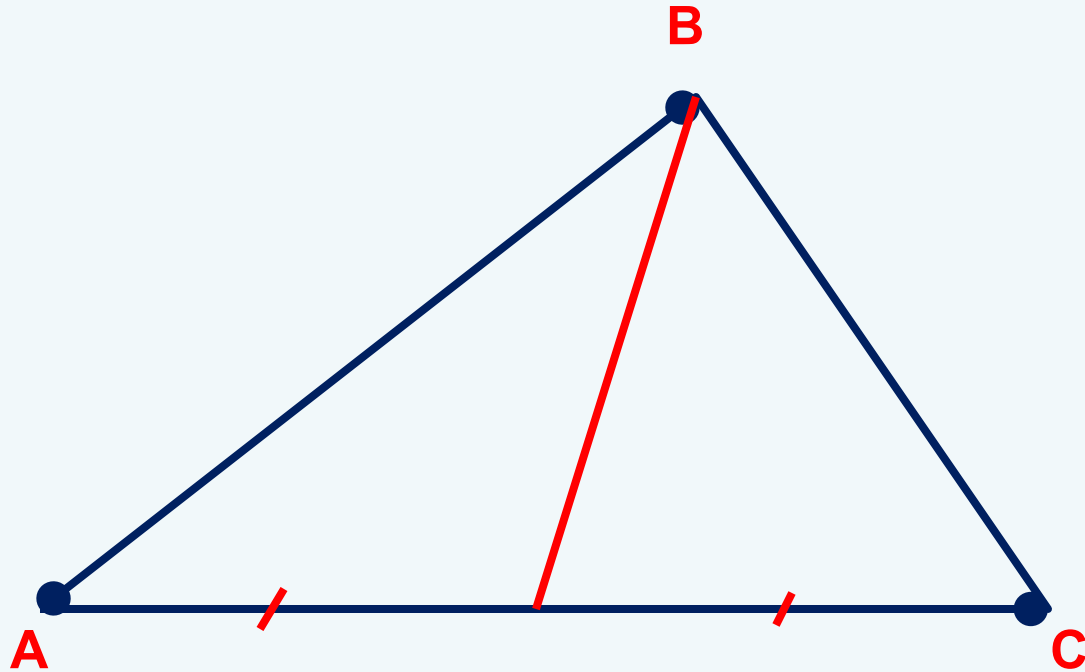


Медиана треугольника и ее свойства

Преподаватель: Виноградова Дарья

Цели урока:

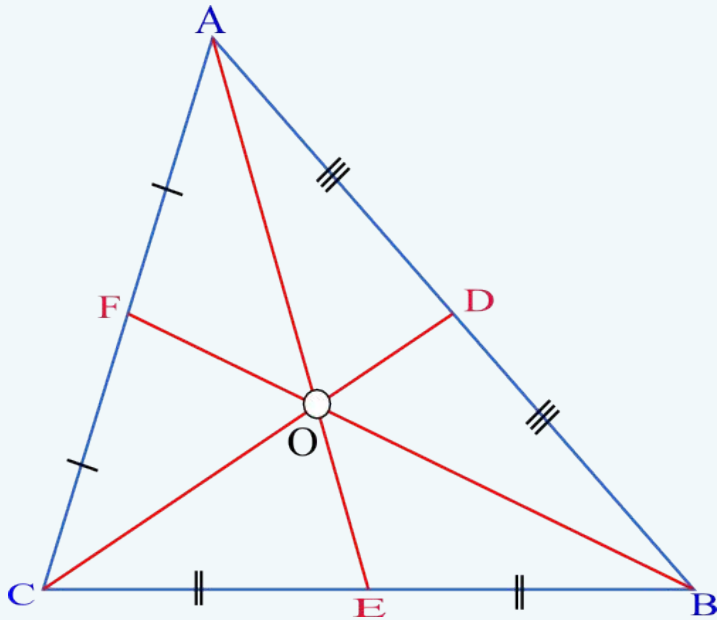
- Дать определение медианы треугольника
- Сформулировать основное свойство медианы
- Сформулировать и доказать теорему о свойстве медианы равнобедренного треугольника
- Другие свойства
- Записать основные соотношения для медианы и решить задачи с применением этих формул



Определение:

Медианой треугольника называется отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны. Точка пересечения медианы со стороной треугольника называется **основанием медианы**.

Основное свойство



$$\frac{AO}{OE} = \frac{CO}{OD} = \frac{BO}{OF} = \frac{2}{1}$$

Все три медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая называется **центроидом** или **центром тяжести** треугольника, и делятся этой точкой на две части в отношении **2:1**, считая от вершины.

Теорема (Свойство медианы равнобедренного треугольника)

В равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к основанию, является биссектрисой и высотой.

- **Доказательство:**

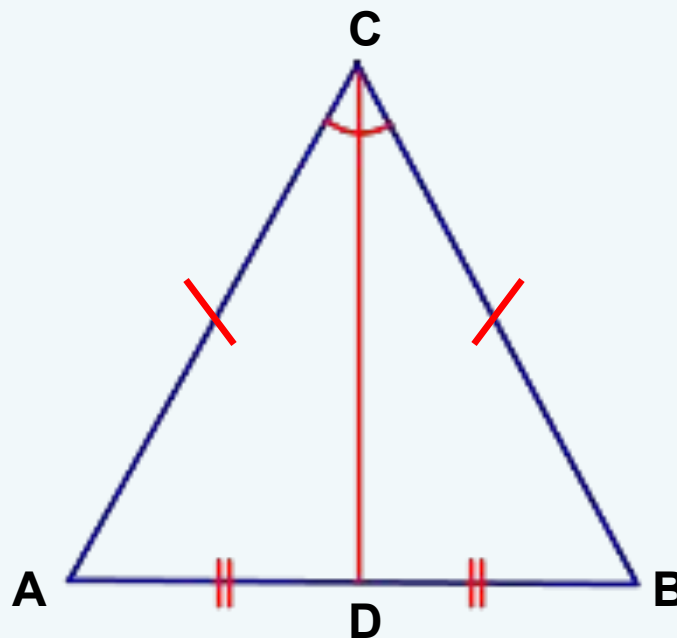
Пусть ABC – данный равнобедренный треугольник с основанием AB и CD – медиана, проведенная к основанию.

$\triangle CAD = \triangle CBD$ (по 1 признаку равенства треугольников).

$\Rightarrow \angle ACD = \angle BCD$. Поэтому CD – биссектриса.

$\Rightarrow \angle ADC = \angle BDC$ и смежные, поэтому CD – высота треугольника.

Теорема доказана.



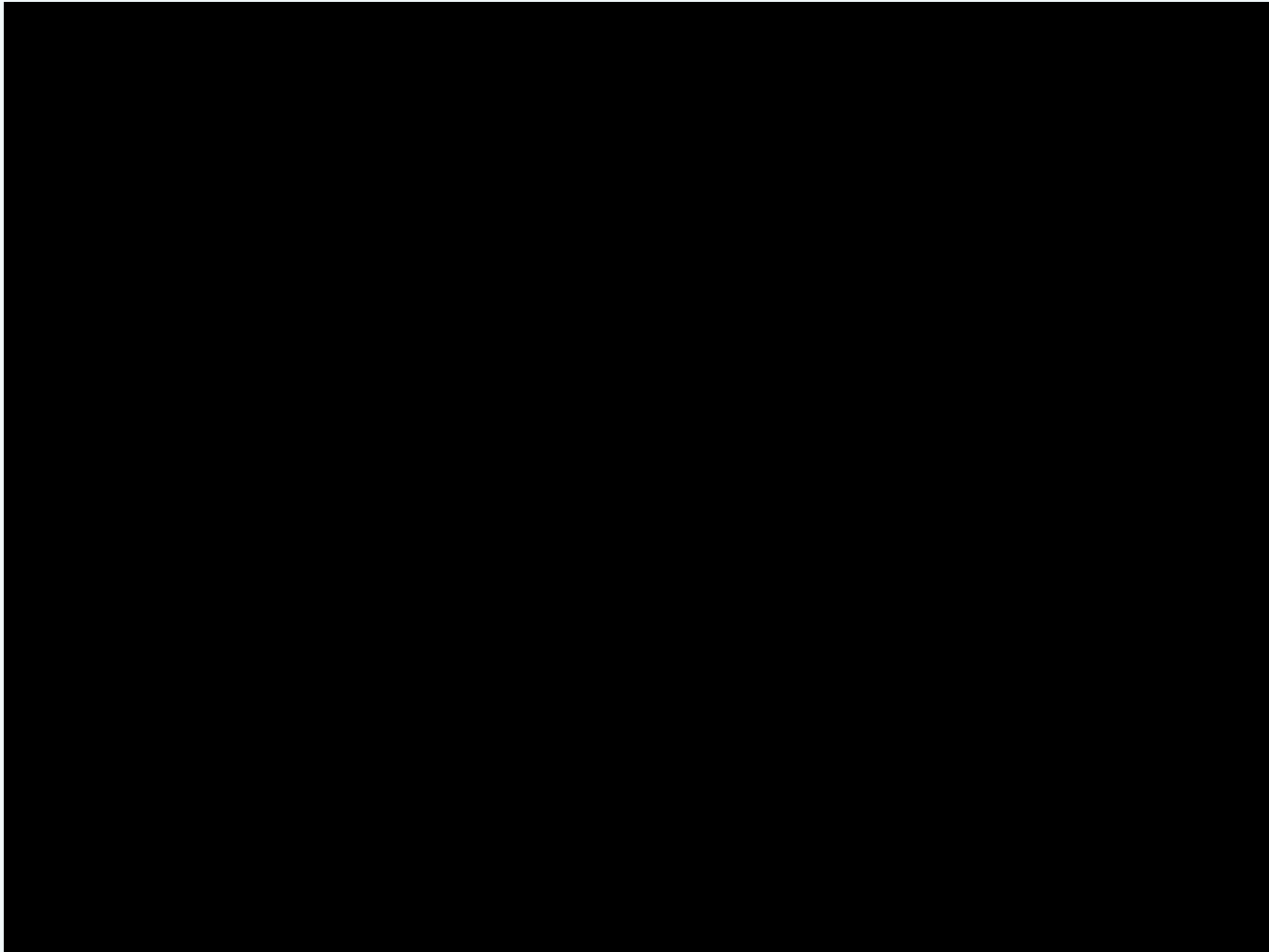
Другие свойства

- Медиана разбивает треугольник на два **равновеликих** (по площади) треугольника.
- Треугольник делится **тремя** медианами на **шесть** равновеликих треугольников.
- В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая из вершины с прямым углом, равняется **половине** гипотенузы.
- **Большей** стороне треугольника соответствует **меньшая** медиана.

Основные соотношения

| Если известны все стороны треугольника (знаем a, b, c) | Если известны все медианы (знаем m_a, m_b, m_c) |
|---|--|
| $m_c = \frac{\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}}{2}$ <p>m_c – медиана к стороне c</p> | $a = \frac{2}{3} \sqrt{2(m_b^2 + m_c^2) - m_a^2}$ |

Решение задач



Решение задач

1

- В треугольнике ABC стороны AB, BC и CA равны соответственно 4, 5, 7.

Найти все медианы треугольника.

Отве

$$m_{AC} = \frac{\sqrt{33}}{2}$$

т:

$$m_{AB} = \frac{\sqrt{33}}{2}$$
$$m_{CB} = \frac{\sqrt{105}}{2}$$

2

- Известно, что в треугольнике abc медиана $m_a = \frac{\sqrt{154}}{2}$,

$$m_b = \frac{\sqrt{94}}{2}, m_c = \frac{\sqrt{55}}{2}.$$

Найти стороны треугольника.

Ответ:

$$a = 4,$$
$$b = 6,$$
$$c = 7$$

Домашнее задание

Учебник: Л. С. Атанасян «Геометрия 7-9»

№106, 109, 114

Спасибо за внимание!