ДРЕВНИЙ ЕГИПЕТ

Математика древнего Египта

Древний Египет.

- Самые ранние математические тексты, известные в наши дни, оставили две великие цивилизации древности - Египет и Месопотамия, или Междуречье. В V в. до н. э. знаменитый греческий историк Геродот писал: «Они [египетские жрецы] говорили, что царь разделил землю между всеми египтянами, дав каждому по равному прямоугольному участку; из этого он создал себе доходы, приказав ежегодно вносить налог. Если же от какого-нибудь надела река отнимала что-нибудь, то владелец, приходя к царю, сообщал о происшедшем. Царь же посылал людей, которые должны были осмотреть участок земли и измерить, на сколько он стал меньше, чтобы владелец вносил с оставшейся площади налог, пропорциональный установленному. Мне кажется, что так и была изобретена геометрия, которая затем из Египта была перенесена в Элладу».

Первые ученики.

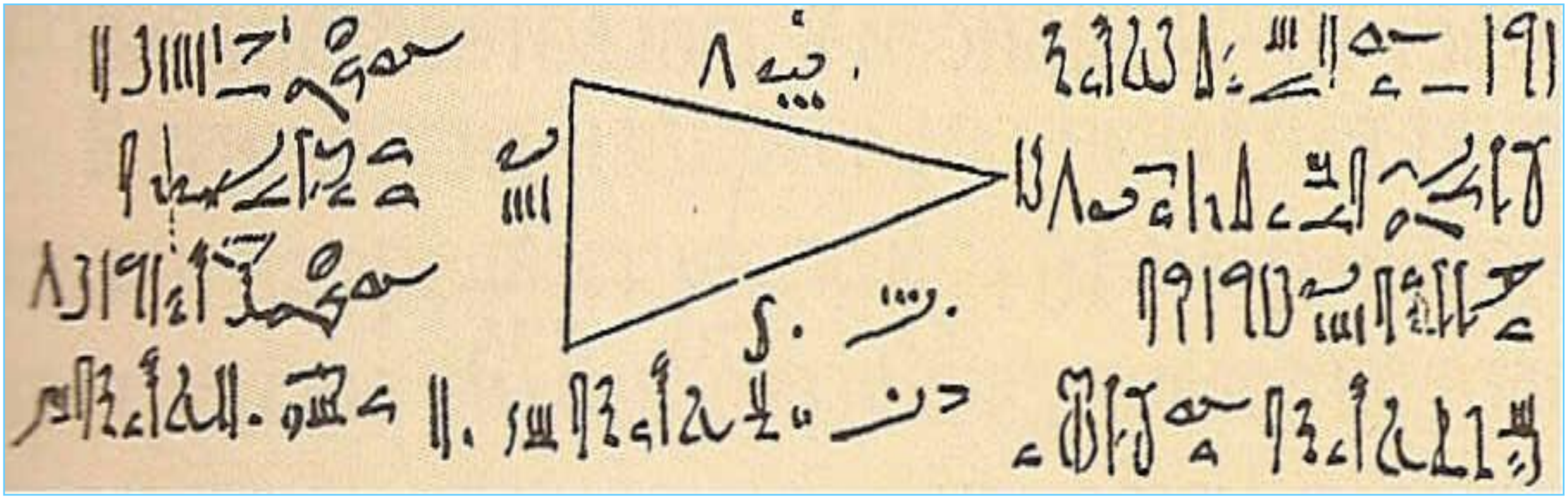
Источники, по которым можно судить об уровне математических знаний древних египтян:

- **Папирус Райнда**, названный так по имени своего первого владельца. Он был найден в 1858 г., расшифрован и издан в 1870 г. Рукопись представляла собой узкую (33 см) и длинную (5,25 м) полосу папируса, содержащую 84 задачи. Теперь одна часть папируса хранится в Британском музее в Лондоне, а другая находится в Нью-Йорке.
- **Московский папирус** - его в декабре 1888 г. приобрёл в Луксоре русский египтолог Владимир Семёнович Голенищев. Сейчас папирус принадлежит государственному музею изобразительных искусств имени А. С. Пушкина. Этот свиток длиной 5,44 м и шириной 8 см включает 25 задач.
- **«Кожаный свиток египетской математики»,** с большим трудом распрямлённый в 1927 г. и во многом проливший свет на арифметические знания египтян. Ныне он хранится в Британском музее.

Эти рукописи относятся к эпохе Среднего царства (ХХ-ХУІІ вв. до н. э.).

Московский папирус был переписан неким учеником между 1800 и 1600 гг. до н. э. С более древнего текста, примерно 1900 г. до н. э. А папирус Райнда переписал писец Ахмес около 1650 г. до Н. Э. Автор оригинала неизвестен, установлено лишь, что текст создавался во второй половине XIX в. до н. Э. «Кожаный свиток» датируется XIX-XVIII вв. до н. э.

Фрагмент папируса Райнда.



Задача из папируса Ринда (1700 г. до н.э.)

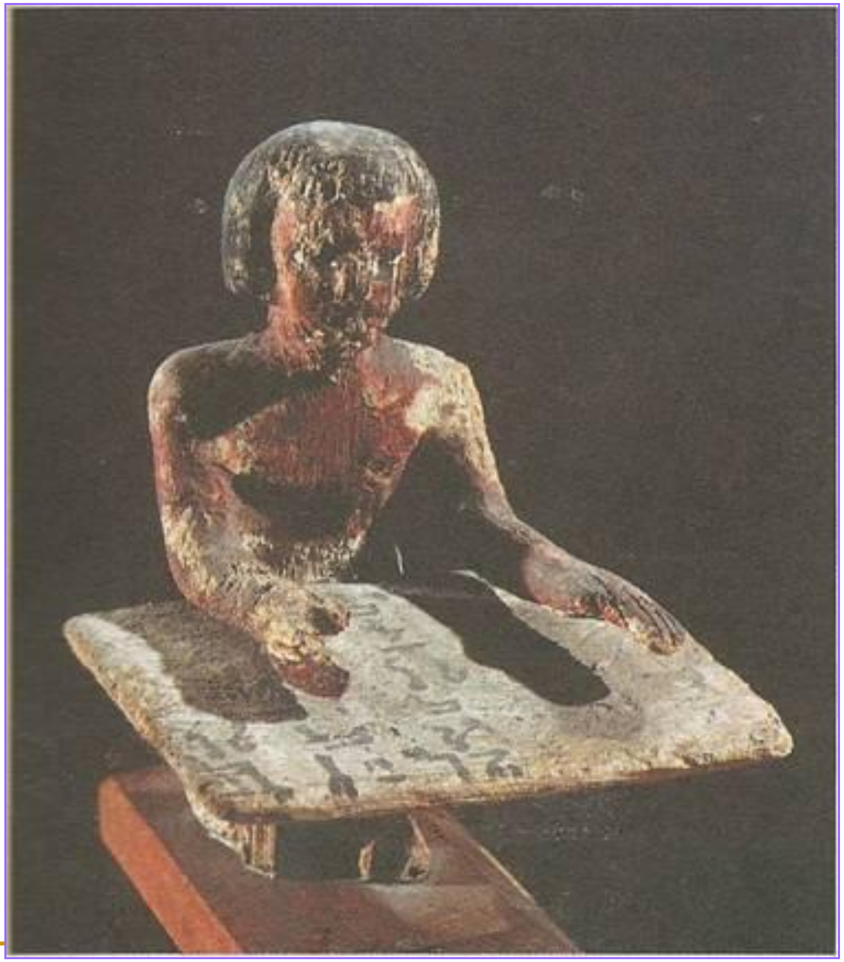
- **Задачи из папируса Ринда (1700 г. до н.э.)** Некий математик насчитал на выгоне 70 коров. «Какую долю от всего стада составляют эти коровы?» - спросил математик пастуха. «Я выгнал пастись две трети от трети всего стада», - отвечал пастух. Сколько голов скота насчитывается во всем стаде?
- Решение: Пусть x – число голов скота во всем стаде. Тогда: (2/3)*(1/3)x=70 (2/9)x=70 x = 315 Ответ: во всем стаде 315 голов скота.

- **Задача из акмимского папируса**.
- Некто взял из сокровищницы 1/13. Из того, что осталось, другой взял 1/17, оставив же он в сокровищнице 150. Сколько было в сокровищнице первоначально?
- Решение: В рукописи дробная часть ответа 172 21/32 дается в виде суммы дробей, числители которых равны 1, а именно: 1/2 + 1/8 + 1/48 + 1/96.

Задачи из папируса Ахмеса.

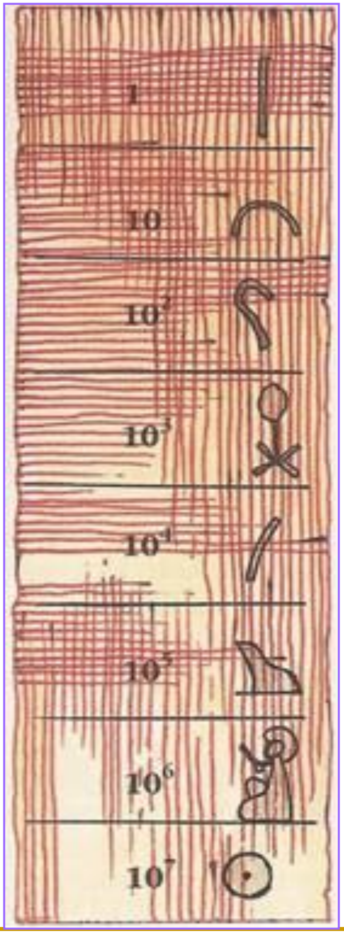
- Раздели 10 мер хлеба на 10 человек, если разность между количеством хлеба у каждого человека и ему предшествующего составляет 1/8 меры.
- *Решение*
- 10 мер хлеба автор разлагает на 10 членов арифметической прогрессии с разностью 1\8 и получает, что 10-й член прогрессии равен 1+9*1/2*1/8=25/16.

- У египтян измерения были главным занятием служащих земельного учета земледельцев, архитекторов. Основной единицей измерения был локоть, равный 52 см 3 мм. Это градуированная линейка, длиной 1 локоть, которая поделена на более мелкие единицы: 28 пальцев, длиной около 2 см и 7 пальм по 4 пальца, длиной 7см 5 мм.
- *Вопрос:* Сколько это локтей имеет основание пирамиды Хеопса? Считать, что 1 локоть 52 см.
- Ответ: 480 локтей



Методы вычислений.

- Решение уравнений с одним неизвестным, например 33-я задача из папируса Райнда: «Некое количество, его 2/3, его 1/2 и его 1/7, сложенные вместе, дают 37. Каково это количество?». Ответ 16 2/97 записан в аликвотных дробях: 16+1/56+1/679+1/776.
- При решении подобных задач для неизвестного использовали специальный иероглиф со значением «куча».



Геометрия страны пирамид.

- Египтяне брали кусок папируса и рисовали на нем чертеж пирамиды. Затем они выбирали место для постройки и намечали на нем основание, фундамент пирамиды. Сделать это нужно было так, чтобы пирамида не была кособокой и чтобы стороны её стороны смотрели на север, юг, восток и запад.
- Египтяне поступали так: они втыкали в землю отвесный шест. В полдень, когда тень от шеста была короче всего, она показывала им направление на север. Затем на земле они намечали линию “север – юг”. Далее они брали веревку с двумя колышками и проводили на земле дуги так, как показано на рисунке. Через точку пересечения дуг они натягивали веревку и проводили линию направления “восток – запад”. Линии “север – юг”, “восток – запад” пересеклись под прямым углом. Из планок египтяне делали себе угольник и намечали основание пирамиды. Можно было начинать строить. Для того чтобы каменные кубики, из которых складывалась пирамиды, становилась правильно, а не вкривь и вкось, египетские строители использовали отвес – веревочку с гирькой. На первый слой “кубиков”, отступив от краёв, накладывали второй, на второй третий и т.д. И так до верха, пока в последнем слое не останется всего один “кубик”.

Задачи египтян

- Перед пальмами в белых льняных одеждах стоит жрец. Он наблюдает за трудом земледельцев и про себя высчитывает: “Рабы и крестьяне собрали с полей, принадлежащих храму, 400 мешков пшеницы. 20 мешков нужно оставить для пропитания жрецам, 80 мешков – на корм быкам, 40 мешков – на похлебку рабам, 20 мешков – на семена. Сколько же мешков останется?”. Жрец задумывается, складывает, вычитает, наконец, подсчитывает: “240 мешков зерна можно продать”.
- “… Фараон повелел выстроить для себя дворец на берегу Нила, в тени пальмовой рощи. Строители собрались на совет, чтобы высчитать, сколько понадобится кирпичей для дворца его величества; сколько крестьян и рабов надо согнать на строительство; сколько времени будет продолжаться строительство…”

О формуле площади четырехугольника.

- В папирусе Райнда имеется правило для вычисления площади произвольного четырёхугольника: полусумму длин двух противоположных сторон четырёхугольника умножить на полусумму длин двух других сторон.

$$S = \frac{a+c}{2} \cdot \frac{b+d}{2}$$

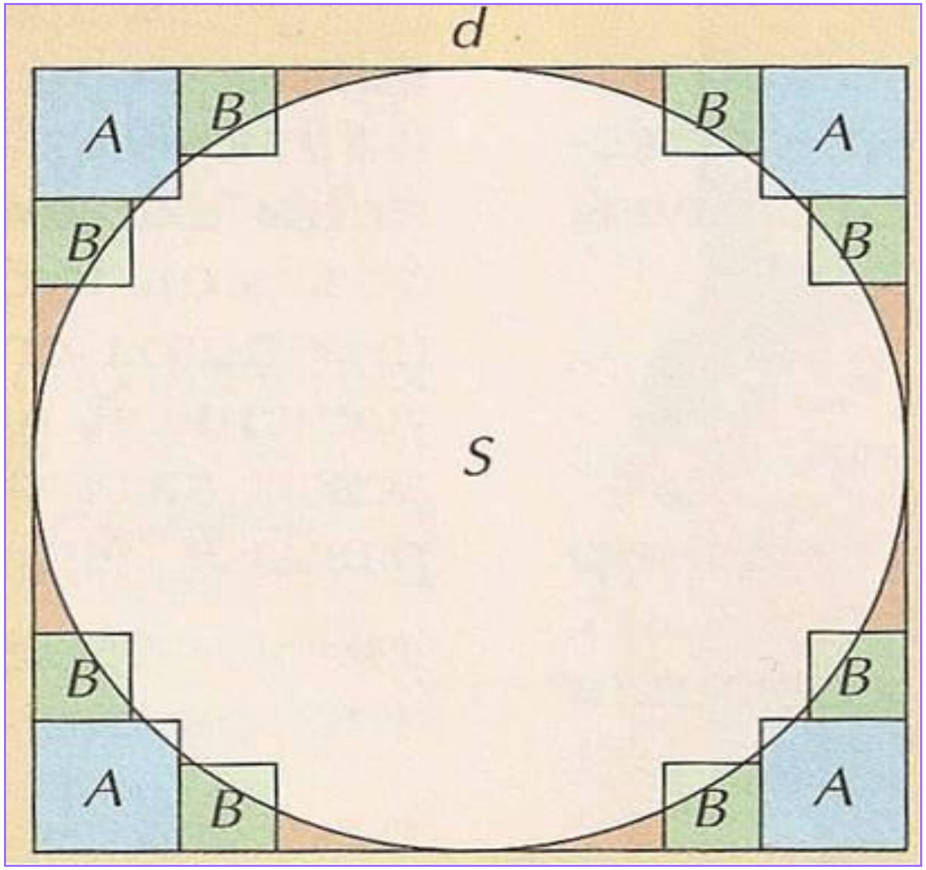
  Правило неверно! для параллелограмма оно не дает истинного значения площади. Если изготовить шарнирный прямоугольник, затем сжать его так, чтобы он превратился в параллелограмм, то длины сторон не изменятся, а площадь уменьшится. Для любого четырёхугольника со сторонами *a, Ь,* с, *d* имеет место неравенство

$$S \le \frac{a+c}{2} \cdot \frac{b+d}{2}$$

- В равенство оно превращается только для прямоугольника. Египетское правило справедливо (и то не точно, а лишь приближённо), когда четырёхугольник мало отличается от прямоугольника. Именно такую форму имело большинство земельных участков египтян.

Как могло появиться первое приближение числа П.

- ПО поводу формулы площади круга кажется весьма правдоподобной гипотеза автора многочисленных книг по истории математики А. Е. Раик: площадь круга диаметра *d* сравнивается с площадью описанного вокруг него квадрата, из которого по очереди удаляются малые квадраты со сторонами 1/6d и 1/9d



Как возникла шестидесятеричная система счисления.

- Шестидесятеричная система счисления, сложилась при торговых сделках между двумя древними народами, Месопотамии - шумерами и аккадиами. У шумеров «денежной единице служила мина - кучка серебра. Это крупная сумма, и при продаже недорогих товаров её делили пополам, а каждую половину - ещё на три части, так шестая часть мины использовалась при расчётах. У аккадиев была своя монета - шеккель. При сделках между шумерами и аккадиами шестая часть мины приравнивалась к 10 шеккелям, т. е. мина составляла 60 шеккелей.
- В результате появились знаки для чисел 1, 10, 60, 600, 3600- около 5 тыс. лет назад..

Как вавилоняне решали квадратные уравнения.

- На одной из клинописных табличек записана такая задача: «Множимое И множитель 2; 30». Речь в ней идёт о двух взаимно обратных величинах x и у (ху=1), сумма которых равна 2; 30, т. е. 2+ 30/60 = 2,5. Таким образом, ученику для решения предлагается система, которую в современной символике можно записать как

$$\begin{cases} x + y = a_1 \\ xy = b_1 \end{cases}$$

- где а = 2,5, Ь = 1. Далее в тексте таблички указывается, какие операции нужно проделать, чтобы получить ответ. Ниже приведено решение вавилонского вычислителя. Оно сопровождается двойным переводом записью данных и операций в десятичной позиционной системе и записью в современных буквенных обозначениях.
- Очевидно дается рецепт для решения квадратного уравнения $z^2 - az + b = 0$ к которому сводится система. Никаких пояснений в тексте нет, а то, что этот алгоритм носит общий характер, иллюстрируется большим числом однотипных задач.