Проект.

- Тема: «**Математика в спорте и музыке**»
- Автор: **Кривогузова Юлиана**
- Начать!

Ссылки.

- Смотреть по порядку
- Типы математики
- О Монохорде.
- Смотреть законы
- О колебаниях
- Появление обертонов
- Итог

- Темперация
- Ритм
- Такт. Размер.
- Математические ритмы
- Упорядочивание
- Текущее заключение

Список литературы

Законы…

В основу пифагорейской теории музыки легли два закона:

1. Две струны дают консонанс, если их длины относятся как целые числа, составляющие треугольное число 10=1+2+3+4, т.е. как ½, 2/3, ¾.
2. Высота тона определяется частотой колебания струны ω, которая обратно пропорциональна длине струны l:

$$\omega = \alpha / l$$

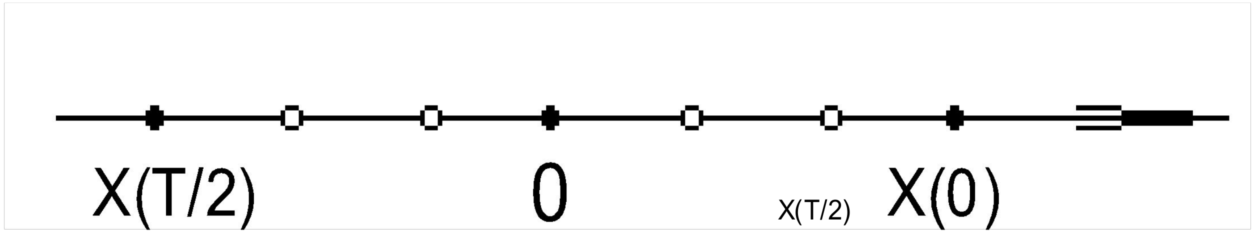
Колебания.

Частота колебаний определяет высоту звука.
1. 16 – 16000 Гц - воспринимает чел. ухо.
2. 16 – 5000 Гц – в музыке.
96/64 = 768/512 = 3/2 – КВИНТА.
Расстояние м/д нотами – интервал.

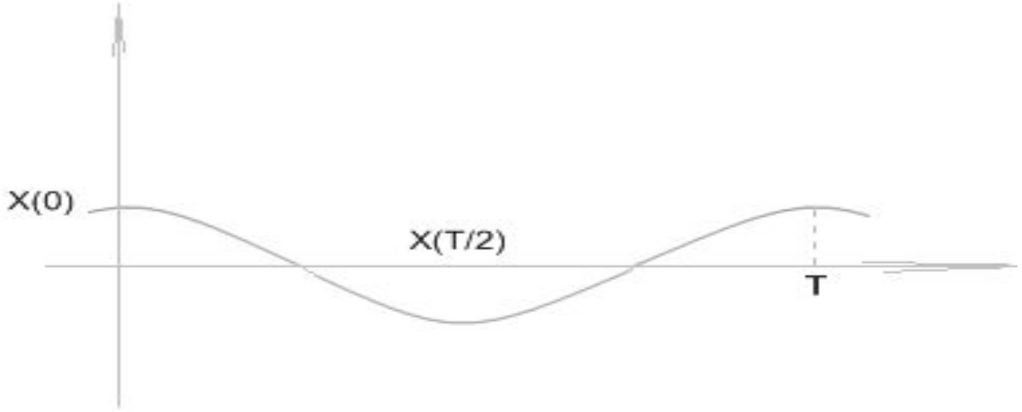
- *Обертоны* – призвуки, которыми сопровождается основной звук.
- Они слышны слабее и не мешают восприятию основного тона, но придают ему *тембровую окраску*.

Описание.

- Струна не колеблется:



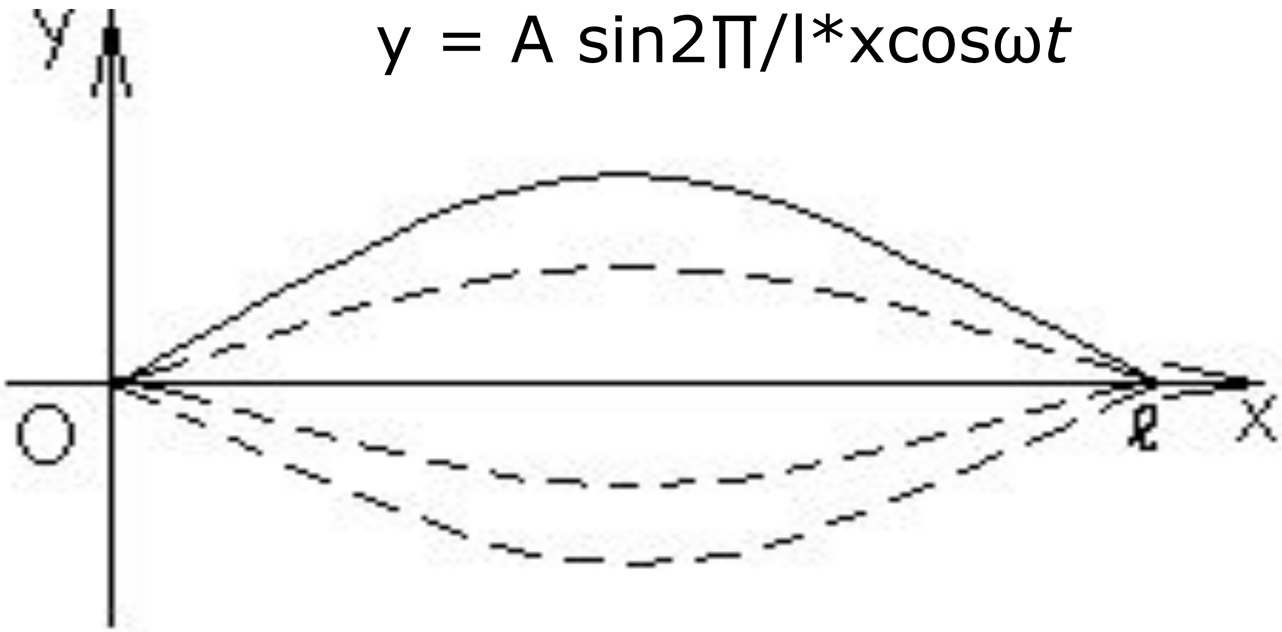
- Струна колеблется:



Колебания струны.

Если колеблется протяженное тело (струна), то нужно описать колебание каждой точки этого тела, т.е. функция, описывающая отклонение тела, имеет два аргумента: координату точки струны и время. Функция выглядит так:

$$y = A \sin 2\Pi/l * x \cos \omega t$$



Таким образом…

Длина струны	Частота колебаний	Отношение частот	Название
L 1=1	f1=1	**1**	Основа
L 2=3/4	f2=4/3	**4:3**	Кварта
L 3=2/3	f3=3/2	3:2	Квинта
L 4=1/2	f4=2	2	Октава

Итак, (по Пифагору) если первую струну принять за основу, то у второй струны частота колебаний относится к числу колебаний первой струны как 4:3 – это назвали квартой основного тона; число колебаний третьей струны по отношению к основному тону равно 3:2 – это квинта основного тона; четвертая струна – октава, число колебаний у нее в два раза больше, чем у основы, т.е. зависимость: ОКТАВА=КВАРТА*КВИНТА

L2 : L3 = L4 : L1

Темперация.

- Около 1700 года А. Веркмайстер осуществил гениальное решение: отказался от совершенных и несовершенных консонансов пифагорейской гаммы…Сохранив октаву, он разделил её на 12 равных частей. С введением этого строя в музыке восторжествовала ***темперация*** (от лат. ***соразмеренность***).

Продолжение.

Для построения гаммы используются логарифмы соответствующих частот: log_2w_0, log_2w_1…log_2w_m.Октава (w_0, $2w_0$) при этом перейдет в промежуток log_2w_0 до log_2w_0+1, т.е. в промежуток длиной 1.

Геометрическая прогрессия w^0,w^1,…w_m будет соответствовать арифметической log_2w_0,…

Музыкальная шкала разделена на 12 частей.

Ритм

- Ритм – основа музыкального движения, порядок сочетания во времени всех элементов музыкальной речи: мелодии, гармонии и т.д.
- В музыке – тактовый (акцентный) ритм, основанный на чередовании сильных и слабых долей.

Такт, размер.

- |Во поле бе|рёза сто|яла|

|Во поле куд|рявая сто|яла|

Ударный слог – сильная доля
Безударная – слабая

Промежуток между сильными долями называется тактом

Размер такта обозначается дробью. Соответственно

Простые (двух-, трёхдольные)	Сложные (4-, 6-, 9, 12-дольные)	Смешанные (например, 5-дольные)
2/4, ¾=1/4+1/4+1/4 За основу берется нота длительностью I/4	**4/4, 6/8=1/8+…1/8** За основу берется нота длительностью I/8	Эти размеры получают при сложении простых. См.пример.

Примеры составных размеров.

Пример *1:*

Партитура Второго концерта для скрипки С.Прокофьева. В третьей части встречаются размеры: *5/4=2/4+3/4* **и**

7/4=3/4+2/4+2/4

Пример *2:*

Опера «Снегурочка» Н.Римского-Корсакова. Встречается размер: *11/2*

Полиритмия, полиметрия

- Полиритмия - в музыке — одновременное сочетание двух или нескольких ритмических рисунков
- Полиметрия - одновременное сочетание 2 или 3 метров, при котором не совпадают метрические акценты в разных голосах. Одна из форм организации полиритмии.
- Пример 3: М.Глинка, опера «Иван Сусанин». (Сцена «Иван Сусанин и поляки», 3 действие):

Иван Сусанин поет в размере 2/4, а поляки – ¾.

Ритм в математике.

- В математику ритм проникает как синоним слову закономерность. Например, разложим число 1/81 в десятичную дробь:

1/81=0,012345679012345679…, т.е.: 1/81=0,0(12345679). Закономерность – периодичность повторения (12345679).

1/3=0,(3)

1/7=0,(142857)

Примеры выявления числовых ритмов.

Выявление МАТЕМАТИЧЕСКИХ ритмов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

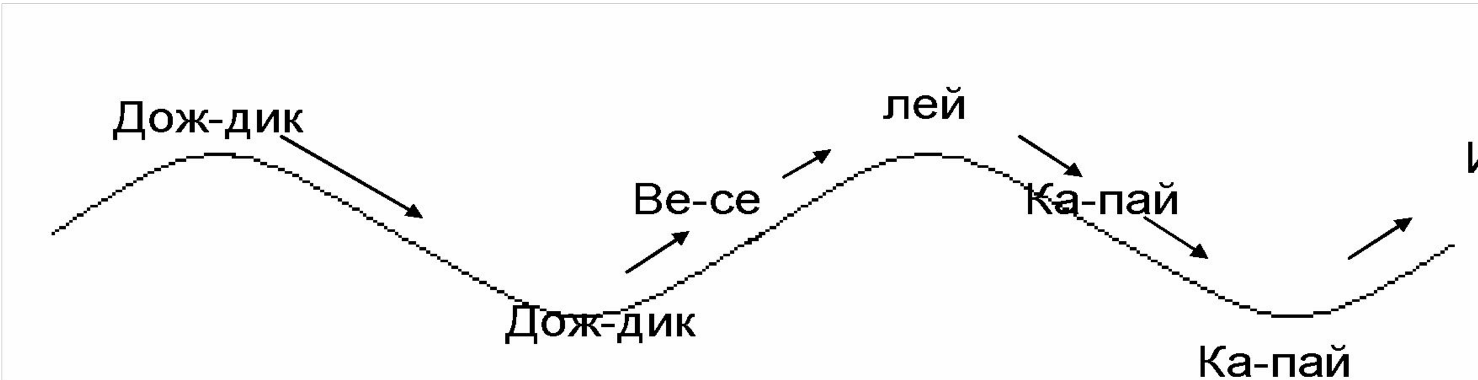
Запишем натуральные числа в виде т.н. Пифагорова Квадрата. Его особенность состоит в том, что у чисел, стоящих в одной строке совпадают первый числа, а у чисел, стоящих в одном столбце – вторые.

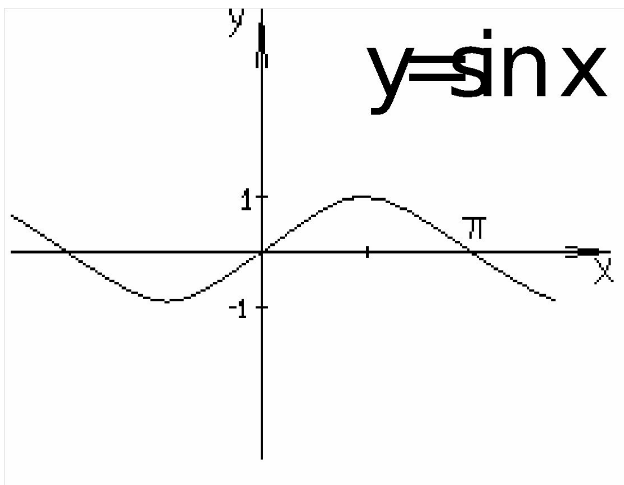
Математические ритмы.

1	2	**3**	4	5	**6**	7	8	**9**	10
11	**12**	13	14	**15**	16	17	**18**	19	20
21	22	23	**24**	25	26	**27**	28	29	**30**
31	32	**33**	34	35	**36**	37	38	**39**	40
41	**42**	43	44	**45**	46	47	**48**	49	50
51	52	53	**54**	55	56	**57**	58	59	**60**
61	62	**63**	64	65	**66**	67	68	**69**	70
71	**72**	73	74	**75**	76	77	**78**	79	80
81	82	83	**84**	85	86	**87**	88	89	**90**
91	92	**93**	94	95	**96**	97	98	**99**	100

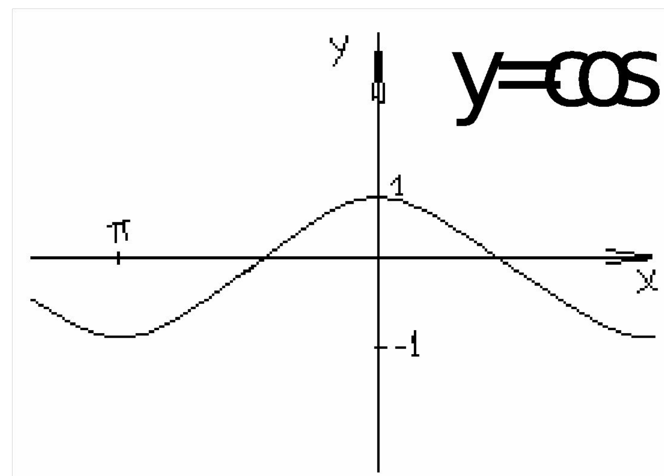
Ритм в расположении чисел, равных трём, выглядит так: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15… Этот ритм соответствует правильному и красивому размеру ¾ в музыке.

Ритмы в триг. функциях





$y = \sin x$



$y = \cos x$

Упорядочивание.

Классификация музыки

В завершении данной темы…

Итак, строгие математические методы построения музыкальных ладов не только практически без изменения вошли в современную музыку, но и заложили основы учения об этосе каждого лада. В пифагорейской теории музыки был достигнут союз математики и искусства, союз, принесший неоценимую пользу и науке математике, и искусству музыки.

Конечно же, роль математики в искусстве не ограничивается музыкой. Например, очень интересно построить математическую модель игры в теннис. Для просмотра этого раздела Вам необходимо активировать гиперссылку нажатием кнопки: 

Список литературы.

- А.Г. Гейн, А.О. Касымов «Математика и музыка»
- Статья В.В. Липилиной из «Вестника ОмГУ» за 02. 2002г.
- А. И. Волошинов «Пифагор»
- Математика и музыка: Методические указания для руководителей кружков НПОУ «Поиск»/Сост. И. А.Круглова; Под ред. В.Н. Сергеева. Омск: Омск. Ун-т, 1991, 90 с.
- Садовский Л.Е., Садовский А.Л. Математика и спорт. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 192 с. – (Библиотечка «Квант». Вып. 44).
- Ресурсы Интернета.