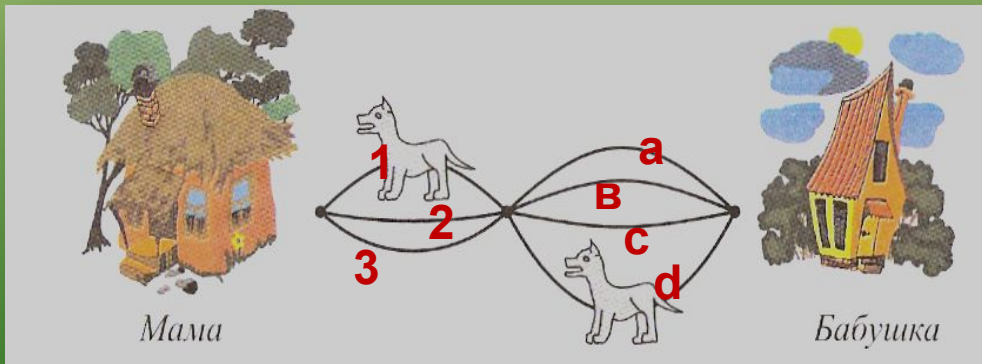
Красная Шапочка идет от домика мамы к домику бабушки. Красная Шапочка может идти только по дорожкам слева направо. Схема дорожек показана на рисунке. Дорожки Красная Шапочка выбирает наудачу. На двух дорожках девочку поджидают Волки. Найдите вероятность того, что Красная Шапочка на своем пути:

- а) встретит ровно одного Волка;
- б) встретит двух Волков;
- в) не встретит ни одного Волка;
- г) встретит хотя бы одного Волка.

Всего у Красной Шапочки  
 $3 \cdot 4 = 12$  вариантов

путей от домика мамы до  
домика бабушки.

Пронумеруем пути.



А) «Встретит ровно одного волка» - это события  
Б) «Встретит двух волков» - это события  
В) «Встретит ни одного волка» - это события  
Вероятность  $5/12$ :  
Вероятность  $6/12 = 1/2$ .

В) «встретит хотя бы одного волка» - это дополнение к событиям «встретит одного» и «встретит двух»

$$1 - (5/12 + 1/12) = 1/2$$

$$\text{Вероятность } 6/12 = 1/2.$$



# Авторы решения задач

- №1 Евдокимова Настя
  - №2 Присняков Михаил
  - №3 Курылёва Настя
  - №4 Евдокимова Настя
  - №5 Евдокимова Настя
  - №6 Лазарева Саша
  - №7 Ильин Дима
  - №8 Курылёва Настя
  - №9 Цыкова Юлиана
  - №10 Курылёва Настя
  - №11 Курылёва Настя
  - №12 Милехина Ксения
  - №13 Курылёва Настя
  - №14 Курылёва Настя
  - №15 Курылёва Настя
  - №16 Евдокимова Настя
  - №17 Евдокимова Настя
  - №18 Янко Алексей
  - №19 Евдокимова Настя
- На фотографиях учащиеся нашего класса на уроке компьютерного эксперимента по теории вероятностей**