

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ

Лекція 1: Загальні положення

-
- **Загальна методологія дослідження операцій**
 - **Предмет математичного програмування**
 - **Лінійне програмування**
-

Операція – дія або сукупність дій, підпорядкованих єдиному задуму та спрямованих на досягнення певної мети, яка має характер повторюваності, тобто багаторазовості.

Оперуюча сторона – сукупність осіб і технічних пристроїв, які прагнуть у даній операції досягнути певної мети. Може бути як одна так і кілька оперуючих сторін.

Стратегії – ті чи інші способи використання ресурсів, допустимі способи витрачання оперуючою стороною активних засобів, що є в її розпорядженні.

Допустимі – такі, що не виходять з межі технічних, організаційних, фізичних можливостей.

Діючі фактори операції – об'єктивні умови та обставини, які визначають особливості операції та безпосередньо впливають на її наслідки. Можуть бути:

- визначеними або невизначеними;
- контролюватися або не контролюватися оперуючою стороною.

При контролі діючих факторів оперуюча сторона має можливість керувати ходом операції.

Дослідження операцій – науковий метод, який надає кількісні методи для прийняття рішень по управлінню процесами прийняття рішень та видами людської діяльності.

Порівняння якості використання різних стратегій здійснюється за допомогою критеріїв ефективності (критеріїв оптимальності).

Станом операції у деякий момент часу називається сукупність її характеристик, які відображають об'єктивний стан справ.

Розв'язком називають конкретний набір значень контрольованих параметрів, які отримані у результаті аналізу моделей операції.

Оптимальні розв'язки – такі розв'язки, які за тим чи іншим критерієм кращі за інші.

Модель – такий матеріальний або уявно зображуваний об'єкт, який у процесі пізнання (вивчення) замінює оригінал, але зберігає деякі важливі для даного дослідження його типові риси.

Модель дозволяє виявляти найістотніші фактори, які формують ті чи інші властивості операції, надає можливість навчатися керуванню операцією, випробуючи різні варіанти керування на її моделях.

Модель необхідна для:

- щоб зрозуміти структуру конкретної операції, її основні властивості, закони розвитку та взаємодії із зовнішнім оточенням;
- щоб керувати операцією та визначати найкращі способи керування при заданих цілях і критеріях;
- щоб скласти прогноз про прямі та непрямі наслідки реалізації заданих способів та форм дій на операцію.

За ступенем відповідності оригіналу моделі:

- ізоморфні – строго відповідають оригіналу та дають про нього вичерпну інформацію;
- гомоморфні – відбивають лише істотні властивості оригіналу.

Етапи створення моделі:

- вивчення та аналіз причинно-наслідкових зв'язків;
- використання аналогій;
- проведення експериментів для виявлення та вивчення істотних змінних.

Процес створення моделі – моделювання:

- матеріальне;
- ідеальне.

Матеріальне:

- **Фізичне** – де реальній операції протиставляють її збільшену або зменшену копію, виконують перенесення властивостей розглянутих процесів із моделі на операцію на основі теорії подібності;

- **Аналогове** – побудоване на аналогії процесів і явищ, які мають різну фізичну природу, але формально описуються одними і тими самими математичними рівняннями, логічними схемами тощо.

Ідеальне:

- **Інтуїтивне** – ґрунтується на інтуїтивному зображенні операції, що не піддається формалізації або вона не потрібна;

- **Знакове** – використовує знакові перетворення будь-якого виду.

При побудові математичної моделі вихідними будуть лише ті властивості операції, які можна описати кількісно, і лише ті зв'язки між властивостями, що піддаються математичному опису.

Математичні моделі:

- Детерміновані – відбивають поведінку операції з позиції повної визначеності в подальшому та майбутньому;
- Ймовірнісні – ураховує вплив випадкових факторів на поведінку операції та оцінює майбутнє з позицій ймовірності чи інших подій;
- Ігрові – надає можливість вивчати конфліктні ситуації, в яких кожна зі сторін дотримується своїх поглядів, бажає одержати інформацію про наміри “суперника” і знайти вигоду з його помилок, діє у відповідності до існуючої обстановки.

Моделі розподіляються на дискретні та неперервні у залежності від області допустимих значень параметрів моделі.

Моделі стаціонарні, якщо її параметри не змінюються з часом. Якщо хоча б один параметр змінюється з часом – модель динамічна.

Етапи проведення дослідження операції:

- 1) Визначення цілей;
- 2) Складання плану розробки проекту, операції
- 3) Формулювання проблем
- 4) Побудова моделі
- 5) Розробка обчислювального методу
- 6) Розробка технічного завдання на програмування, програмування та відлагодження програм
- 7) Збір даних
- 8) Перевірка моделі
- 9) Реалізація результату.

Класи задач дослідження операцій:

- Управління запасами;
- Розподіл ресурсів;
- Ремонту та зміни обладнання;
- Масового обслуговування;
- Упорядкування та координації;
- Вибору маршруту;
- Пошуку;
- Змагання;
- Комбіновані.

Формулювання задачі управління запасами:

Існують певні запаси, витрати на зберігання яких є функцією їх величини. Відомі також витрати на доставку ресурсів. Треба визначити оптимальний розмір поставки, частоту та терміни надходження ресурсів, щоб сумарні витрати були мінімальні. Критерієм оптимальності є сума витрат на зберігання та поставку ресурсів.

Класифікація задач управління запасами:

- За кількістю періодів управління (поповнення запасів) – на однопериодні та багатопериодні;
- За характером поповнення запасів – із неперервною системою поповнення запасів (миттєве) і періодичне (із затримкою);
- За урахуванням попиту – на детерміновані і ймовірнісні (статичні);
- За кількістю типових ресурсів – на однопродуктові і багатопродуктові;
- За видом цільової функції – на задачі з пропорційними та непропорційними витратами.

Формулювання задачі розподілу ресурсів:

Можуть бути задані як роботи, так і ресурси або тільки роботи. Необхідно відшукати такий розподіл ресурсів, при якому максимізується спільний прибуток або результат чи мінімізуються витрати.

Класифікація задач ремонту та заміни обладнання:

1) За характером зміни обладнання

- Задача зміни обладнання довгострокового використання;
- Задача зміни обладнання з метою попередження відмов;
- Задачі вибору оптимального плану попереджувального ремонту та профілактичного обслуговування;

2) За характером урахування витрат на обладнання – на дискретні та неперервні

3) За виходом із ладу обладнання – на детерміновані та випадкові

4) За стратегією зміни обладнання

5) За часом урахування витрат на обладнання – з приведенням та без приведення витрат більш пізніх років до розрахункового.

Задачі масового обслуговування поділяють на:

- задачі аналізу – припускають оцінку ефективності функціонування систем при незмінних, наперед відомих вихідних характеристиках
- задачі синтезу – оптимізації – спрямовані на пошук оптимальних параметрів і характеристик функціонування.

Задачі упорядкування та координації пов'язані з визначенням оптимальної послідовності обробки виробів, масивів інформації. Їх відносять до комплексів операцій, що складаються з певної сукупності окремих операцій, які повинні виконуватися за часом у заданій послідовності.

Задачі вибору маршруту – до них відносяться задача вибору найкоротшого шляху, задача комівояжера, задача про максимальний потік.

Задачі пошуку складаються з відшукування найкращого набору отримання інформації, яка одночасно визначала б розв'язок. Критерієм у таких задачах є мінімум витрат двох видів: вартості отримання інформації та ціни помилки. В обмеженій задачі пошуку обсяг ресурсів, які виділені на пошук, є заданими, і задача полягає у розробці плану пошуку, якій мінімізує ціну помилки. У загальній задачі кількість ресурсів можна змінювати таким чином, що її метою є мінімізація сумарних витрат ресурсів і ціни помилки.

Змагальні задачі – клас задач, що виникають під час прийняття рішень в умовах конфліктів, незбігу інтересів.

Комбіновані задачі містять декілька типових задач одночасно.

Процес прийняття рішень:

- особа, що приймає рішення (ОПР);
- Множина змінних, значення яких вибирає ОПР, це керовані змінні, управління або стратегія;
- Множина змінних, які залежать від вибору стратегії – наслідки рішення;
- Множина змінних, значення яких не регулюються ОПР;
- Обмеження на управління та вихідні змінні;
- Цільова функція (критерій оптимальності), за допомогою якої оцінюються властивості рішення;
- Математична модель задачі прийняття рішень.

Позначимо:

c_k ($k = 1, \dots, l$) – незмінні кількісні характеристики операції;

x_j ($j = 1, \dots, n$) – незалежні керовані змінні;

y_r ($r = 1, \dots, s$) – незалежні некеровані змінні

Цільова функція, функція цілі, критерій оптимальності

$$Z = F(x_j, y_r, c_k) -$$

Базова задача оптимізації – загальна задача математичного програмування

$$Z^* = \text{extrem } F(x_j, y_r, c_k) \quad (1.1)$$

Обмеження ^{x_j}

$$g_i(x_j, y_r, c_k) \{ \leq \Rightarrow \} b_i, \quad (1.2)$$

$$i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n, r = 1, \dots, s, k = 1, \dots, l$$

g_i – функція витрати, b_i – величина i -го ресурсу

Класифікація задач математичного програмування:

- 1) Класичні задачі математичного програмування – що задовольняють сукупності ознак:
- неперервність (1.1) та (1.2) та існування в них неперервних частинних похідних до другого порядку включно;
 - відсутність серед обмежень (1.2) обмежень-нерівностей, що вимагає виконання умови $m < n$;
 - відсутність обласних обмежень виду $x_j > d_j$ та вимог невід'ємності змінних $x_j > 0, j = 1, \dots, n$;
 - відсутність вимог дискретності змінних.

Класичні задачі:

- задачі відшукування безумовного екстремуму;
- задачі відшукування умовного екстремуму.

2) Некласичні задачі математичного програмування – в цих задачах поряд з обмеженнями (1.2) звичайно присутня вимога невід'ємності всіх або деяких компонентів вектору X ;

Некласичні задачі:

- Спеціальні – для яких розроблені спеціальні методи розв'язку залежно від властивостей функцій (1.1) та (1.2)
- Неспеціальні.

Спеціальні некласичні задачі:

- Задачі лінійного програмування (ЗЛП);
- Задачі квадратичного програмування (ЗКП);
- Задачі опуклого програмування;
- Задачі сепарабельного програмування;
- Задачі геометричного програмування;
- Задачі дискретного програмування;
- Задачі стохастичного програмування.

Лінійне програмування – розділ математичного програмування, що вивчає задачу відшукування екстремуму лінійної функції кількох змінних при лінійних обмеженнях на змінні у вигляді рівнянь або нерівностей.

Задачі лінійного програмування (ЗЛП):

- Задача оптимального використання ресурсів виробництва;
- Задача оптимального вибору технологій;
- Задача про суміші;
- Задача про розкрій;
- Транспортна задача;
- Задача про призначення;
- Задача оптимізації міжгалузевих зв'язків.