Работа выполнена:

Ученицей 10 класса «б»
МБОУСОШ №1
г. Новочеркасска
Пасенчук Анастасией
под руководством учителя математики Филипповой Е.М.

Презентация по теме:

Методы реш

логарифмичес

уравнений

1.Уравнения, решаемые по определению

$\log_a b = c,$

$a^c = b,\ a>0,\ a\neq 1,\ b>0$

Пример:

$\log 3(2-x)=2$

$2-x=3^2$

$2-x=9$

$-x=6$

$x=-6$

Ответ: $x=-6$

ОДЗ: $2-x>0$

$x<2$

2.Уравнения, решаемые с использованием основных свойств

$\log_a(bc) = \log_a|b| + \log_a|c|$

$\log_a(b/c) = \log_a|b| - \log_a|c|$

$\log_a b^p = p\log_a|b|$

Пример:

$\log_2(x+1)+\log_2(x+2)=1$ **ОДЗ:** $\begin{cases} x+1>0 \\ x+2>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x>-1 \\ x>-2 \end{cases}$

$x>-1$

$\log_2(x+1)(x+2)=1$

$(x+1)(x+2)=2^1$

$x^2+3x=0$

$x(x+3)=0$

$x_1=0$ $x_2=-3$(не уд. ОДЗ)

Ответ: $x=0$

3.Метод потенцирования

$$\log_a f(x)=\log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)>0 \\ g(x)>0 \\ f(x)=g(x) \end{cases}$$

Пример:

$\lg(x-4)+\lg(x-6)=\lg 8$ ОДЗ: $\begin{cases} x-4>0 \\ x-6>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x>4 \\ x>6 \end{cases}$ $x>6$

$\lg(x-4)(x-6)=\lg 8$

$(x-4)(x-6)=8$

$x^2-10x+16=0$

$x_1=8$

$x_2=2$ (не уд. ОДЗ)

Проверка: $x=8$

$\lg 4+\lg 2=\lg 8$

$Lg8=\lg 8$

Ответ. 8

4.Метод подстановки

а)Уравнения, сводящиеся к квадратным

Пример1:

$\lg^2 x - 3\lg x + 2 = 0$ **ОДЗ**: $x>0$

пусть $\lg x = t$, $t \in R$

$t^2 - 3t + 2 = 0$

$t_1 = 1$ $t_2 = 2$

если $t_1 = 1$, то

$\lg x = 1$

$x = 10$

если $t_2 = 2$, то

$\lg x = 2$

$x = 100$

Ответ: $x_1 = 10$, $x_2 = 100$

Пример2:

$\lg^2(10x)=5-\lg x$ **ОДЗ**: $x>0$

$(\lg 10+\lg x)^2=5-\lg x$

$1+2\lg x+\lg^2 x-5+\lg x=0$

$\lg^2 x+3\lg x-4=0$

пусть $\lg x=t$

$t^2+3t-4=0$

$t_1=1;\quad t_2= -4$

если $t_1=1$, то

$\lg x=1$

$x=10$

если $t_2= -4$, то

$\lg x=-4$

$x=0{,}0001$

Ответ: $x_1=10$, $x_2=0{,}0001$

б)Использование формулы

$$\log_a b = {}^1/\log_b a$$

Пример:

$\log_x(9x^2)\log^2_3 x=4$ **ОДЗ:** $\begin{cases} x>0 \\ x\neq 1 \end{cases}$

$(\log_x 9+\log_x x^2)\log^2_3 x=4$

$(2\log_x 3+2)\log^2_3 x=4$

$(2/\log_3 x+2)\log^2_3 x=4$

пусть $\log_3 x=t$ $(2/t+2)t^2=4$

$2t^2+2t-4=0$

$t_1=1;$ $t_2=-2$

если $t_1=1$, то

$\log_3 x=1;$ $x_1=3;$

если $t_2=-2$, то

$\log_3 x=-2.$

$x_2=1/9.$

<u>Ответ:</u> $x_1=3$, $x_2=1/9$

5.Метод приведения к одному основанию

$\log_a b = \log_c b / \log_c a$

$a>0, b>0, c>0 \; a \neq 1, \; c \neq 1$

Пример:

$\log_2 x+\log_4 x+\log_8 x=11$ ОДЗ: $x>0$

$\log_2 x+\log_{22} x+\log_{23} x=11$

$\log_2 x+1/2\log_2 x+1/3\log_2 x=11$, $\log_2 x\neq 0, x\neq 1$

$11/6\log_2 x=11$

$\log_2 x=6$

$x=2^6$

$x=64$

<u>Ответ</u>: $x=64$

6. Метод логарифмирования

$$\log_a b^p = p\log_a b$$

$b>0;\ a>0;\ a\neq 1$

Пример:

$x^{(\lg x+5)/3}=10^{5+\lg x}$ **ОДЗ**: $x>0$

прологарифмируем уравнение по основанию 10

$\lg x^{(\lg x+5)/3}=\lg 10^{5+\lg x}$

$((\lg x+5)/3)\lg x=(5+\lg x)\lg 10$

$1/3(\lg x+5)\lg x=5+\lg x|*3$

$(\lg x+5)\lg x=15+3\lg x$

$\lg^2 x+5\lg x=15+3\lg x$

$\lg^2 x+2\lg x-15=0$

пусть $\lg x=t$

$t^2+2t-15=0$

$t_1=-5;\quad t_2=3$

если $t_1=-5$, то $\lg x=-5$ если $t_2=3$, то $\lg x=3$

$x_1=0{,}00001$ $x_2=1000$

Ответ: $x_1=0{,}00001$, $x_2=1000$

7.Использование специальной формулы

$$a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$$

$b>0; b\neq 1$ $a>0;$ $a\neq 1;$ $c>0;$ $c\neq 1$

Пример:

$3x^{\log 52}+2^{\log 5x}=64$

ОДЗ: $x>0, x\neq 1$

$3*2^{\log 5x}+2^{\log 5x}=64$

$4*2^{\log 5x}=64 \mid :4$

$2^{\log 5x}=16$

$2^{\log 5x}=2^4$

$\log_5 x=4$

$x=5^4$

$x=625$

Ответ: $x=625$

8.Использование свойств монотонности функции

Пример:

$\log_3(x+1)+\log_4(5x+6)=3$ ОДЗ: $x> -1,2$

$y= \log_3(x+1)$ - возрастающая функция

$y= \log_4(5x+6)$- возрастающая функция

3 - const

Сумма двух возрастающих функций равна возрастающей функции.

Используем утверждение: если возр. функция

равна const или убыв. функции, тогда

уравнение имеет один корень, который находится с

помощью метода подбора.

Ответ: $x=2$

9.Использование свойств ограниченности функции

Пример:

$\log_2(17-|\sin 0,5\pi x|)=\sqrt{2x+15-x^2}$, $x \geq 0$

1)рассмотрим левую часть

т.к. $0 \leq |\sin 0,5\pi x| \geq 1$,то

$\log_2(17-|\sin 0,5\pi x|) \geq \log_2(17-1)=\log_2 16=4$ т.е.

$0 \leq |\sin 0,5\pi x| \geq 4$

при x=1 - достигается равенство

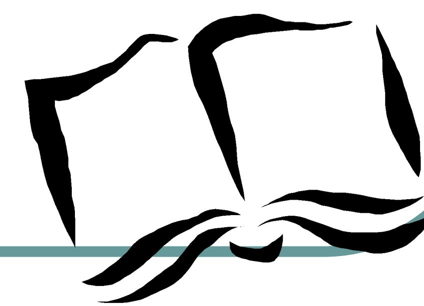
2)рассмотрим правую часть

$\sqrt{2x+15-x^2}= \sqrt{16-(x+1)} \leq \sqrt{16}=4=16-(x-1)^2$

$\sqrt{2x+15-x^2} \leq 4$

при x=1 – достигается равенство

Ответ: x=1



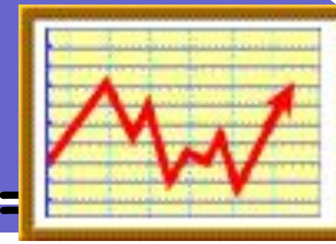
10. Однородные уравнения II степени

$$ax^2+bxy+cy^2=0 \mid : y^2 \neq 0$$

$$a(x/y)^2+b(x/y)+c=0$$

$$at^2+bt+c=0$$

Пример:



$3\log^2_2(x+1)-4\log_2(2x+1)\log_2(x+1)+\log^2_2(2x+1)=$

<u>Делим на $\log^2_2(2x+1)$</u> <u>ОДЗ:</u> $x>1/2$

$3(\underbrace{\log_2(x+1)/\log_2(2x+1)}_{t})^2-4\log_2(2x+1)\log_2(x+1)/\log^2_2(2x+1)+1=0$

$3t^2-4t+1=0$

$t_1=1 \quad t_2=1/3$

если $t_1=1$ то,

$\log_2(x+1)/\log_2(2x+1)=1$

$\log_2(x+1)=\log_2(2x+1)$

$x+1=2x+1$

$x=0$

если $t_2=1/3$ то,

$\log_2(x+1)/\log_2(2x+1)=1/3$

$3\log_2(x+1)=\log_2(2x+1)$

$\log_2(x+1)^3=2x+1$

$x(x^2+3x+1)=0$

$x_1=0 \quad x_2=(-3+\sqrt{5})/2$

$x_3=(-3-\sqrt{5})/2$ не уд.

<u>Ответ:</u> $x_1=0$, $x_2= =(-3+\sqrt{5})/2$

11.Уравнения, содержащие неизвестное в основании и показатели степени

Пример:

$x^{\sqrt{x}}=\sqrt{x}^{x}$ ОДЗ: $\begin{cases} x>0, \\ x\neq 1 \end{cases}$

$\log_x x^{\sqrt{x}} = \log_x \sqrt{x}^{x}$

$\log_x x^{x^{0,5}} = \log_x (x^{0,5})^{x}$

$\sqrt{x}\log_x x = 0,5\log_x x$

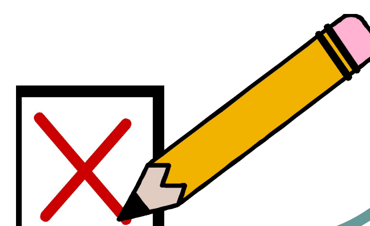
$\sqrt{x}=0,5x$

$\sqrt{x}(1-0,5\sqrt{x})=0$

$\sqrt{x}=0$ (не уд.ОДЗ) $(1-0,5\sqrt{x})=0$

$\sqrt{x}=2$

$x=4$



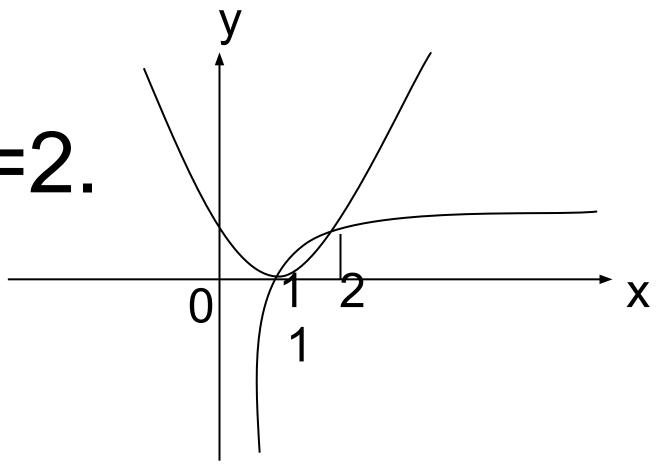
Ответ: $x=4$

12.Функционально - графический метод

$(x - 1) = \log_2 x$

Строим графики функций $y = (x - 1)$ и $y = \log_2 x$.

Ответ: $x = 1$, $x=2$.



Решить самостоятельно

- $lq(x^2-2x)=lg30-1$;
- $lg(x^2+2x-3)=lg(6X-2)$;
- $log_3X*log_2x =4 \ log_3 2$;
- $log_3X+log_9X+log_{27}X=1/12$;
- $log_5(X-l0)-log_5(X+2)=-1$;
- $3+ 2log_{X+1}3=2log_3(X+1)$.