

# Метод интервалов



А Л Г Е Б Р А 8 К Л А С С

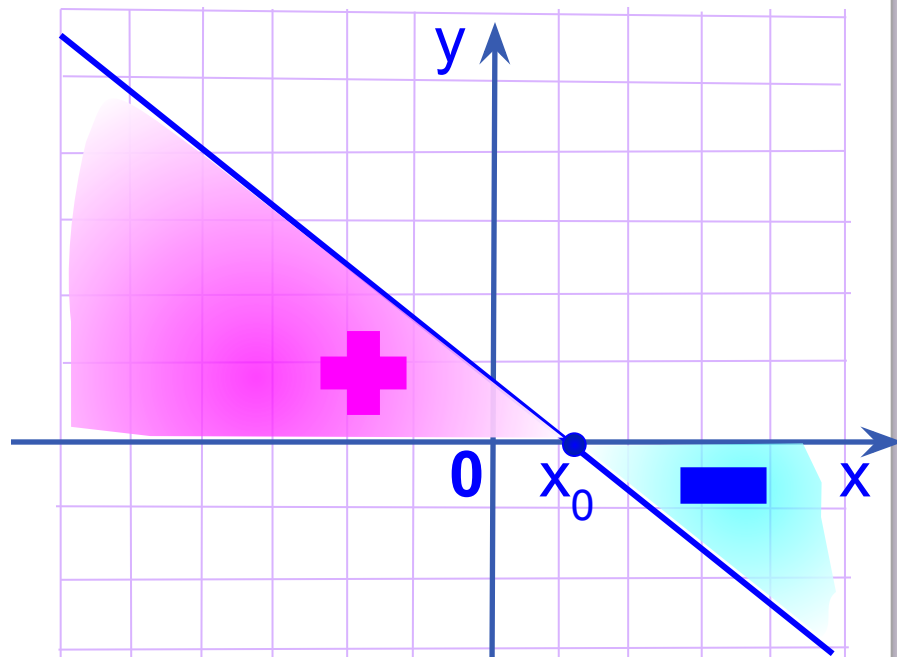
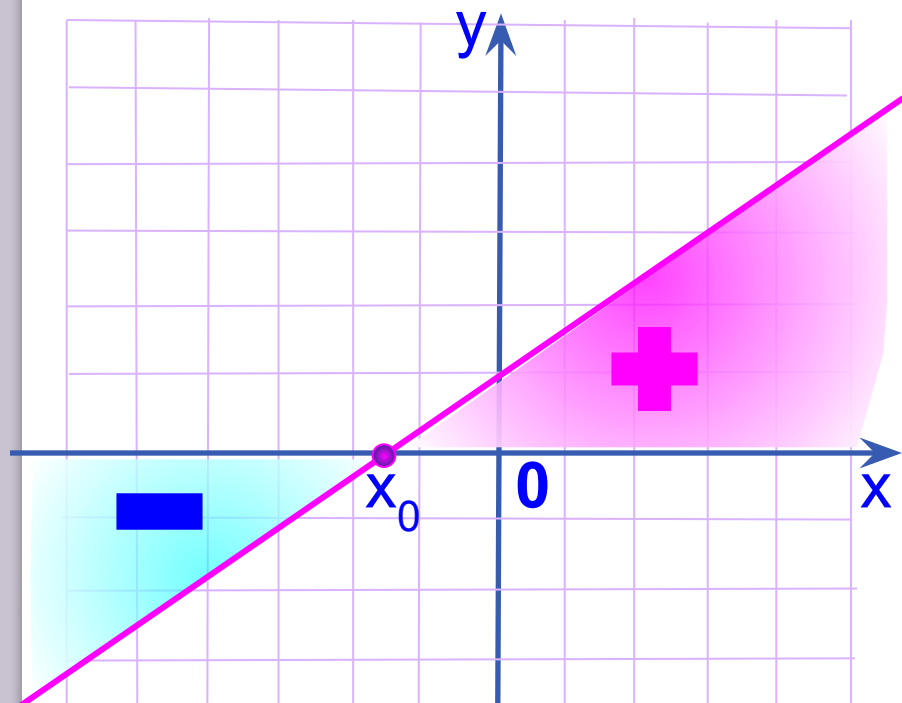
Перешивкина А. Ю.  
Учитель математики  
ГБОУ школа №494 г. Санкт – Петербурга  
2012

**Корни многочлена делят числовую ось на промежутки, на каждом из которых функция сохраняет свой знак без изменения - либо везде положителен, либо отрицателен.**

## Исследуем линейную функцию: $y = kx + b$

$$k > 0$$

$$k < 0$$



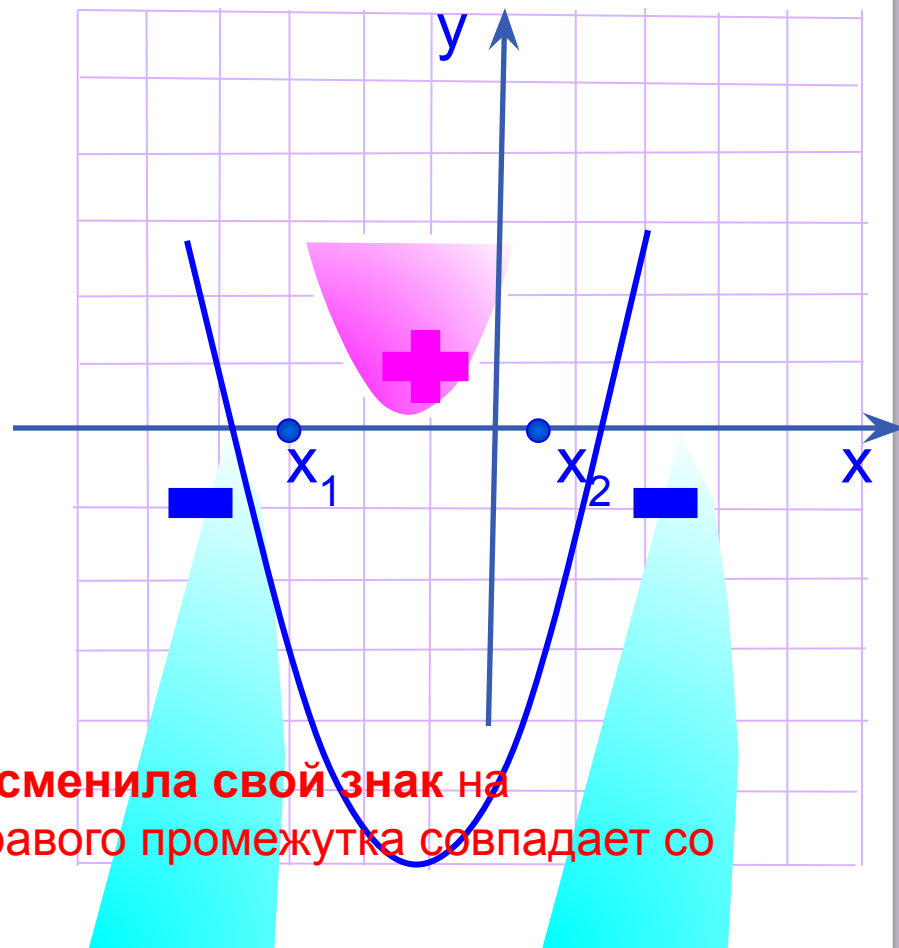
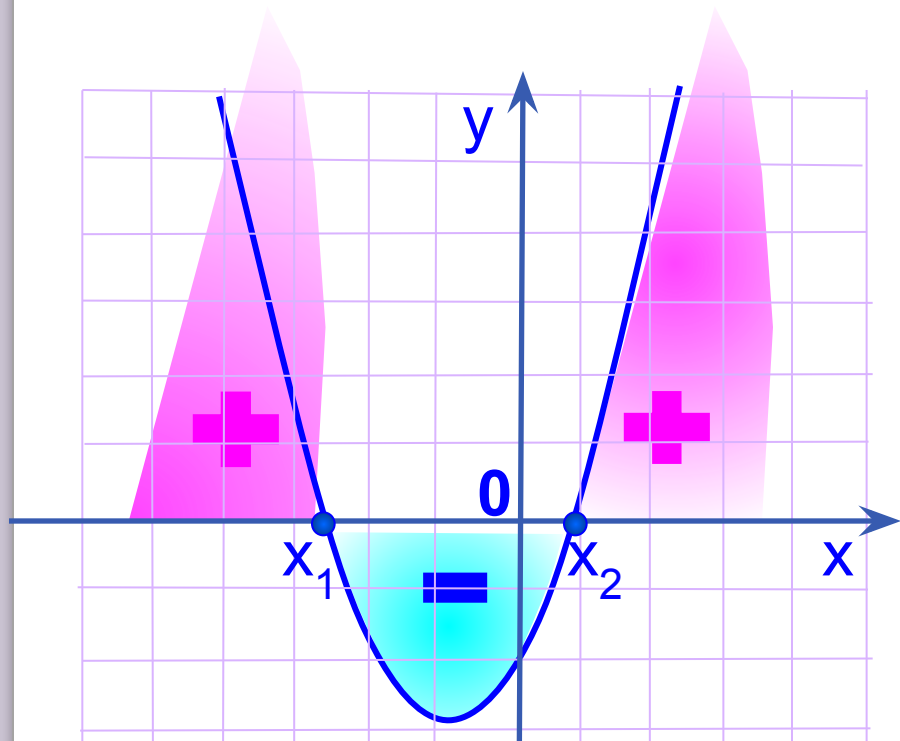
**ЭТО ВАЖНО!**

При переходе через корень функция **сменила свой знак** на противоположный, и знак крайнего правого промежутка совпадает со знаком старшего коэффициента.

## Исследуем квадратичную функцию: $y = ax^2 + bx + c$

$$a > 0, D > 0$$

$$a < 0, D > 0$$

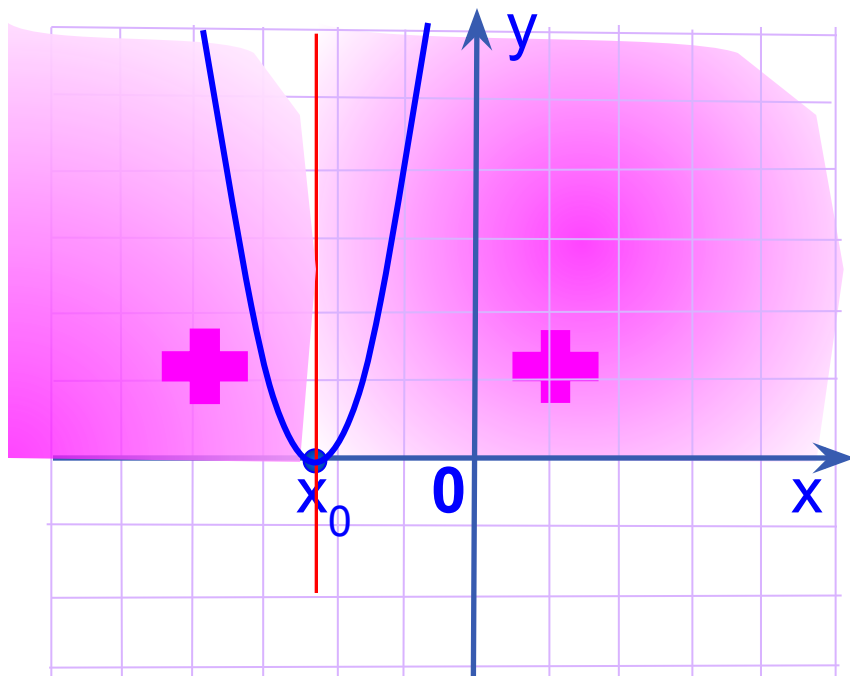


**ЭТО ВАЖНО!**

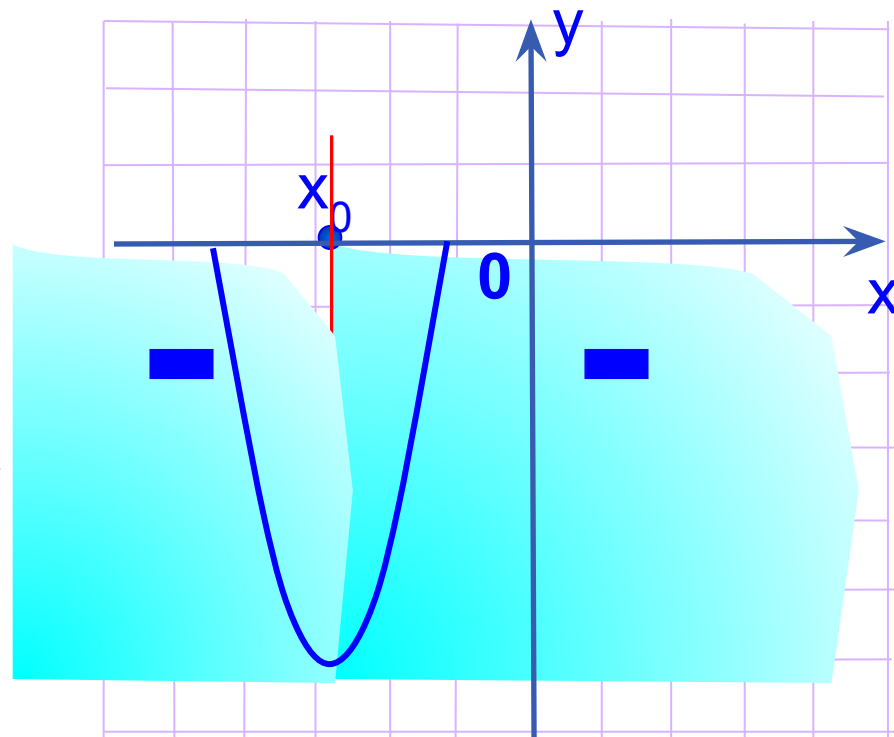
При переходе через корень функция **сменила свой знак** на противоположный, и знак крайнего правого промежутка совпадает со знаком старшего коэффициента.

## Исследуем квадратичную функцию: $y = ax^2 + bx + c$

$$a > 0, D = 0$$



$$a < 0, D = 0$$



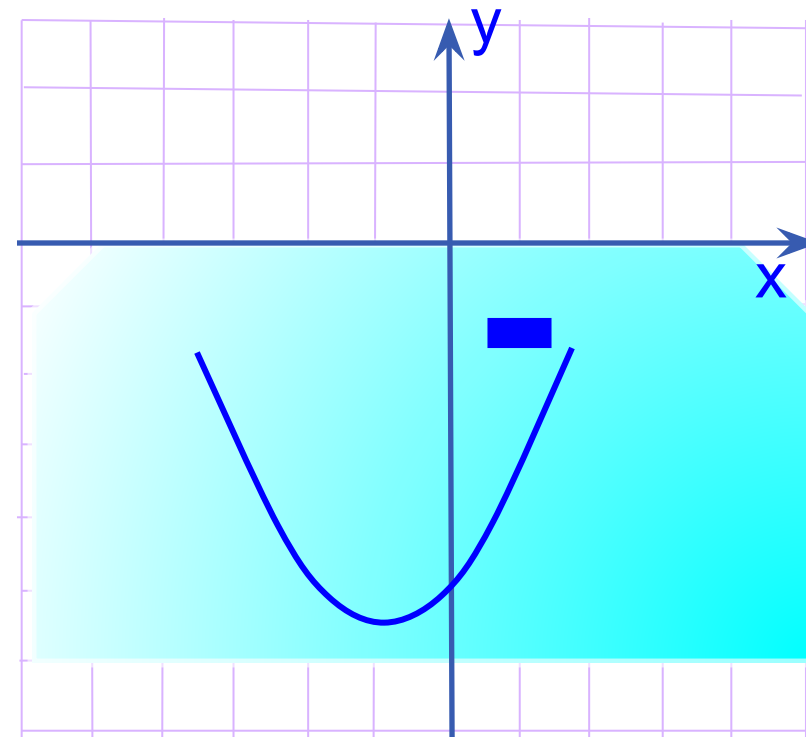
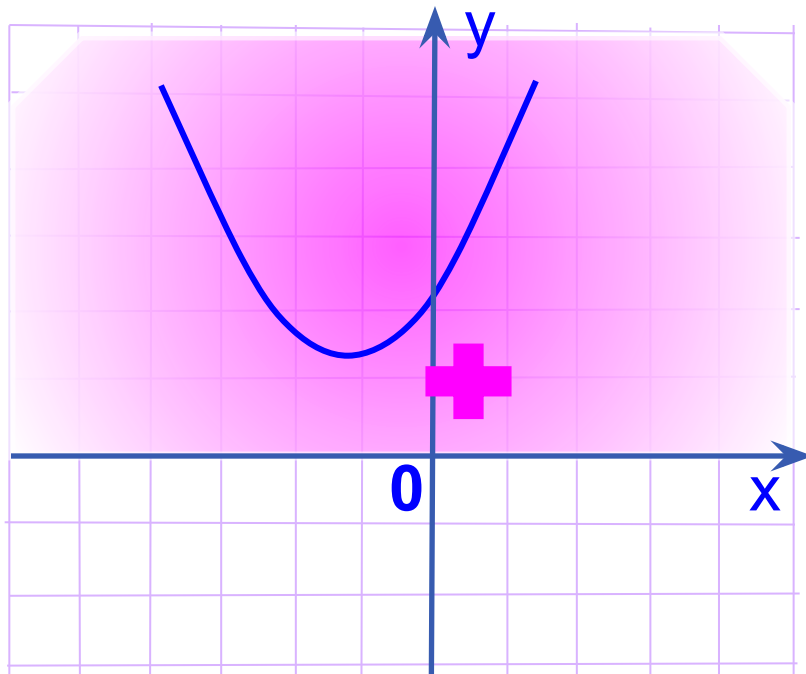
**ЭТО ВАЖНО!**

При переходе через корень функции свой знак **не поменяла**, знак старшего коэффициента совпадает со знаком крайнего правого промежутка.

Исследуем квадратичную функцию:  $y = ax^2 + bx + c$

$a > 0, D < 0$

$a < 0, D < 0$



**ЭТО ВАЖНО!**

Функция **сохраняет** свой знак на всей числовой оси.

## Выводы:

1) если корень функции встречается **нечетное** число раз, то при переходе через него функция меняет свой знак **на противоположный**;

- если корень встречается **четное** число раз, то при переходе через него функция свой знак **сохраняет**;

2) если корней нет, то функция сохраняет свой знак на всей числовой оси;

3) знак на любом из промежутков можно определить методом подстановки;

4) знак справа от большего корня совпадает со знаком старшего коэффициента многочлена.

## Алгоритм решения неравенств методом интервалов:

- привести неравенство к сравнению многочлена с нулем;
- найти корни многочлена, для дробно – рациональных неравенств корни числителя и знаменателя находят отдельно;
- нанести корни на числовую ось (если неравенство строгое, то корни на числовой оси «выкалываем»; корни знаменателя «выкалываем» всегда, т. к. на нуль делить нельзя);
- определить знак на одном из промежутков;
- расставить знаки на всех остальных промежутках;
- записать ответ в соответствии со знаком неравенства.

**ЭТО ВАЖНО!**

Методом интервалов решают неравенства с нулем в правой части:

$$f(x) > 0; \frac{f(x)}{g(x)} > 0.$$



# Решение неравенств

$$\text{№1. } a = 1 > 0 \\ x^2 - 3x - 4 \geq 0$$

Неравенство готово для решение методом интервалов, т. к. в правой части находится нуль. Находим корни.

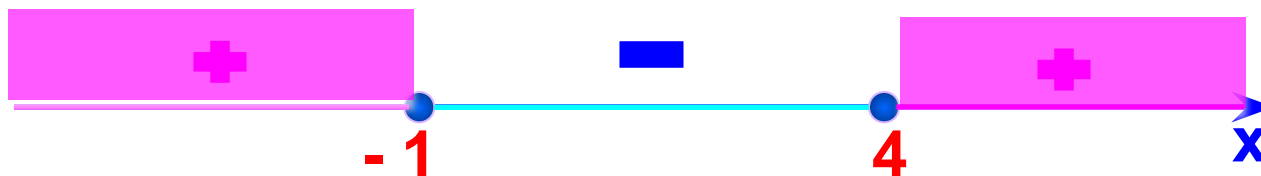
$$\text{Корни : } x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 3$$

$$x_1 x_2 = -4$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = -1$$



$$\text{Ответ: } (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$$

$$\text{№2. } a = -1 < 0 \\ -x^2 + 6x - 8 > 0$$

Корни :  $-x^2 + 6x - 8 = 0 \mid \times (-1)$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 6$$

$$x_1 x_2 = 8$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 4$$



Ответ:  $(2; 4)$

# №3. $3x^2 \leq 1$

$a = 3 > 0$   $3x^2 - 1 \leq 0$

Корни :  $3x^2 - 1 = 0$

$$3x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{3}$$


$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$



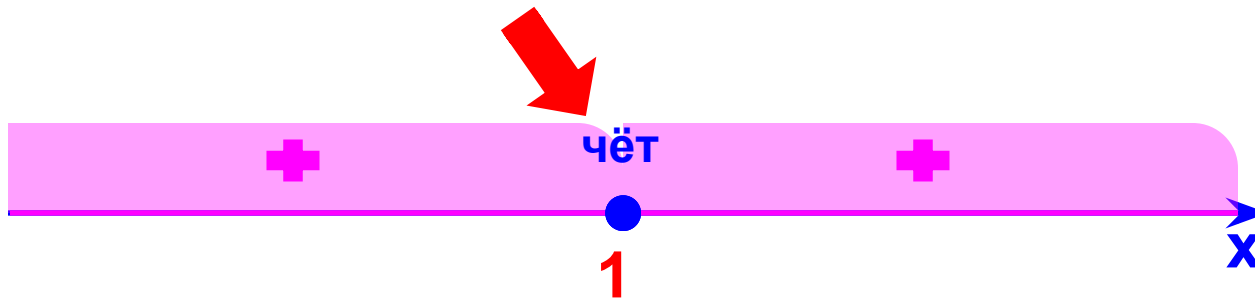
Ответ:  $\left[ -\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3} \right]$

$a = 1 > 0$

№5.  $x^2 - 2x + 1 \geq 0$



Корни :  $x^2 - 2x + 1 = 0$   
 $(x - 1)^2 = 0$   
 $x = 1$  (2 раза)



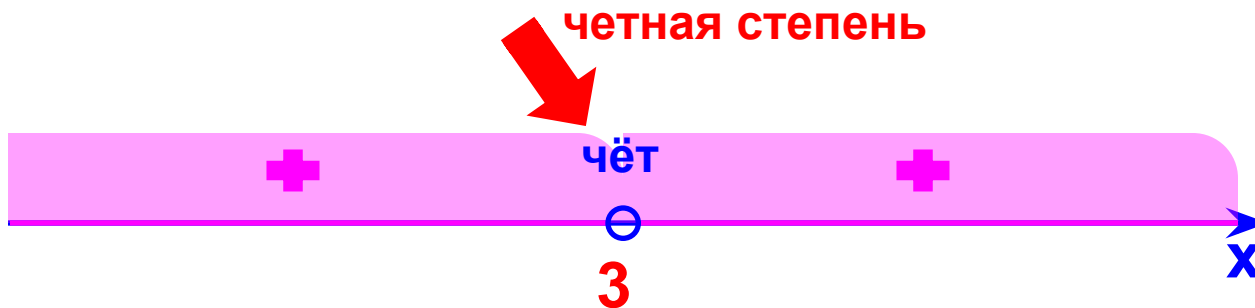
Ответ:  $\emptyset$

Ответ:  $(-\infty; +1) \cup (1; +\infty)$

$$\text{№8. } (x - 3)^{18} > 0$$

Корни :  $x - 3 = 0$   
 $x = 3$  (18 раз)

Обращаем внимание на знак перед старшим коэффициентом и на четность – нечетность степени.

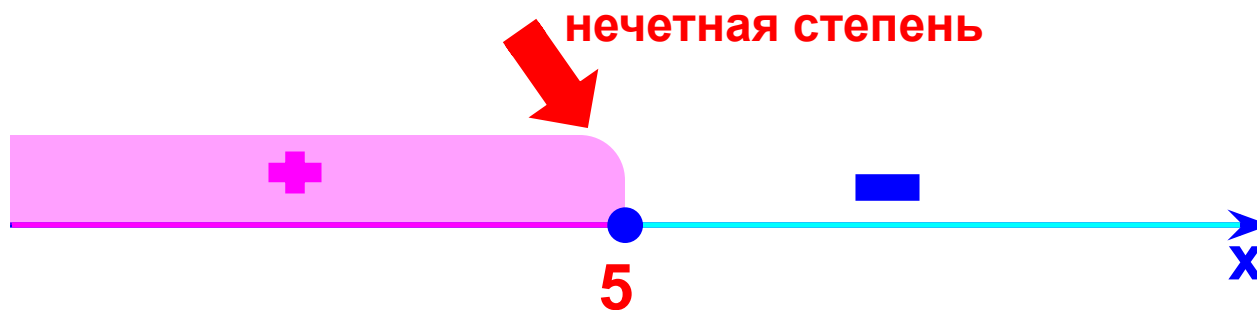


Ответ:  $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$

$$\text{№9. } a = -1 < 0 \quad (5 - x)^5 \geq 0$$

Корни :  $5 - x = 0$

$x = 5$  (5 раз)



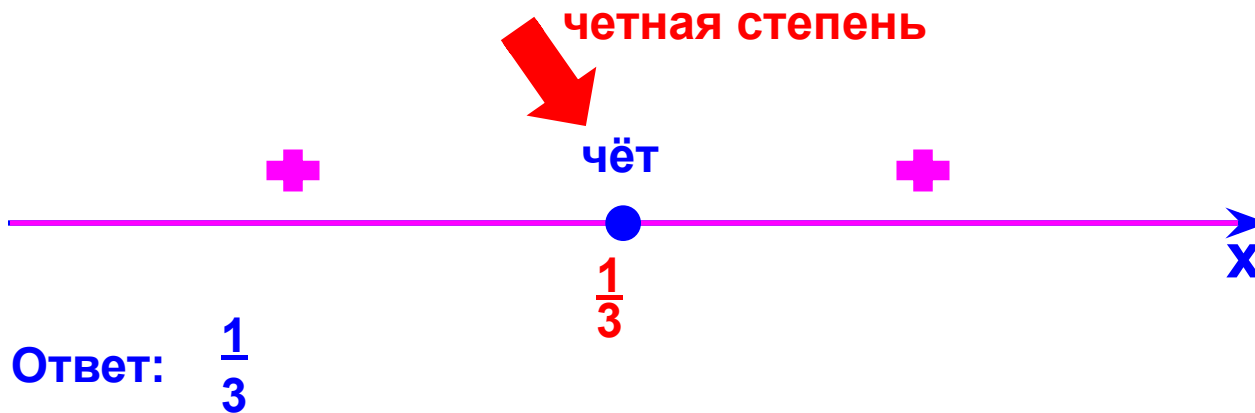
Ответ:  $(-\infty ; 5]$

$$\text{№10. } (1 - 3x)^{50} \leq 0$$

$a = -3 < 0$

Корни :  $1 - 3x = 0$

$$x = \frac{1}{3} \text{ (50 раз)}$$



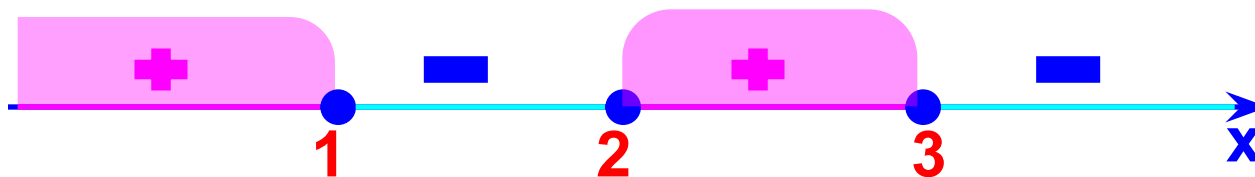


$$\text{№11. } (x - 1)(x - 2)(3 - x) \geq 0$$

$a_1 = 1 > 0$     $a_2 = 1 > 0$     $a_3 = -1 < 0$

Корни : 1 ; 2 ; 3

Знак произведения отрицательный.



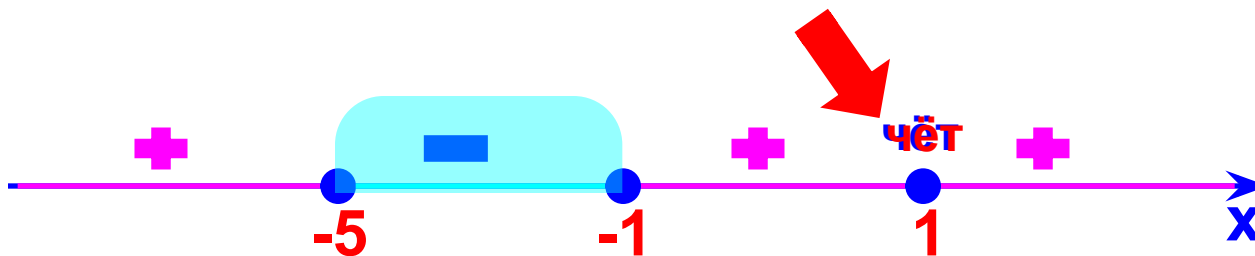
Ответ:  $(-\infty ; 1] \cup [2; 3]$

$$\text{№12. } (x^2 - 1)(x^2 + 4x - 5) \leq 0$$

$a_1 = 1 > 0$        $a_2 = 1 > 0$

Корни :  $\pm 1$  ;  $-5$  ;  $1$

Знак произведения положительный.



Ответ:  $[-5; 1] \cup \{1\}$

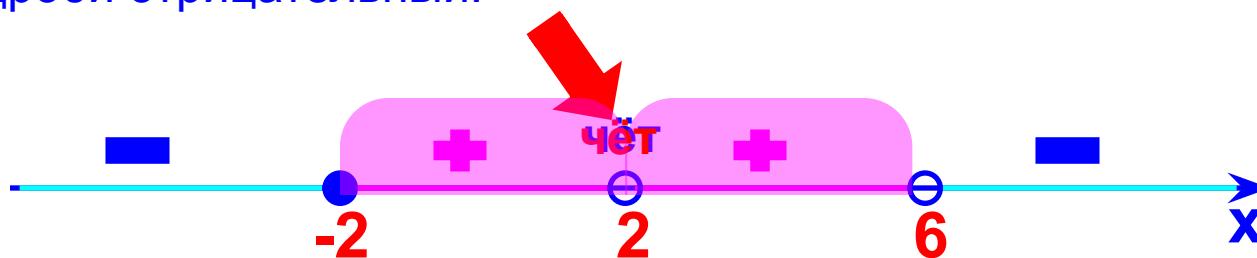
$$\text{№13. } \frac{4 - x^2}{x^2 - 8x + 12} \geq 0$$

$a_1 \leq 0$   
 $a_2 > 0$

Корни числителя :  $\pm 2$

Корни знаменателя :  $2; 6$  (корни знаменателя «выкалываем» всегда)

Знак дроби отрицательный.



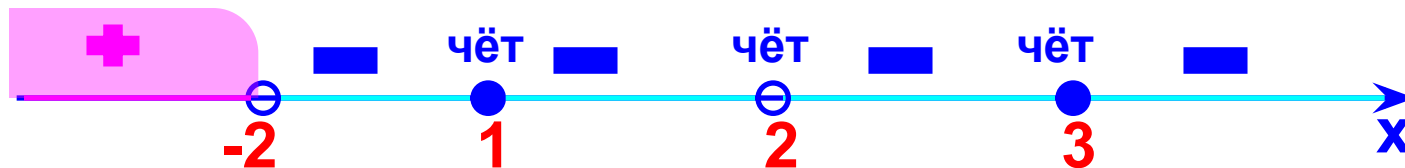
Ответ:  $[-2; 2) \cup (2; 6)$

$$\text{№14. } \frac{(1-x)^2(2-x)^3(3-x)^4}{x^2-4} \geq 0$$

Корни числителя :  $\pm 1$  (2 раза); 2 (3 раза); 3 (4 раза)

Корни знаменателя :  $\pm 2$

Знак дроби отрицательный.



Ответ:  $(-\infty; 2) \cup \{1; 3\}$

**№15.**  $\frac{1}{x} < 1$   
 $\frac{1}{x} - 1 < 0$   
 $\frac{1-x}{x} < 0$

Корни числителя : 1

Корни знаменателя : 0



Ответ:  $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

# Используемая литература.

- Сайт учителя математики Савченко Елены Михайловны  
<http://le-savchen.ucoz.ru/load/14-1-0-188;>
- Дидактические материалы по алгебре для 8 класса  
/В.И.Жохов, Ю.Н. Макарычев, Н.Д. Миндюк. – М.:Просвещение
- Дробно-рациональные неравенства  
/А.Х.Шахмейстер. – СПб.: «ЧеРо- на –Неве».
- Задачи и материалы с курсов повышения квалификации  
в Санкт – Петербургском государственном университете  
повышения педагогического мастерства по программе:  
«Стандарты математического образования».  
Курс: «Уравнения и неравенства» Зорина Н. А.