

---

*Тема урока:*

# МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ

---

# Содержание урока

- Формула простых чисел П. Ферма
- Л.Эйлер
- Задача №1
- Принцип математической индукции
- Алгоритм доказательства методом математической индукции
- Задача №2
- Задача №3
- А.Н.Колмогоров о методе математической индукции
- Домашняя работа

Знаменитый математик XVII в. П.Ферма  
проверив, что числа



$$2^{2^0} + 1 = 3$$

$$2^{2^1} + 1 = 5$$

$$2^{2^2} + 1 = 17$$

$$2^{2^3} + 1 = 257$$

$$2^{2^4} + 1 = 65537$$

простые, сделал по индукции предположение, что для всех  $n=1,2,3,\dots$  числа вида

$$2^{2^n} + 1$$

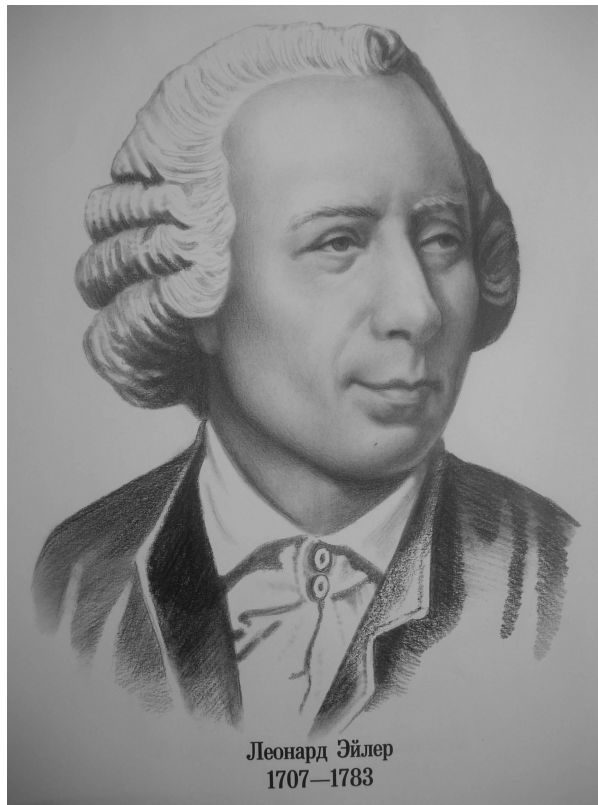
простые.



В XVIII веке Л.Эйлер нашел, что при  $n=5$

$$2^{2^5} + 1 = 4294967297 = 641 \cdot 6700417$$

СОСТАВНОЕ ЧИСЛО



Леонард Эйлер  
1707—1783



# Задача 1

Перед нами последовательность нечетных чисел натурального ряда.

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13...

Чему равна сумма  $n$  первых членов этой последовательности?



# Принцип математической индукции

Утверждение  $P(n)$  справедливо для всякого натурального  $n$ , если:

1. Оно справедливо для  $n=1$  или для наименьшего из натуральных чисел при котором закономерность имеет смысл.
2. Из справедливости утверждения, для какого либо произвольного натурально  $n=k$ , следует его справедливость для  $n=k+1$ .



# Алгоритм доказательства методом математической индукции

1. Проверяют справедливость гипотезы для наименьшего из натуральных чисел при котором гипотеза имеет смысл (базис индукции).
2. Сделав предположение, что гипотеза верна для некоторого значения  $k$ , стремятся доказать справедливость ее для  $k+1$  (индукционный шаг).
3. Если такое доказательство удалось довести до конца, то, на основе принципа математической индукции можно утверждать, что высказанная гипотеза справедлива для любого натурального числа  $n$ .



## Задача 2

Доказать, что

$$(7^n + 8^{2n-3}) \square 9$$

при  $n \geq 2$ .





## Задача 3

Каждый человек в мире пожал какое-то количество рук.

Докажите, что число людей пожалавших **нечетное** число рук – **четно**.



*«Понимание и умение правильно применять принцип математической индукции, является хорошим критерием логической зрелости, которая совершенно необходима математику»*



А.Н. Колмогоров



# Домашнее задание

1. Доказать неравенство,  $(1 + x)^n > 1 + nx$

где  $x \geq -1$ ,  $x \neq 0$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n > 1$ .

Это неравенство называется неравенством Бернулли.

2. Доказать, что сумма квадратов чисел натурального ряда от 1 до  $n$ , равна ,

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

