

Раздел № 2

Математические модели реализации задач оптимального выбора

Тема №2

Методы многопараметрической оптимизации

Методы многопараметрической оптимизации

Классическая задача линейного программирования через свою целевую функцию ориентирует систему на достижение только одной цели.

На практике часто возникает ситуация, когда система должна развиваться реализуя две и более цели. Например, максимизация производства нескольких видов продукции и т.д.

При решении однокритериальной задачи остальные критерии могут рассматриваться как параметры модели.

Такие задачи относят к классу **многопараметрических задач**.

Методы многопараметрической оптимизации

Метод последовательных уступок:

Сущность метода: один из оптимизируемых параметров принимается в качестве целевой функции, а для других задаются некоторые предельные значения граничных условий. Задачи решаются в нескольких вариантах, отличающихся друг от друга предельно задаваемыми значениями.

Методы многопараметрической оптимизации

Метод последовательных уступок:

В общем виде постановку этой задачи можно записать следующим образом:

$$Z_{\max} = \sum_{j \in J} v_j' X_j = V'$$

$$\sum_{j \in J} a_{ij} X_j \leq b_i$$

$$\sum_{j \in J} v_j'' X_j \geq V_z'' + \Delta V_i''$$

$$X_j \geq 0$$

$$Z_{\max} = \sum_{j \in J} v_j'' X_j = V''$$

$$\sum_{j \in J} a_{ij} X_j \leq b_i$$

$$\sum_{j \in J} v_j' X_j \geq V_z' + \Delta V_i'$$

$$X_j \geq 0$$

Пример задачи многопараметрической оптимизации

На максимум производства подсолнечника:

Показатели	Озимая пшеница	Ячмень	Сахарная свекла	Подсолнечник	Наличие ресурсов всего	По решению
	X1	X2	X3	X4		
	0	0	0	350		
Пашня	1	1	1	1	1 000	350
Удобрения	150	100	800	500	310 000	175 000
Дизельное топливо	53	48	124	68	80 000	23 800
Площадь технических			1	1	350	350
Сахарная свекла			42,0		0	0
Подсолнечник				2,2	770	770

Пример задачи многопараметрической оптимизации

На максимум производства сахарной свеклы:

Показатели	Озимая пшеница	Ячмень	Сахарная свекла	Подсолнечник	Наличие ресурсов всего	По решению
	X1	X2	X3	X4		
	0	0	0	350		
Пашня	1	1	1	1	1 000	350
Удобрения	150	100	800	500	310 000	280 000
Дизельное топливо	53	48	124	68	80 000	43 400
Площадь технических			1	1	350	350
Подсолнечник				2,2	0	0
Сахарная свекла			42,0		14 700	14 700

Пример задачи многопараметрической оптимизации

На максимум производства сахарной свеклы при
уступке по подсолнечнику 200 т:

Показатели	Озимая пшеница	Ячмень	Сахарная свекла	Подсолнечник	Наличие ресурсов всего	По решению
	X1	X2	X3	X4		
	0	0	0	350		
Пашня	1	1	1	1	1 000	350
Удобрения	150	100	800	500	310 000	252 727
Дизельное топливо	53	48	124	68	80 000	38 309
Площадь технических			1	1	350	350
Подсолнечник				2,2	200	200
Сахарная свекла			42,0		10 882	10 882

Пример задачи многопараметрической оптимизации

Альтернативные варианты развития:

Показатели	Варианты				
	1	2	3	4	5
Пашня	350	350	350	350	350
Удобрения	280 000	252 727	225 455	198 182	175 000
Дизельное топливо	43 400	38 309	33 218	28 127	23 800
Площадь технических	350	350	350	350	350
Подсолнечник	0	200	400	600	770
Сахарная свекла	14 700	10 882	7 064	3 245	0

Методы многопараметрической оптимизации

Метод нахождения компромиссной целевой функции:

Используется в случае если значимость отдельных показателей можно оценить количественно, например, с помощью коэффициентов веса.

Например: реализованы L-вариантов задачи с помощью метода уступок. Так как цель принятия оптимального решения состоит в определении значений параметров, определяющих развитие системы, то выбор компромиссного варианта должен исходить как из значимости каждого из параметров, так и от отклонений каждого из этих параметров от неких нормативных значений.

Метод нахождения компромиссной целевой функции:

Формула расчета компромиссных коэффициентов:

$$R_{il} = \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} \sum_{n \in N} (k_{ni} * P_{nl}^+ / P_{nf} + k_{ni} * P_{nl}^- / P_{nf}) \quad , \text{ где}$$

n - номер параметра; N - количество параметров;

l - номер варианта; L - количество вариантов;

i - номер ситуации; I - количество ситуаций;

R_{il} - коэффициент по l -тому варианту для i -той ситуации;

k_{in} - коэффициент веса n -го параметра в i -той ситуации;

P_{nl} - значение n -го параметра в l -том варианте;

P_{nf} - нормирующее значение n -го параметра в l -том варианте.

Метод нахождения компромиссной целевой функции:

Рассчитанные значения компромиссных целевых функций представляются в виде матрицы размером $I \times L$.

На следующем этапе для каждой ситуации I требуется из совокупности рассчитанных значений найти максимальное.

В формализованном виде данную задачу можно записать в виде:

$$\max R_i = \max\{R_{il}\}$$

Метод нахождения компромиссной целевой функции:

Виды продукции	Варианты				
	1	2	3	4	5
Подсолнечник	0	200	400	600	770
Сахарная свекла	14 700	10 882	7 064	3 245	0

$$1,00 \cdot 0 / 770 + 0,00 \cdot 14700 / 14700 = 0 \quad 1,00 \cdot 200 / 770 + 0,00 \cdot 10882 / 14700 = 0,260$$

№ ситуации	Коэффициент веса		Варианты				
			1	2	3	4	5
1	1,00	0,00	0,000	0,260	0,519	0,779	1,000
2	0,75	0,25	0,250	0,380	0,510	0,640	0,750
3	0,50	0,50	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500
4	0,25	0,75	0,750	0,620	0,490	0,360	0,250
5	0,00	1,00	1,000	0,740	0,481	0,221	0,000

Метод нахождения компромиссной целевой функции:

Виды продукции	Варианты				
	1	2	3	4	5
Продукция 1	100	125	150	175	200
Продукция 2	300	290	250	200	160

№ ситуации	Коэффициент веса		Варианты				
			1	2	3	4	5
1	1,00	0,00	0,500	0,625	0,750	0,875	1,000
2	0,75	0,25	0,625	0,710	0,771	0,823	0,883
3	0,50	0,50	0,750	0,796	0,792	0,771	0,767
4	0,25	0,75	0,875	0,881	0,813	0,719	0,650
5	0,00	1,00	1,000	0,967	0,833	0,667	0,533