



МАТЕМАТИКА И МУЗЫКА

Работу выполнила:
Клементьевская Марина
Валентиновна
МОУ «Общеобразовательная
гимназия №3», г.Архангельск

Научный руководитель:
Косарева Галина Николаевна,
учитель математики ВКК,
зав. кафедрой физики-математики,
Почётный работник общего
образования РФ

ВВЕДЕНИЕ



- Математика — самая абстрактная из наук, а музыка — наиболее отвлеченное из искусств, это высшие выразители науки и искусства.

Волошинов А.



ВВЕДЕНИЕ



Цель работы: провести параллель между математикой и музыкой.

Задачи:

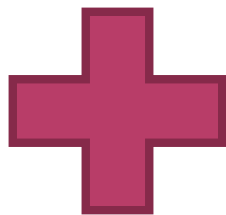
- 1) познакомиться с пифагорейским учением о связи между математикой и музыкой;
- 2) разобрать основные правила консонанса и доказать их математическую природу;
- 3) в ходе исследования проверить, действуют ли пифагорейские правила консонанса до сих пор;
- 4) доказать благотворное влияние изучения музыки на математические способности и наоборот.

Методы исследования:

- 1) поиск, анализ и синтез различных источников информации: книг, статей, Интернет-ресурсов;
- 2) математический анализ музыкальных аккордов;
- 3) анкетирование.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы состоит в том, что многие не понимают, что математика и музыка родственны. Родители не принимают во внимание тот факт, что музыкальное образование развивает способности к математике. Учитывая, что математика становится всё более популярным, но остаётся при этом не менее сложным предметом, ценность музыки и музыкального образования как вспомогательного должна повышаться.



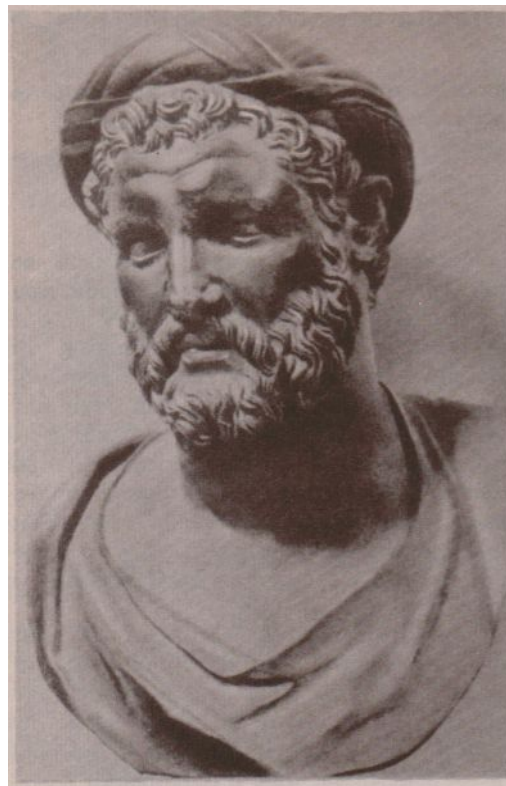
1. ПИФАГОР И ПИФАГОРЕЙСКОЕ УЧЕНИЕ

*Музыка, математика – сколь родственны они.
Имре Мадач (венгерский писатель)*



ПИФАГОР

- ◎ Пифагор — едва ли не самый популярный ученый не только в античности, но и в наши дни.

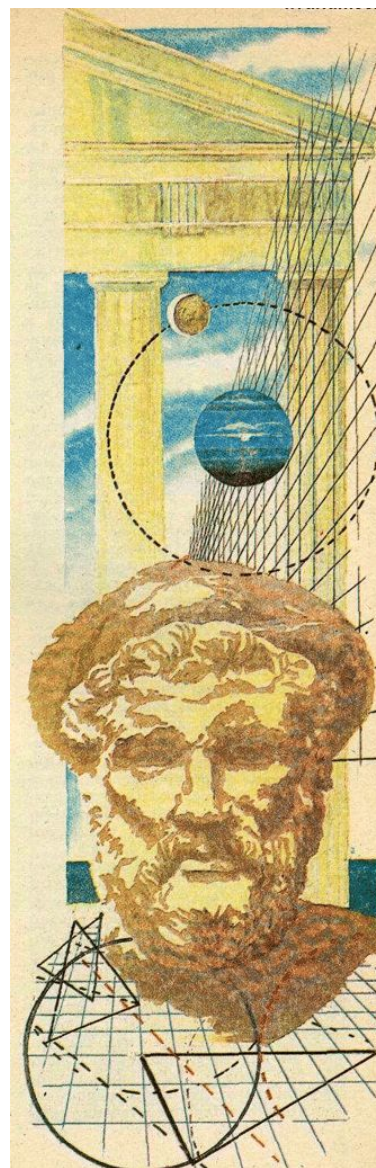


ЗАСЛУГИ ПИФАГОРА

- Пифагор учил математике, музыке, астрономии, медицине, принципам политической деятельности, этике и многому другому. Из его школы вышли выдающиеся политические и государственные деятели, историки, математики и астрономы.
- Числа, равные сумме своих делителей, воспринимались как совершенные; дружественными называли пары чисел, из которых каждое равнялось сумме делителей другого. Пифагор впервые разделил числа на четные и нечетные, простые и составные, ввел понятие фигурного числа. В его школе были подробно рассмотрены тройки натуральных чисел, у которых квадрат одного равнялся сумме квадратов двух других.
- Геометрия у Пифагора была подчинена арифметике. Это ярко проявилось в теореме, носящей его имя и ставшей в дальнейшем основой применения численных методов геометрии.
- Пифагору приписывают систематическое введение доказательств в геометрию, создание планиметрии прямолинейных фигур, учение о подобии.
- Пифагор одним из первых считал, что Земля имеет форму шара и является центром Вселенной.

ПИФАГОР

- В математике, в познании количественных отношений, видели пифагорейцы ключ к разгадке мировой гармонии, постижение которой и составляло смысл их жизни.



ПИФАГОРЕЙСКОЕ УЧЕНИЕ

- Отправным пунктом в пифагорейском учении о числе была музыка. Именно в музыке была впервые обнаружена таинственная направляющая роль чисел в природе. По преданию, сам Пифагор установил, что приятные слуху созвучия получаются лишь в том случае, когда длины струн, издающих эти звуки, относятся как целые числа первой четверки: $1:2$, $2:3$, $3:4$. Это открытие потрясло Пифагора и долго вдохновляло его учеников на поиски новых числовых закономерностей в природе.



ПИФАГОРЕЙСКОЕ УЧЕНИЕ

- С этого времени музыка, точнее теория музыки или учение о гармонии, занимает почетное место в пифагорейской системе знаний. «Музыкантов»-пифагорейцев интересовало не столько музыкальное искусство, сколько те математические пропорции и соотношения, которые, как считалось, лежат в основе музыки.
- Идея музыкальных соотношений настолько увлекла пифагорейцев, что они пытались обнаружить их всюду.



ПИФАГОРЕЙСКОЕ УЧЕНИЕ

- Музыка и астрономия были сведены пифагорейцами к анализу числовых закономерностей, т. е. к арифметике и геометрии. Все четыре дисциплины стали считаться математическими и называться одним словом — «математа».
- Термины «наука» и «искусство» в далекие времена античности практически не различались. Пифагорейцы называли математику и музыку родными сестрами. Музыка пронизана математикой, как и математика полна поэзии и музыки. Это прекрасно чувствовали древние греки.

ПИФАГОРЕЙСКИЙ ЗВУКОРЯД 🔊

- ◉ Гаммой, или звукорядом, называется последовательность звуков некоторой музыкальной системы, расположенных, начиная от основного звука, в восходящем или нисходящем порядке.
- ◉ Важнейшей характеристикой музыкального звука является его высота, представляющая отражение в сознании частоты колебания звучащего тела, например струны. Чем больше частота колебаний струны, тем «выше» представляется нам звук.



ПИФАГОРОВ ЗВУКОРЯД



- Согласованное сочетание двух звуков называется *консонансом*, а несогласованное — *диссонансом*.
- *Ладом* называется приятная для слуха взаимосвязь музыкальных звуков, определяемая зависимостью неустойчивых звуков от устойчивых, и прежде всего от основного устойчивого звука — тоники, и имеющая определенный характер звучания — наклонение.



ЗАКОНЫ ПИФАГОРА-АРХИТА

1. Высота тона (частота колебаний f) звучащей струны обратно пропорциональна ее длине l .
2. Две звучащие струны дают консонанс лишь тогда, когда их длины относятся как целые числа, составляющие треугольное число $10=1+2+3+4$, т. е. как 1:2, 2:3, 3:4.
3. Если в качестве цены деления шкалы монохорда взять отрезок l , равный $1/12$ длины струны монохорда l_1 , то вместе со всей струной монохорда длины $l_1 = 12l$ будут созвучны ее части длины $l_2 = 6l$ — звук на октаву выше ($l_2/l_1 = 1/2$), $l_3 = 9l$ — звук на квинту выше ($l_3/l_1 = 2/3$) и $l_4 = 8l$ — звук на кварту выше ($l_4/l_1 = 3/4$). Это созвучие и определяющие его числа 6, 8, 9, 12 назывались *тетрада* (четверка).

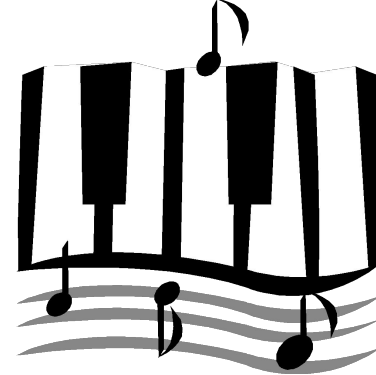


ВЫВОДЫ ПИФАГОРА-АРХИТА

- Квинта есть среднее гармоническое длин струн основного тона l_1 и октавы l_2 , а кварта — среднее арифметическое l_1 и l_2 .
- Октава есть произведение квинты на кварту.
- Октава так относится к квинте, как кварта к основному тону.
- Октава делится на два неравных консонансных интервала — квинту и кварту. Интервал, дополняющий данный интервал до октавы, называется его обращением.



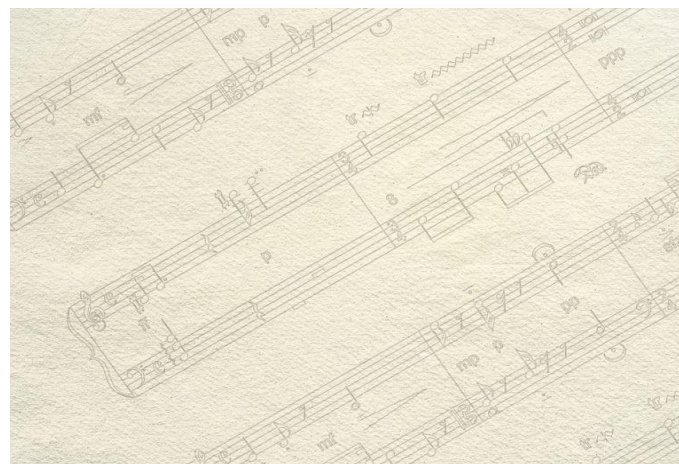
АЛГЕБРА ГАРМОНИИ - ТЕМПЕРАЦИЯ



- К 1700 г. немецкий органист Андреас Веркмейстер осуществил смелое и гениально простое решение: он отказался от совершенных и несовершенных консонансов — квинт, кварт и терций, оставив в первоизданной консонантной красе лишь одну октаву, и попросту разделил ее геометрически на 12 равных частей. Так в музыке восторжествовала *темперация* (лат. соразмерность), а новый двенадцатизвуковой строй был назван *равномерно-темперированным*.

АЛГЕБРА ГАРМОНИИ - ТЕМПЕРАЦИЯ

- Вначале, разумеется, были попытки улучшить чистый строй, который сохранял главный недостаток пифагорова строя: невозможность безболезненного перехода из тональности в тональность. Естественным желанием при решении этой проблемы было увеличить количество звуков в октаве.



АЛГЕБРА ГАРМОНИИ - ТЕМПЕРАЦИЯ

до	ре	ми	фа	соль	ля	си	до ₁	ре ₁	ми ₁	фа ₁	соль ₁	ля ₁	си ₁
1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2	9/4	5/2	8/3	3	10/3	15/4
	9/8	81/64	45/32	3/2	27/16	15/8	135/64		81/32	45/16		27/8	
		5/4	45/32	25/16	5/3	15/8	25/12	75/32	5/2		25/8		
			4/3	3/2	5/3	16/9	2	20/9	5/2	8/3			32/9
				3/2	27/16	15/8	2	9/4	5/2	45/16	3		
					5/8	15/8	25/12	20/9	5/2	25/9	25/8	10/3	
						15/8	135/64	75/32	5/2	45/16	25/8	225/64	15/4

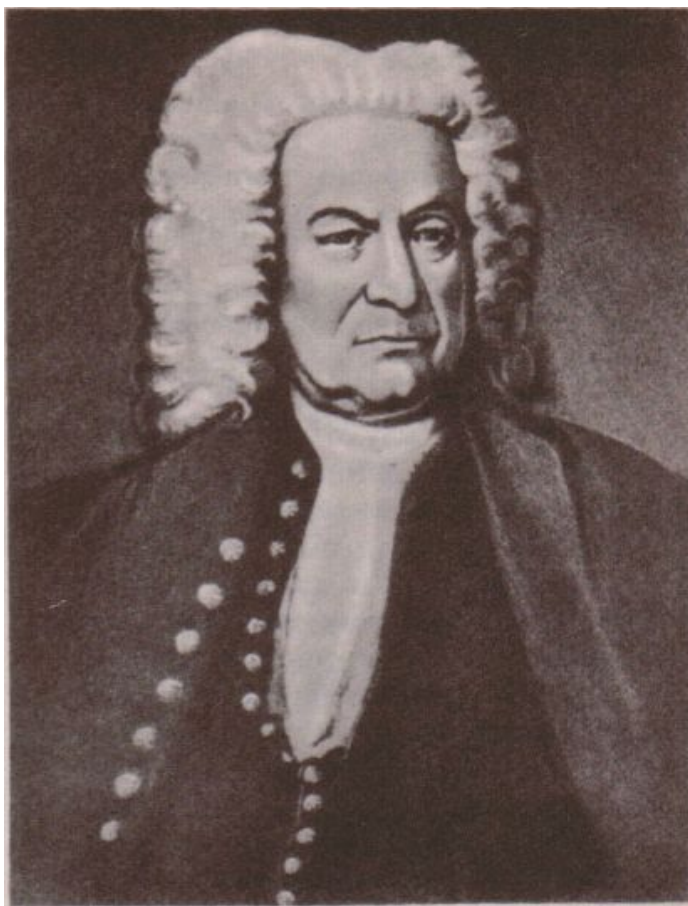
АЛГЕБРА ГАРМОНИИ - ТЕМПЕРАЦИЯ

- Сейчас трудно сказать, кому первому пришла идея равномерно разделить октаву на 12 равных частей. Идея эта была подготовлена самой логикой развития музыкального строя и, как говорят в таких случаях, носилась в воздухе. Но изложение этой идеи мы находим в энциклопедическом труде Мерсенна «Универсальная гармония».

АЛГЕБРА ГАРМОНИИ - ТЕМПЕРАЦИЯ

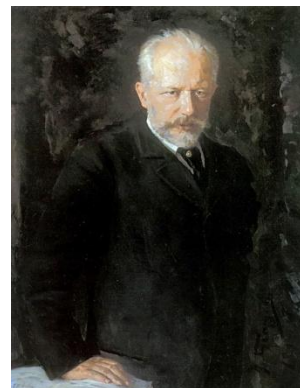
- Конечно, и в век Просвещения новое не всеми воспринималось восторженно. Выдающийся немецкий композитор Георг Фридрих Гендель не принял новшества. Отказ от совершенных консонансов возмущал его. К счастью, равномерная темперация нашла сторонника в лице сверстника Генделя, великого немецкого композитора и органиста Иоганна Себастьяна Баха.

ИОГАНН СЕБАСТЬЯН БАХ 📢



АЛГЕБРА ГАРМОНИИ - ТЕМПЕРАЦИЯ

- И все-таки является ли 12-звучовая равномерная темперация «абсолютной истиной» в музыке? Разумеется, нет! Спор Баха и Генделя продолжается. Музыкантов с особо тонким слухом раздражают «тупые» консонансы темперированного строя.
- Поиски новых равномерных темпераций продолжаются. Разработаны 24-, 48- и 53-звучовые равномерные темперации. На каждую из них специально написана музыка и сконструированы музыкальные инструменты. Но все они практического распространения не получили.



П.И.Чайковский



А.Н.Скрябин



С.Рихтер

График зависимости оценок по математике от занятий музыкой.

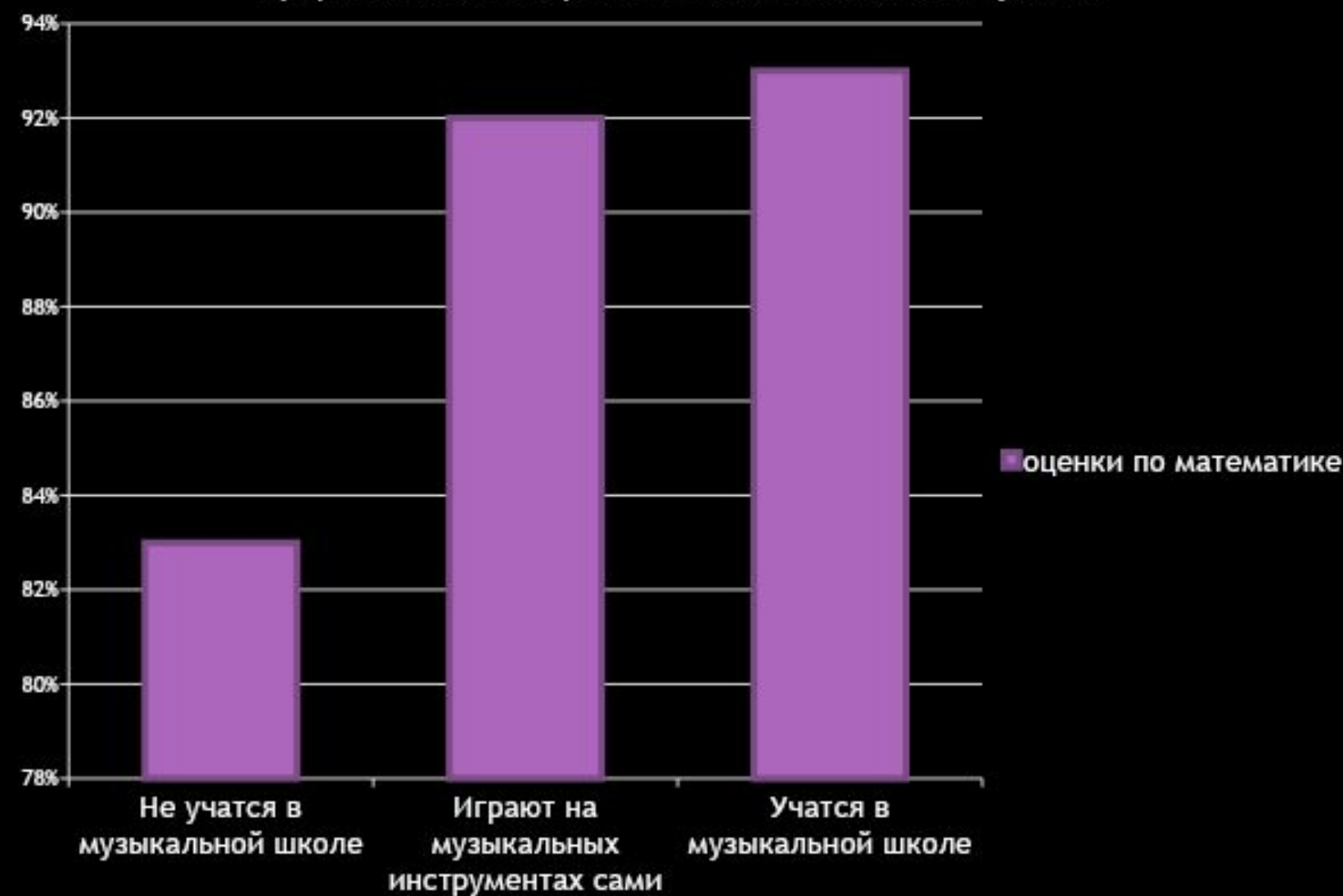
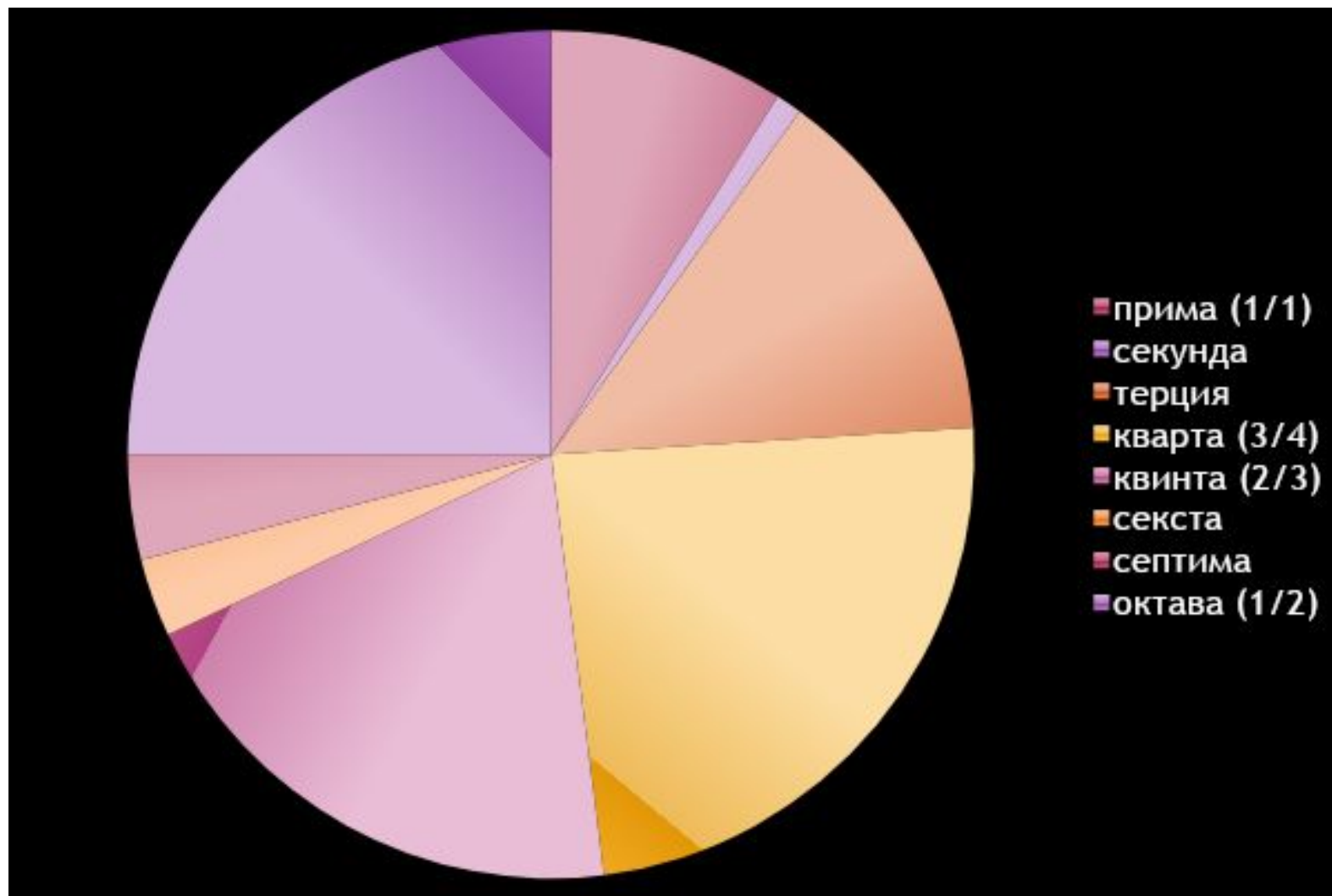


Диаграмма выбора интервалов

учащимися

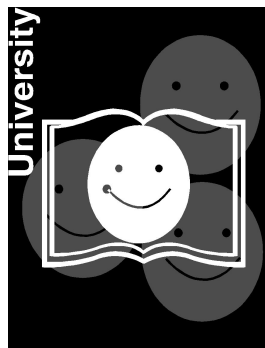


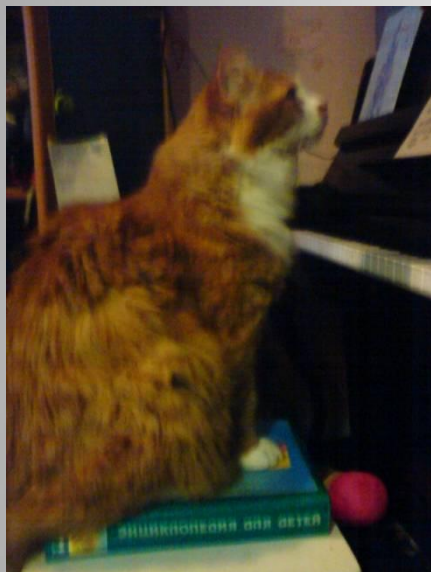
ЗАКЛЮЧЕНИЕ



В ходе работы мы познакомились с пифагорейским учением о математике и музыке; на основе его разработали правила построения консонанса, доказали его математическую природу; с помощью исследования показали, что и сегодня пифагорейская теория консонансов может быть использована; убедились, что занятия музыкой благотворно влияют на математические способности учащихся. Таким образом, цель работы достигнута.

В нашем исследовании мы провели параллель между двумя, казалось бы несовместимыми науками: музыкой и математикой.





СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ!

