



- **УРАВНЕНИЕМ ДАННОЙ ЛИНИИ** ( В ВЫБРАННОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ) НАЗЫВАЕТСЯ ТАКОЕ УРАВНЕНИЕ С ПЕРЕМЕННЫМИ  $x$  И  $y$  КОТОРОМУ УДОВЛЕТВОРЯЮТ КООРДИНАТЫ ЛЮБОЙ ТОЧКИ ЛЕЖАЩЕЙ НА ЭТОЙ ЛИНИИ И НЕ УДОВЛЕТВОРЯЮТ КООРДИНАТЫ ЛЮБОЙ ТОЧКИ НЕ ЛЕЖАЩЕЙ НА ЭТОЙ ЛИНИИ. Если известно уравнение линии то для любой точки плоскости можно решить задачу ; лежит она на данной линии или нет. Для этого достаточно подставить в данное уравнение вместо переменных  $x$  и  $y$  координаты исследуемой точки; если координаты удовлетворяют данному уравнению то точка лежит на линии, если не удовлетворяют- не лежит.
- Пример: Лежат ли точки  $A(-2;1)$  и  $B(0;1)$  на линии  $3x - y + 7 = 0$  ? Подставим вместо  $x$  и  $y$  координаты точки  $A$  получим :  $3(-2) - 1 + 7 = -7 + 7 = 0$  следовательно точка  $A$  лежит на данной линии Подставим координаты

- Два вектора называются компланарными если они параллельны одной и той же плоскости
- **Линейной комбинацией векторов**  $a_1, a_2, \dots, a_n$  называется любой вектор вида  $x_1 a_1 + x_2 a_2 + \dots + x_n a_n$ , где  $x_1, x_2, \dots, x_n$  - числа называемые коэффициентами линейной комбинации. Если вектор представлен в виде линейной комбинации каких-либо векторов то говорят что он разложен по этим векторам.
- **Векторным базисом на плоскости** называют два произвольных неколлинеарных вектора этой плоскости, взятых в определенном порядке. Пусть  $(e_1; e_2)$  - один из базисов некоторой плоскости. Тогда любой вектор  $a$  этой плоскости можно единственным образом

- Представлен в виде линейной комбинации базисных векторов  $a = xe_1 + ye_2$  (1) Т.е. каждому вектору  $a$  на плоскости сопоставлена упорядоченная пара чисел  $x$  и  $y$ . Эти числа называют координатами вектора  $a$  в базисе  $(e_1; e_2)$ . Базис  $(e_1; e_2)$  называется ортонормированным Если базисные векторы единичны и взаимно перпендикулярны. Векторы в этом базисе обозначаются  $i$  и  $j$
- Пример: Разложение вектора  $a$   $(x; y)$  по базису  $(i; j)$  имеет вид  $a = xi + yj$  Разложим вектор  $a(-2; 5)$  по базису и получим  $a = -2i + 5j$ . Если же вектор  $a$  задан своим разложением в базисе  $(i; j)$  то в этом базисе он имеет координаты  $(-2; 5)$ .
- Векторным базисом пространства называют тройку некопланарных векторов взятых в определенном порядке.

- Пусть  $(e_1; e_2; e_3)$ - произвольный векторный базис пространства. Так как базисные векторы некопланарны, то можно показать, что любой вектор  $a$  пространства может быть представлен единственным образом в виде  $a = xe_1 + ye_2 + ze_3$ , (1) где  $x, y, z$  - некоторые числа. Для любого вектора  $a$  существует и притом только одна тройка чисел  $(x; y; z)$  удовлетворяющих равенству (1) и эти числа называют координатами вектора  $a$  в базисе  $(e_1; e_2; e_3)$  и обозначают  $(x; y; z)$ . Базис  $(e_1; e_2; e_3)$  пространства называется ортонормированным, если базисные векторы единичны и попарно перпендикулярны. Базисные векторы пространства обозначают  $i, j, k$ .
- Пример. Разложение вектора  $a = (x; y; z)$  по базису  $(i; j; k)$  имеет вид  $a = xi + yj + zk$  (2). Разложим вектор  $a = (2; -1; 3)$  по базису  $(i; j; k)$ .  $a = 2i - j + 3k$ . Если  $a = 2j - 5k$  то в этом базисе вектор  $a$  имеет координаты  $(0; 2; -5)$ .

## • ПОЛЯРНЫЕ КООРДИНАТЫ

- Наряду с прямоугольной системой координат на плоскости часто применяется полярная система координат. Зададим на плоскости точку  $O$  . луч  $OP$  и единичный вектор  $e$  того же направления что и луч  $OP$
- Совокупность точки  $O$  луча  $OP$  и единичного вектора  $e$  называется полярной системой координат. Точка  $O$  называется полюсом, а луч  $OP$  называется полярной осью. Возьмем на плоскости точку  $M$  не совпадающую с  $O$ . Пусть  $r = |OM|$   $\varphi = \angle POM$  - величина направленного угла  $POM$ . Числа  $r$  и  $\varphi$  определяют положение единственной точки  $M$  на плоскости. Они называются полярными координатами точки  $M$   $r$  - полярный радиус,  $\varphi$  - полярный угол и обозначают  $M(r; \varphi)$ . Если  $M$  совпадает с полюсом  $O$  то  $r = 0$ , а число  $\varphi$

- В ;  $3 \cdot 0 - 1 + 7 = 6 \neq 0$ , т.е. точка В не лежит на данной линии.
- Линию на плоскости Оху можно задать при помощи двух уравнений  $\{x=V(t) \quad (1)$

$$\{y=Y(t)$$

Где  $x$  и  $y$ -координаты любой произвольной точки  $M(x; y)$  лежащей на данной линии, а  $t$ - переменная которая называется параметром При изменении параметра точка  $M(x; y)$  перемещается на плоскости описывая данную линию. Уравнения (1) называются параметрическими уравнениями линии.

Например; уравнения  $x=r \cdot \cos t \quad (2)$  параметрические  $\{y=r \cdot \sin t$  уравнения окружности

С центром в начале координат и радиусом  $r$ .

**КАНОНИЧЕСКОЕ И ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЯ ПРЯМОЙ.**

- Пусть в ПСК  $Oxy$  заданы точка  $M_0(x_0; y_0)$  и ненулевой вектор  $a(a_1; a_2)$ . Требуется составить уравнение прямой проходящей через точку  $M_0$  и параллельной вектору  $a$ . Любой ненулевой вектор  $a$ , параллельный прямой  $l$  называется направляющим вектором этой прямой. Согласно аксиоме о параллельности прямых через данную точку  $M_0(x_0; y_0)$  проходит единственная прямая с данным направляющим вектором  $a$ . Возьмем на прямой произвольную точку  $M(x; y)$ . Тогда вектор  $M_0M = (x - x_0; y - y_0)$  и  $a(a_1; a_2)$  коллинеарны тогда при  $a_1 \neq 0$  и  $a_2 \neq 0$  имеем  $(x - x_0) \cdot a_2 = (y - y_0) \cdot a_1$  (3) - каноническое уравнение прямой или уравнение прямой, проходящей через данную точку параллельно заданному вектору.
- Если  $a_1 = 0, a_2 \neq 0$ , то направляющий вектор  $a$ , и следовательно прямая  $l$  перпендикулярны к оси  $Ox$  (параллельны оси  $Oy$ ). В этом случае уравнение



- Вектор  $a$ , и следовательно и прямая  $l$  перпендикулярны к оси  $Oy$  (параллельны оси  $Ox$ ) В этом случае уравнение имеет вид  $Y=Y_0$ .
- Пример; Дан треугольник с вершинами  $A(-1;-2)$ ,  $B(2;-2)$ , и  $C(1;3)$ . Составить уравнение прямой проходящей через вершину  $C$  параллельно стороне  $AB$ .
- За направляющий вектор искомой прямой примем вектор  $AB(3;0)$ . Ордината направляющего вектора  $a_2=0$ , поэтому уравнение прямой имеет вид  $y=y_0$ . Заменяя  $y_0$  ординатой точки  $C$ , найдем  $y=3$ .
- **ОБОЗНАЧИМ** буквой  $t$  каждое из равных отношений уравнения (1) получим

$$\left. \begin{array}{l} X-X_0 \\ a_1=t \end{array} \right\} \rightarrow x=x_0+a_1t$$

$$\left. \begin{array}{l} Y-y_0 \\ a_2=t \end{array} \right\} \rightarrow y=y_0+a_2t \quad (4) - \text{параметрические уравнения прямой}$$

## **УРАВНЕНИЕ ПРЯМОЙ ПРОХОДЯЩЕЙ ЧЕРЕЗ ДАННУЮ ТОЧКУ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ДАННОМУ ВЕКТОРУ**

Пусть в плоскости  $Oxy$  заданы некоторая точка  $M_0(x_0; y_0)$  и ненулевой вектор  $p$  с координатами  $(A, B)$ . Требуется составить уравнение прямой  $l$ , проходящей через точку  $M_0$  и перпендикулярный вектору  $p$ .

**Любой ненулевой вектор  $p$  перпендикулярный прямой  $l$  называется нормальным вектором этой прямой.**

Если через точку  $M_0$  в плоскости  $Oxy$  проходит единственная прямая  $l$  имеющая нормальный вектор  $p$ . Возьмем на прямой  $l$  произвольную точку  $M(x; y)$ . Тогда вектор  $M_0M$  перпендикулярен вектору  $p$  и следовательно скалярное произведение равно нулю т.е  $p * M_0M = 0$ . Учитывая, что  $M_0M = (x - x_0; y - y_0)$  и  $p = (A, B)$  выразим равенство (1) в координатной форме

$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$  (2). - уравнение (2) называется уравнением прямой проходящей через точку  $M_0(x_0; y_0)$  с заданным нормальным вектором  $p = (A; B)$

