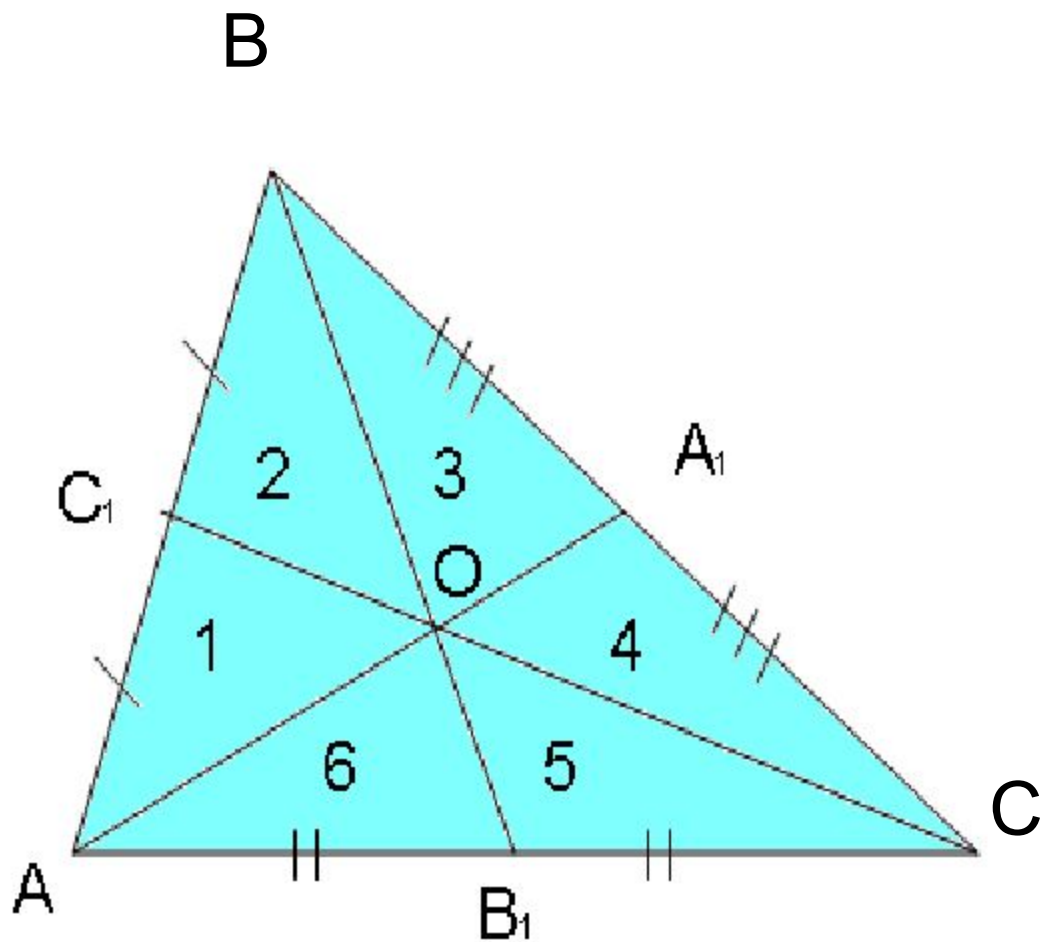


# Медианы треугольника

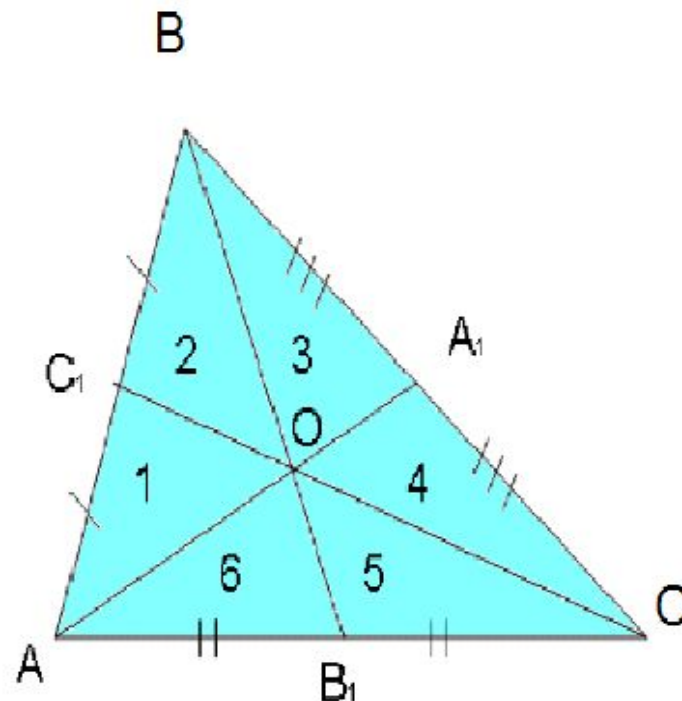
## Свойства медиан

Что вы знаете о медианах треугольника?



# Что вы знаете о медианах треугольника?

- Медиана треугольника – отрезок, соединяющий его вершину с серединой противоположной стороны
- Медианы треугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 2:1, считая от вершины
- Медиана треугольника делит его на два равнобедренных треугольника
- Медианы треугольника делят его на шесть равновеликих треугольников\*



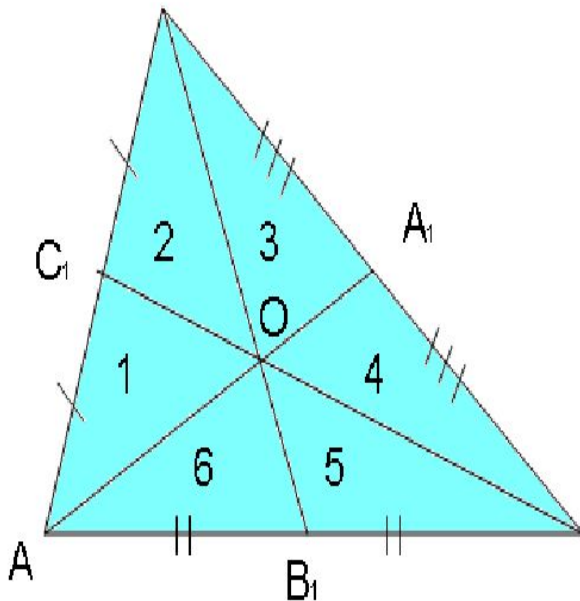
\*Сформулируйте последнее утверждение, разделив его на условие и заключение

# Если

**3 чевианы** являются медианами

# То

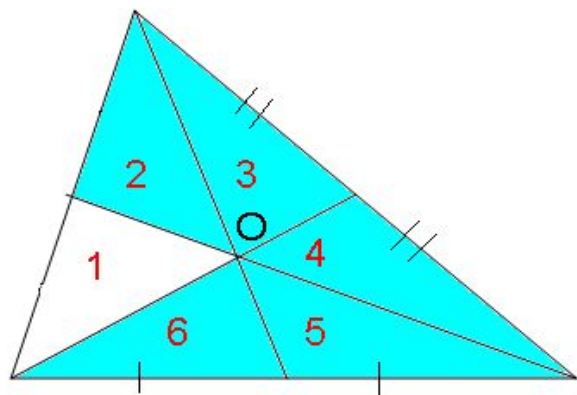
**они** делят треугольник на 6  
равновеликих треугольников



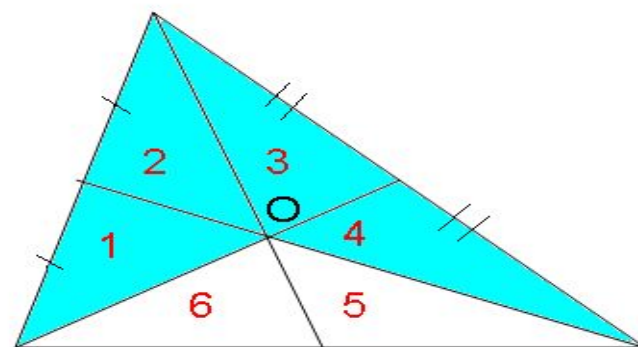
Сформулируйте и докажите  
обратное утверждение

Да, этот признак является достаточным. Необходимо ли в условии равенство площадей всех шести треугольников?

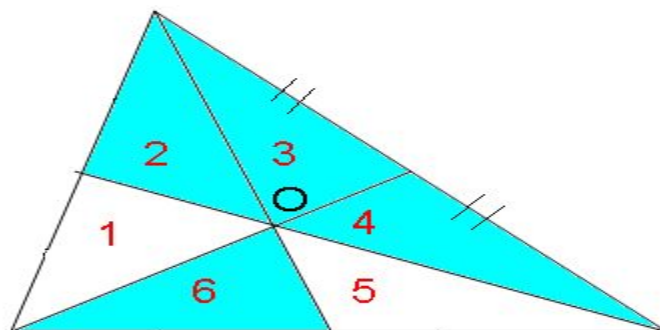
Уменьшим на один их количество



Оставим в условии четыре равновеликих треугольника



А если они они расположены так?



Доказать, что и при таком условии чевианы являются медианами поможет следующая теорема.



# Критерий точки медианы

# Критерий точки медианы

Точка  $G$  внутри  $\triangle ABC$  принадлежит медиане  $AD$   
тогда и только тогда, когда  $S_{ABG} = S_{ACG}$

**Дано:**

$\triangle ABC$ ,  $AD$  - чевиана,  
 $G \in AD$ ,  $S_{ABG} = S_{ACG}$

**Доказать:**

$BD = DC$

**Доказательство:**

Дополнительное построение,  $BH \perp AD$   
и  $CK \perp AD$ .

Рассмотрим прямоугольные  $\triangle BHD$  и  
 $\triangle CKD$ .

В них:

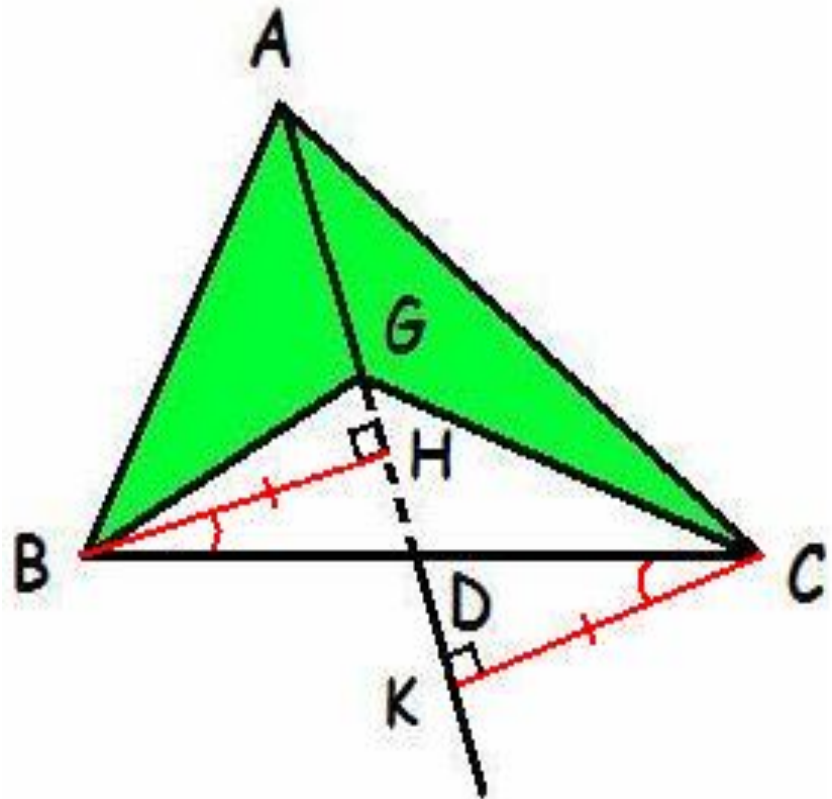
$\angle HBD = \angle DCK$  как накрест лежащие при  
 $BH \parallel CK$  ( $BH \perp AD$  и  $CK \perp AD$ ) и секущей  
 $BC$ .

$BH = CK$  как высоты, проведенные к общей  
стороне  $AG$  в треугольниках  $\triangle BAG$  и  
 $\triangle CAG$ , имеющих равную площадь.

Треугольники равны по катету и острому  
углу. Следовательно  $BD = DC$ .

Теорема доказана?

Нет. Докажем обратное утверждение.



Точка  $G$  внутри  $\triangle ABC$  принадлежит медиане  $AD$ , тогда и только тогда, когда  $S_{ABG} = S_{ACG}$

**Дано:**

$\triangle ABC$ ,  $AD$ -чевиана,

$G \in AD, S_{ABG} = S_{ACG}$

**Доказать:**

$BD = DC$

**Доказательство:**

Дополнительное построение,  $BH \perp BD$  и  $CK \perp AD$ .

Рассмотрим прямоугольные  $\triangle BHD$  и  $\triangle CKD$ .

В них:

$\angle HBD = \angle DCK$  как накрест лежащие при  $BH \parallel CD$  ( $BH \perp BD$  и  $CK \perp AD$ ) и секущей  $BC$ .

$BD = DC$  по условию.

Треугольники равны по гипотенузе и острому углу.

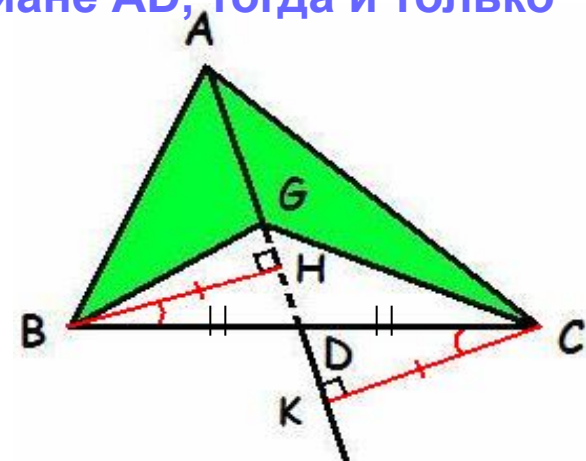
Следовательно,  $BH = CK$ .

$$S_{ABG} = \frac{1}{2} AG * BH$$

$$S_{ACG} = \frac{1}{2} AG * CK$$

$$S_{ABG} = S_{ACG}$$

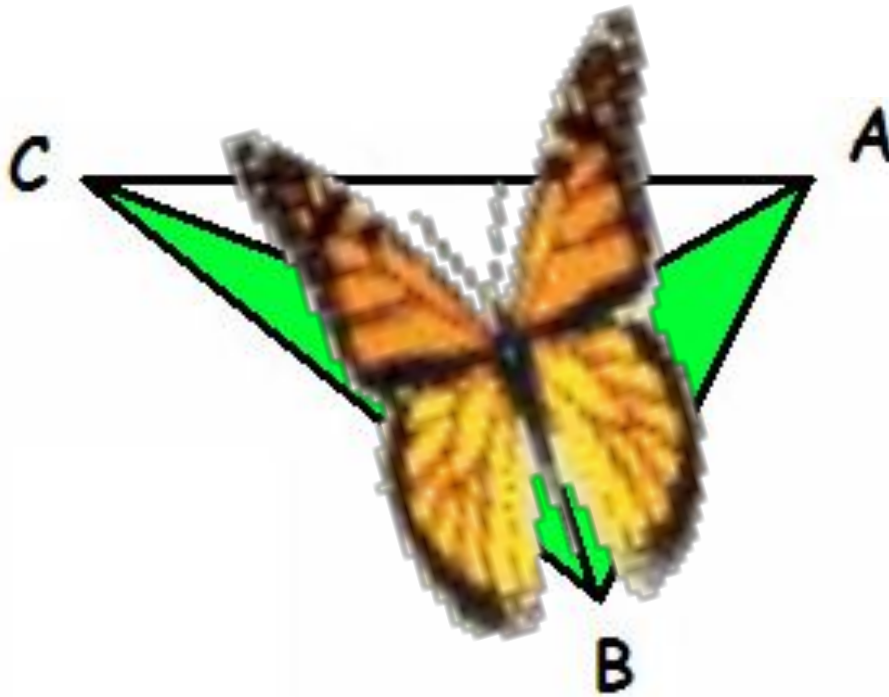
Теорема доказана.





# Критерий

## О мотыльке с равновеликими крыльями

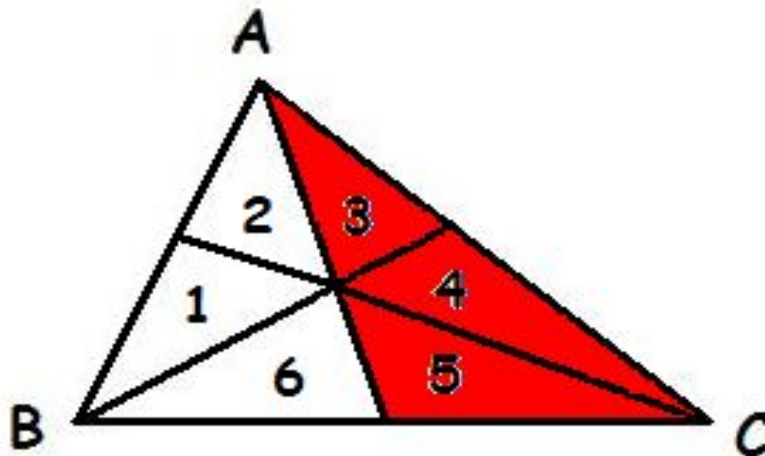


Вернёмся к задаче, которую мы не смогли решить.

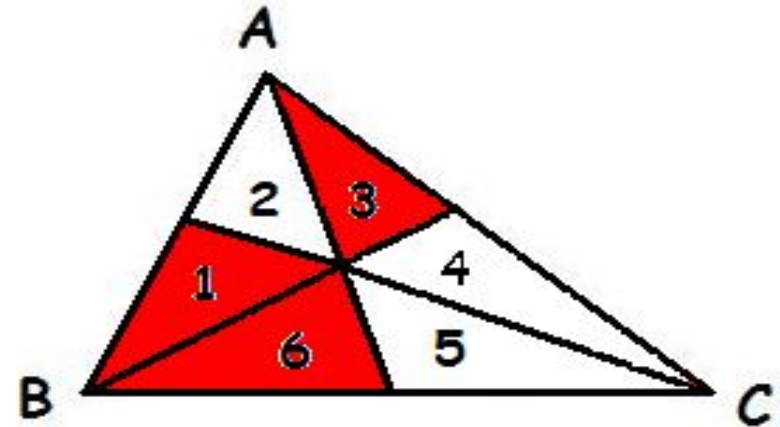


## Домашнее задание

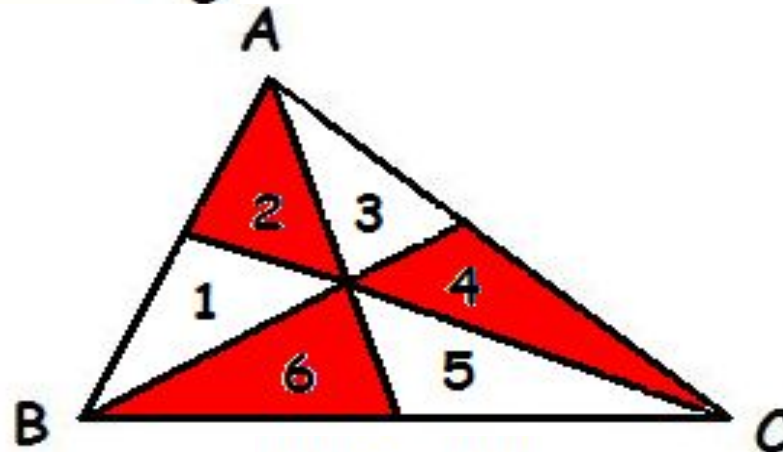
Докажите утверждение: если при пересечении трёх чевиан в одной точке образуется три равновеликих треугольника, то чевианы являются медианами.



I уровень

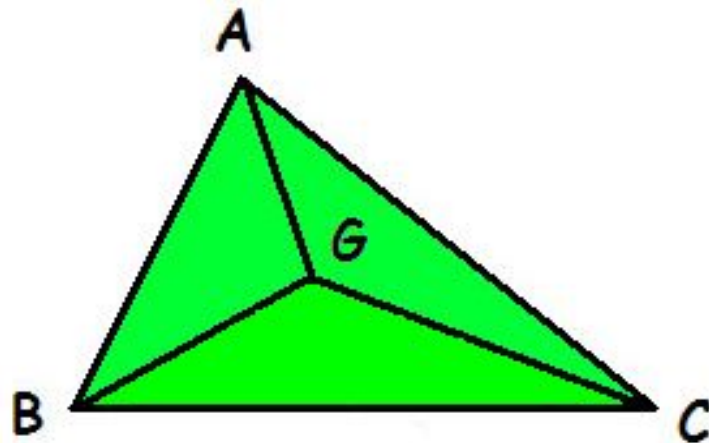


II уровень



III уровень

# Критерий точки пересечения медиан



Что можно утверждать, если все три треугольника  
равновеликие?

Точка  $G$  является точкой пересечения медиан  
тогда и только тогда, когда  $S_{ABG} = S_{CBG} = S_{AGC}$   
Докажите это.

# Задача

На каком расстоянии от стороны треугольника, равной 12 см, находится его центр масс, если от стороны, равной 18 см, он находится на расстоянии 4 см?