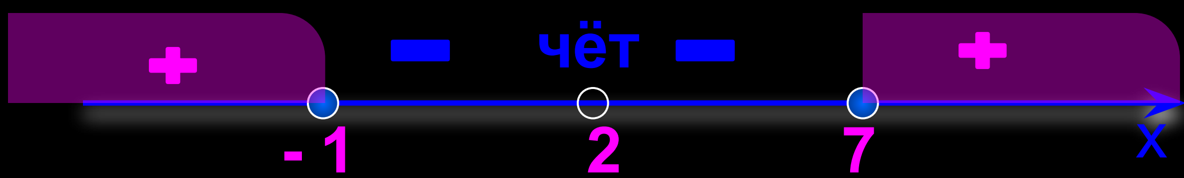
Метод интервалов

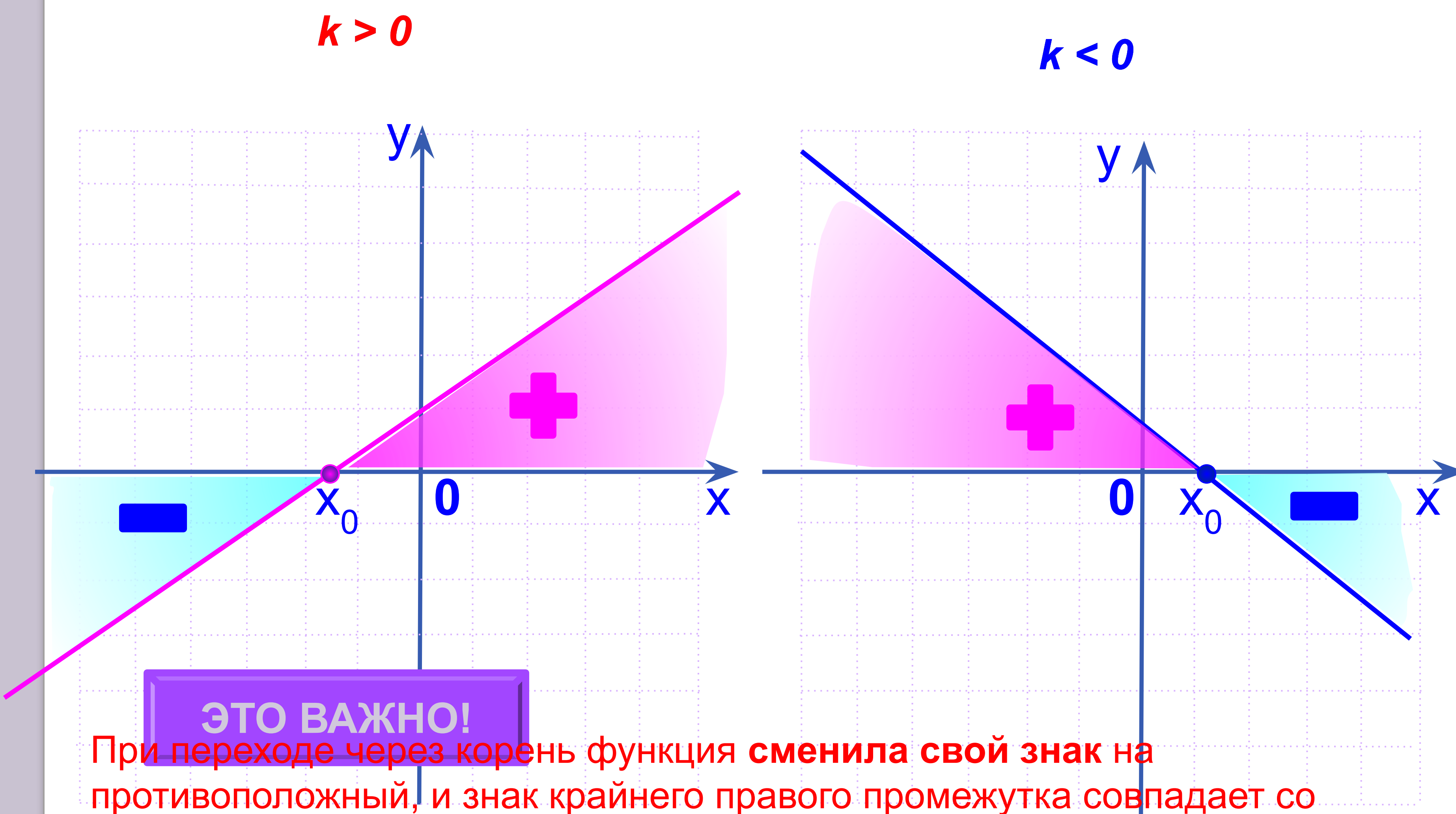


А Л Г Е Б Р А **8** К Л А С С

Перешивкина А. Ю.
Учитель математики
ГБОУ школа №494 г. Санкт – Петербурга
2012

Корни многочлена делят числовую ось на промежутки,
на каждом из которых функция сохраняет свой знак без изменения -
либо везде положителен, либо отрицателен.

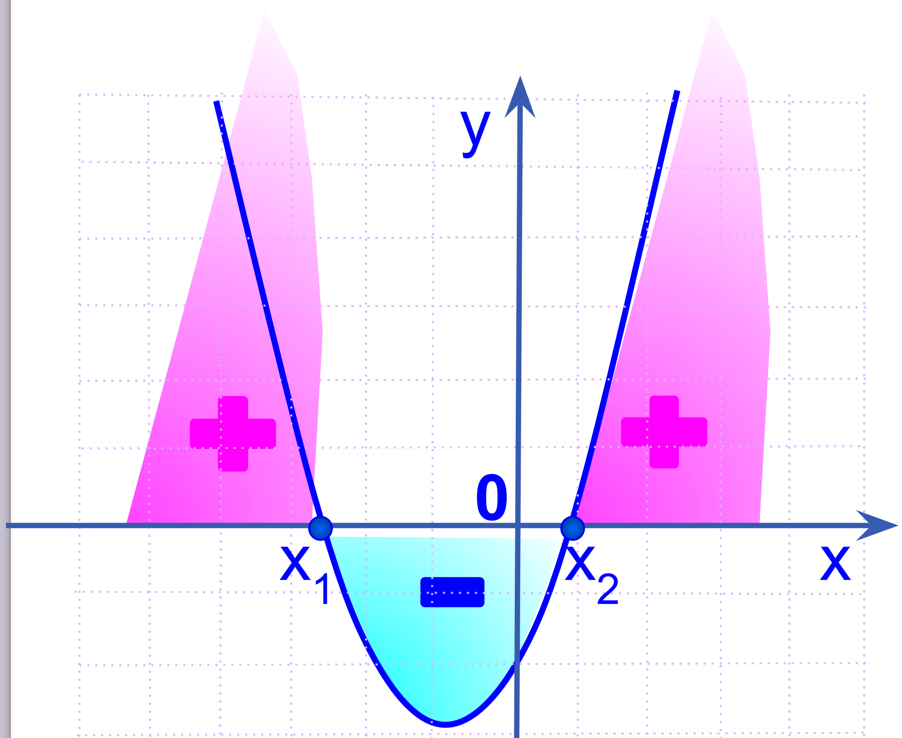
Исследуем линейную функцию: $y = kx + b$



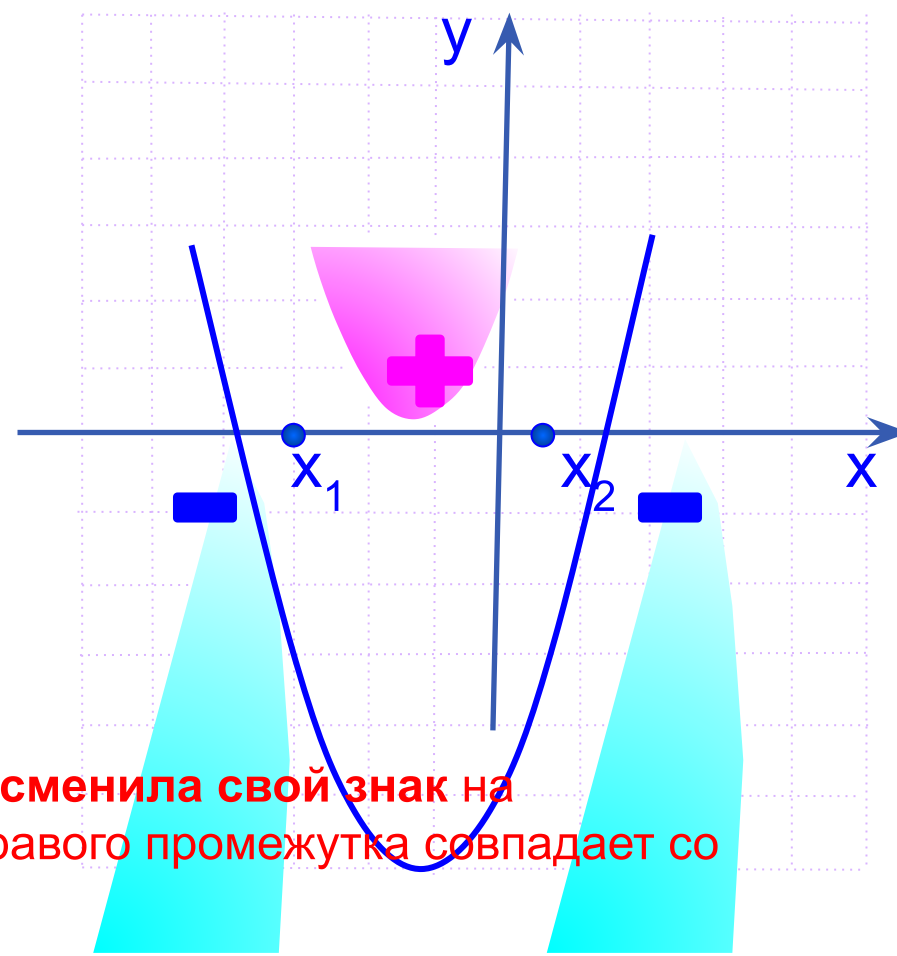
При переходе через корень функция **сменила свой знак** на противоположный, и знак крайнего правого промежутка совпадает со знаком старшего коэффициента***.***

Исследуем квадратичную функцию: $y = ax^2 + bx + c$

$a > 0$, $D > 0$



$a < 0$, $D > 0$

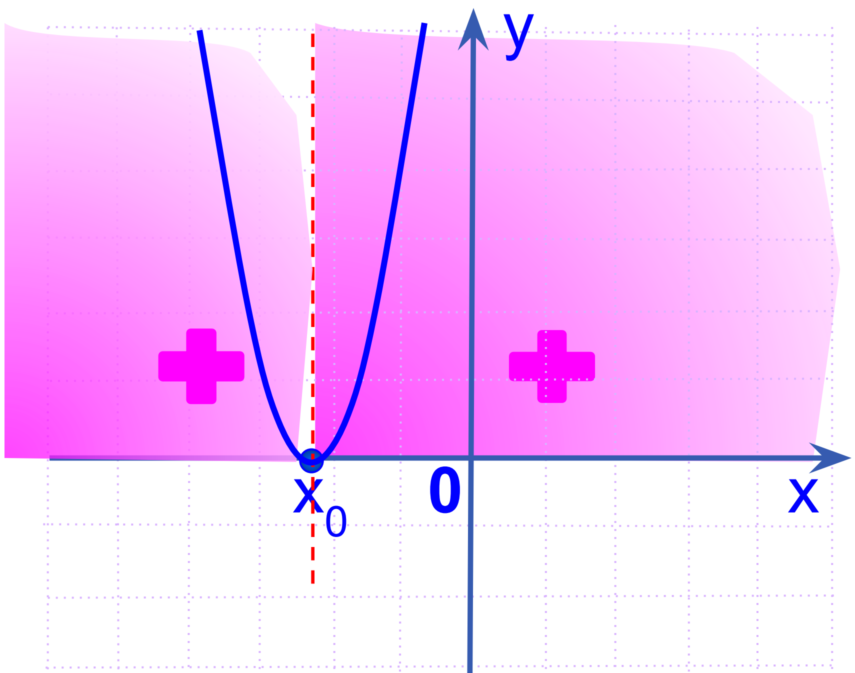


ЭТО ВАЖНО!

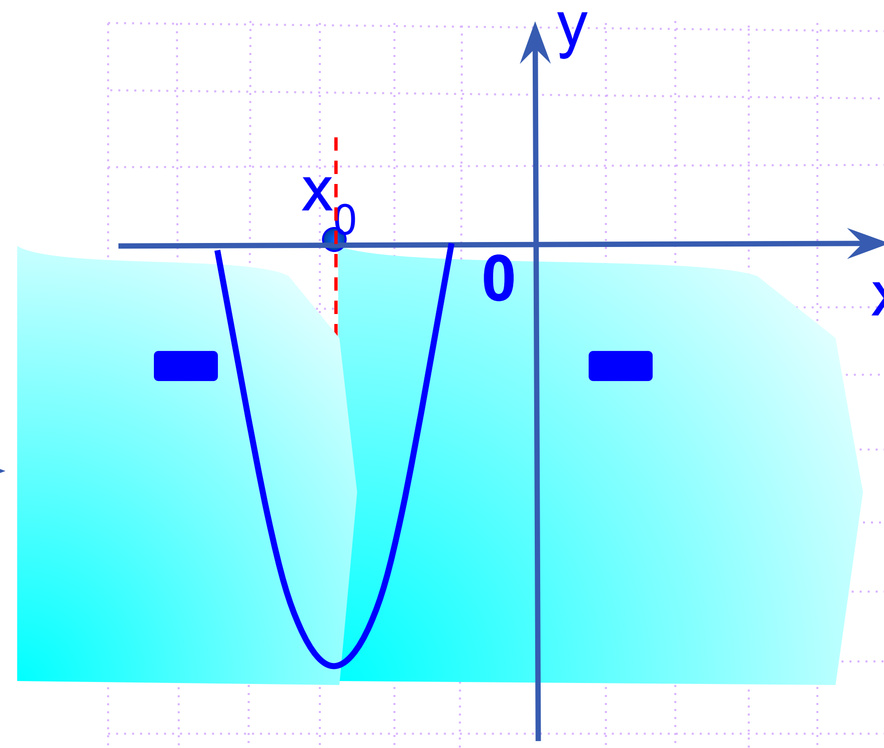
При переходе через корень функция **сменила свой знак** на противоположный, и знак крайнего правого промежутка совпадает со знаком старшего коэффициента.

Исследуем квадратичную функцию: $y = ax^2 + bx+c$

$a > 0$, $D = 0$



$a < 0$, $D = 0$

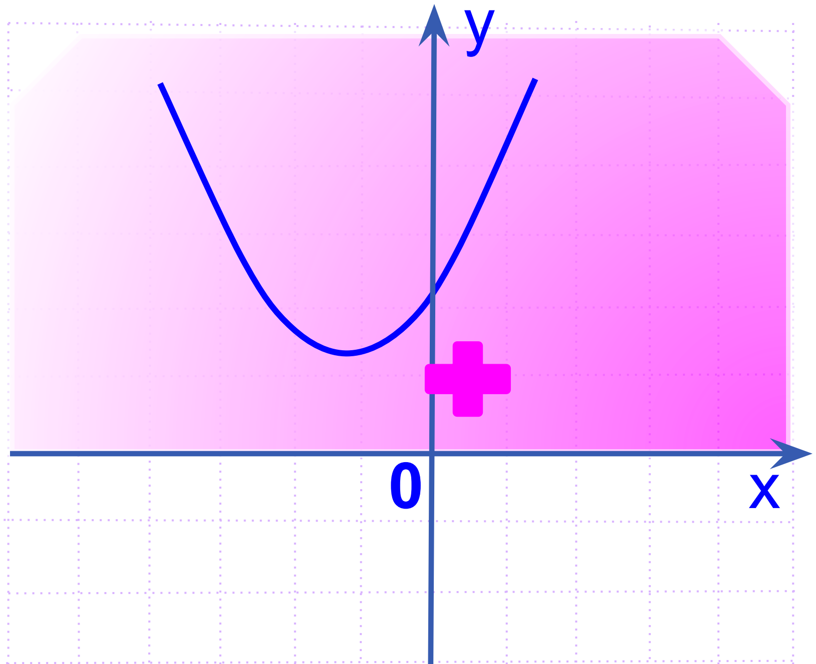


ЭТО ВАЖНО!

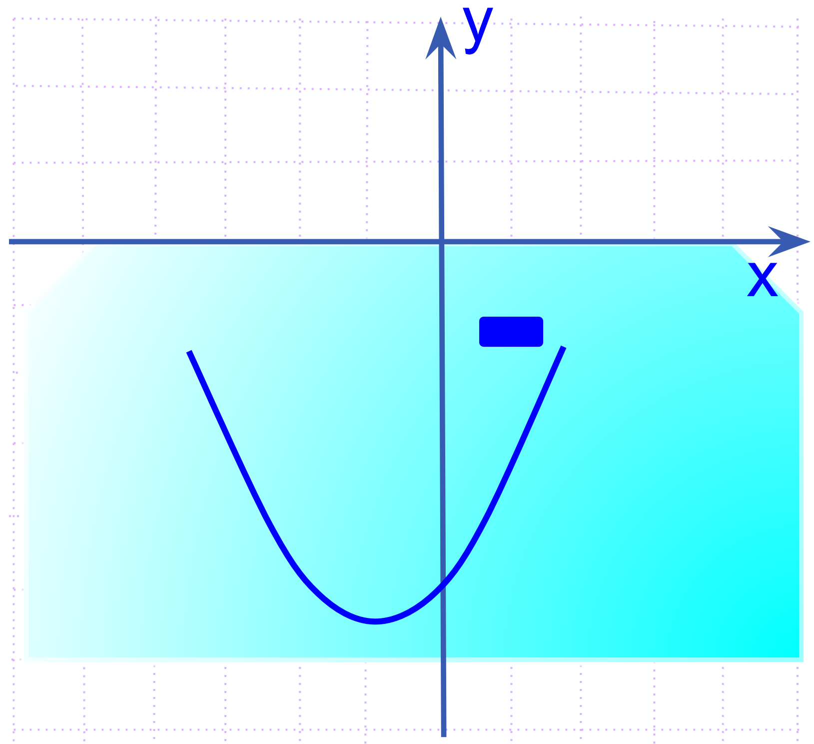
При переходе через корень функции свой знак **не поменяла**, знак старшего коэффициента совпадает со знаком крайнего правого промежутка.

Исследуем квадратичную функцию: $y = ax^2 + bx + c$

$a > 0$, $D < 0$



$a < 0$, $D < 0$



ЭТО ВАЖНО!

Функция **сохраняет** свой знак на всей числовой оси.

Выводы:

1) если корень функции встречается **нечетное** число раз, то при переходе через него функция меняет свой знак **на противоположный**;
- если корень встречается **четное** число раз, то при переходе через него функция свой знак **сохраняет;**

2) если корней нет, то функция сохраняет свой знак на всей числовой оси;

3)знак на любом из промежутков можно определить методом подстановки;

4) знак справа от большего корня совпадает со знаком старшего коэффициента многочлена.

Алгоритм решения неравенств методом интервалов:

- привести неравенство к сравнению многочлена с нулем;
- найти корни многочлена, для дробно – рациональных неравенств корни числителя и знаменателя находят отдельно;
- нанести корни на числовую ось (если неравенство строгое, то корни на числовой оси «выкалываем;» корни знаменателя «выкалываем» всегда, т. к. на нуль делить нельзя);
- определить знак на одном из промежутков;
- расставить знаки на всех остальных промежутках;
- записать ответ в соответствии со знаком неравенства.

ЭТО ВАЖНО!

Методом интервалов решают неравенства с нулем в правой части:

$f(x) > 0$; $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$.

Решение неравенств

$a = 1 > 0$

№1. $x^2 - 3x - 4 \geq 0$

Неравенство готово для решение методом интервалов, т. к. в правой части находится нуль. Находим корни.

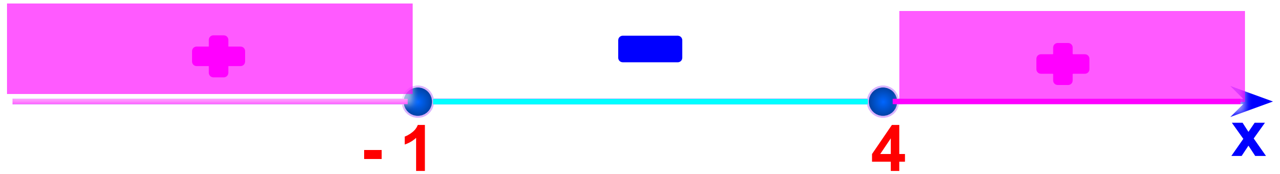
Корни : $x^2 - 3x - 4 = 0$

$x_1 + x_2 = 3$

$x_1 x_2 = -4$

$x_1 = 4$

$x_2 = -1$



Ответ: $(-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$

$a = -1 < 0$

№2. $-x^2 + 6x - 8 > 0$

Корни : $-x^2 + 6x - 8 = 0 \mid \times(-1)$

$x^2 - 6x + 8 = 0$

$x_1 + x_2 = 6$

$x_1 x_2 = 8$

$x_1 = 2$

$x_2 = 4$

Ответ: $(2;4)$

№3. $3x^2 \le 1$

$a = 3 > 0$ $\quad 3x^2 - 1 \le 0$

Корни : $3x^2 - 1 = 0$

$3x^2 = 1$

$x^2 = \frac{1}{3}$

$x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

Ответ: $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$

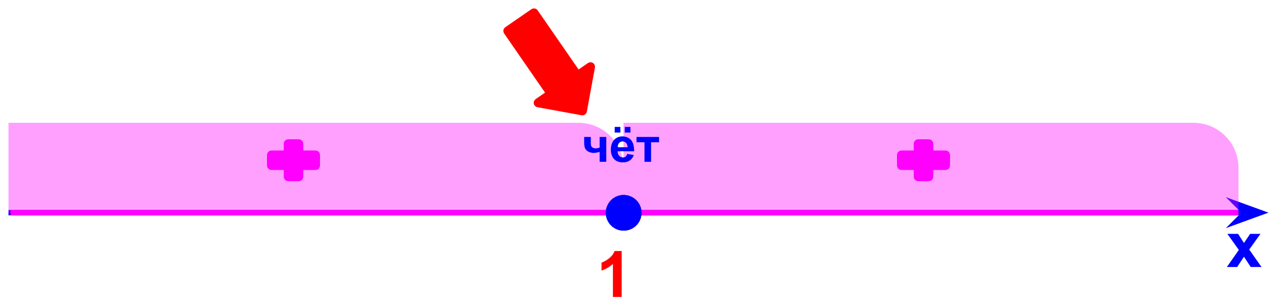
a =1> 0

№5. $x^2 - 2x + 1 \geq 0$

Корни : $x^2 - 2x + 1 = 0$

$(x - 1)^2 = 0$

$x = 1$ (2 раза)



Ответ: Ø

Ответ: $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

$(-\infty; +\infty)$

a =1> 0

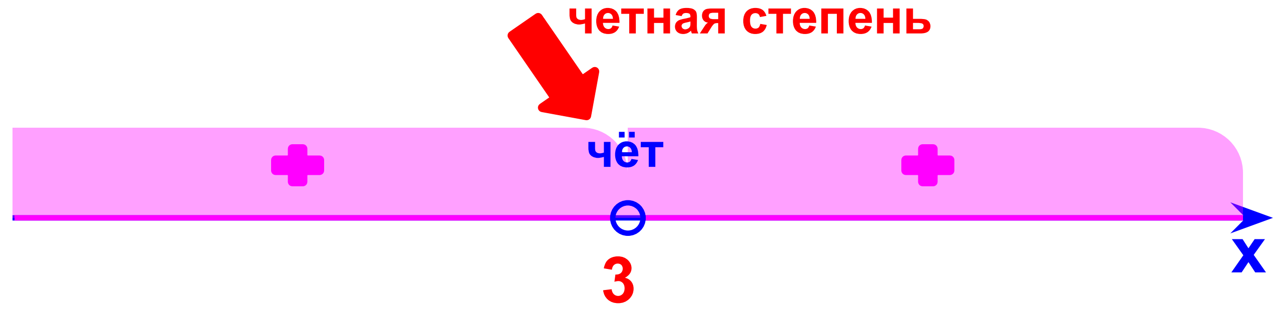
№8. $(x – 3)^{18} > 0$

18

Корни : x - 3 = 0

x = 3 (18 раз)

Обращаем внимание на знак перед старшим коэффициентом и на четность – нечетность степени.



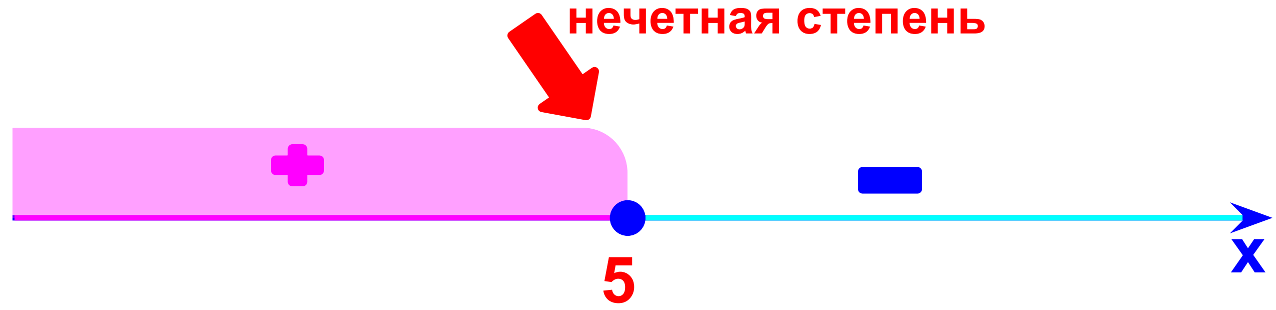
Ответ: (- ∞ ; 3) U (3; +∞)

$a = -1 < 0$

№9. $(5 - x)^5 \geq 0$

Корни : $5 - x = 0$

$x = 5$ (5 раз)



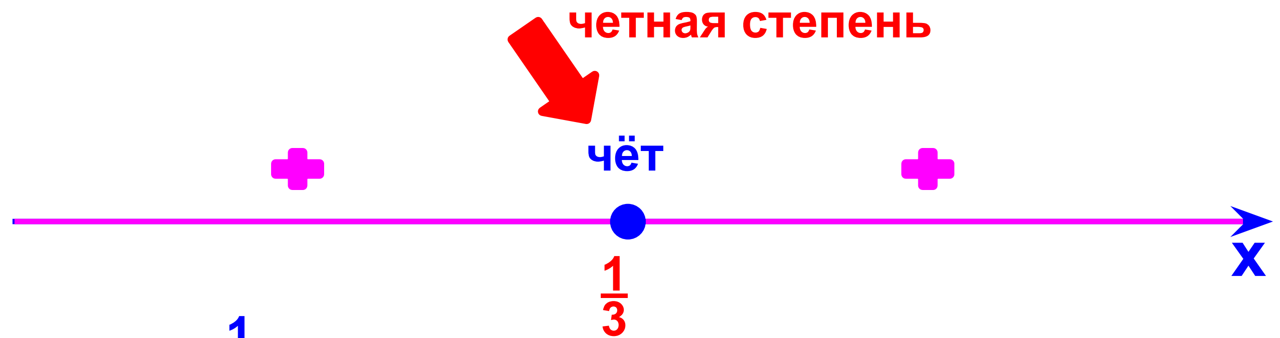
Ответ: $(-\infty ; 5]$

$a =- 3 < 0$

№10. $(1 - 3x)^{50} \le 0$

Корни : $1 - 3x = 0$

$x = \frac{1}{3}$ (50 раз)



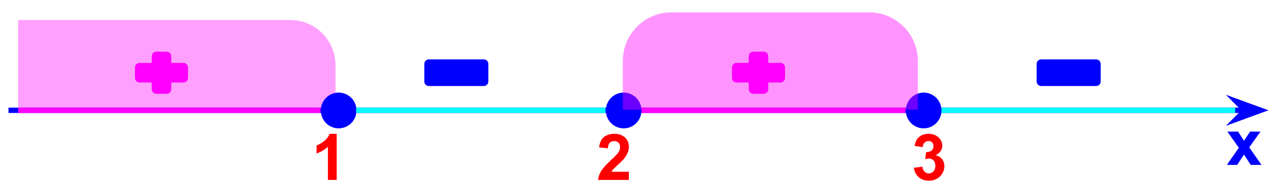
Ответ: $\frac{1}{3}$

$a_1 = 1 > 0$ $a_2 = 1 > 0$ $a_3 = -1 < 0$

№11. $(x - 1)(x - 2)(3 - x) \geq 0$

Корни : 1 ; 2 ; 3

Знак произведения отрицательный.



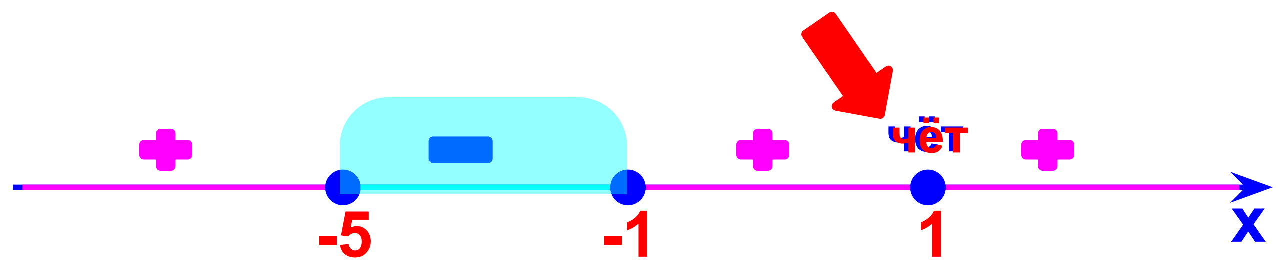
Ответ: $(-\infty ; 1] \cup [2;3]$

$a_1 = 1 > 0$ $a_2 = 1 > 0$

№12. $(x^2 - 1)(x^2 + 4x - 5) \le 0$

Корни : ±1 ; -5 ; 1

Знак произведения положительный.



Ответ: [- 5; 1] $\cup$ {1}

$a_1 < 0$

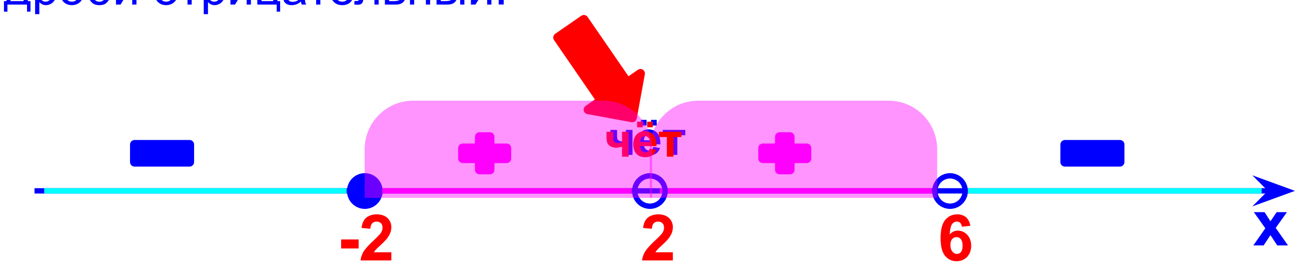
№13. $\dfrac{4 - x^2}{x^2 - 8x + 12} \geq 0$

$a_2 > 0$

Корни числителя : ± 2

Корни знаменателя : 2; 6 (корни знаменателя «выкалываем» всегда)

Знак дроби отрицательный.



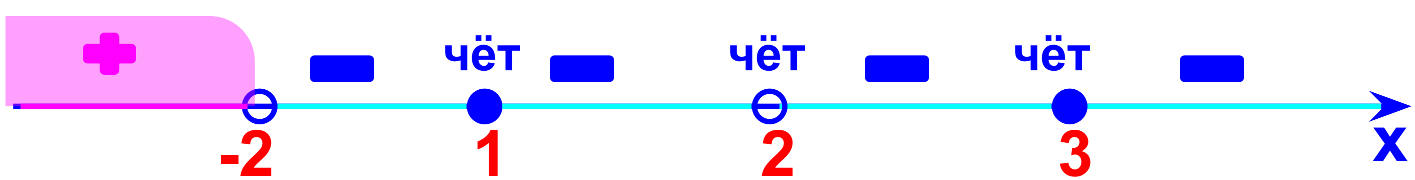
Ответ: [- 2; 2) U (2; 6)

№14. $\dfrac{(1-x)^2(2-x)^3(3-x)^4}{x^2-4} \geq 0$

Корни числителя : ± 1 (2 раза); 2 (3 раза); 3 (4 раза)

Корни знаменателя : ±2

Знак дроби отрицательный.



Ответ: $(-\infty; 2) \cup \{1;3\}$

№15.

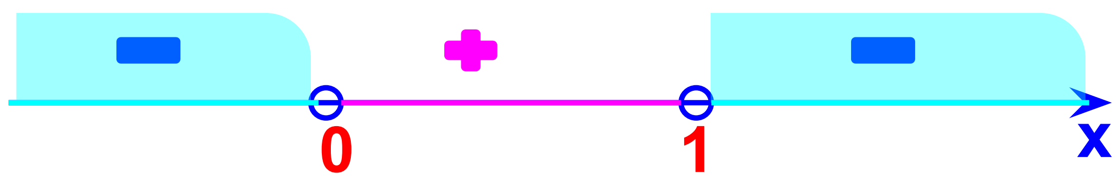
$$\frac{1}{x} < 1$$

$$\frac{1}{x} - 1 < 0$$

$$\frac{1-x}{x} < 0$$

Корни числителя : 1

Корни знаменателя : 0



Ответ: (-∞ ; 0) U (1; +∞)

Используемая литература.

• Сайт учителя математики Савченко Елены Михайловны http://le-savchen.ucoz.ru/load/14-1-0-188;

•Дидактические материалы по алгебре для 8 класса /В.И.Жохов, Ю.Н. Макарычев, Н.Д. Миндюк. – М.:Просвещение

•Дробно-рациональные неравества /А.Х.Шахмейстер. – СПб.: «ЧеРо- на –Неве».

•Задачи и материалы с курсов повышения квалификации в Санкт – Петербургском государственном университете повышения педагогического мастерства по программе: «Стандарты математического образования». Курс: «Уравнения и неравенства» Зорина Н. А.