

Методы решения логарифмических уравнений

*Выработка умений
самостоятельного применения
знаний в стандартных и
нестандартных ситуациях*

Задачи урока распределяются по 3 уровня:

- 1 уровень – уметь решать простейшие логарифмические уравнения, применяя определение логарифма, свойства логарифмов;
- 2 уровень – уметь решать логарифмические уравнения, выбирая самостоятельно способ решения
- 3 уровень – уметь применять знания и умения в нестандартных ситуациях

Фронтальный опрос класса:

- *Что понимают под логарифмическим уравнением?*
- *Что называется корнем уравнения?*
- *Что значит «решить уравнение»?*
- *Какие уравнения называются равносильными?*
- *На доске записаны формулы. Какие из них не верные?*

Диктант (с последующей

взаимопроверкой)

Возможные ответы: «Да» - , «Нет» - .

| В-1 | В-2 |
|---|---|
| Верно ли утверждение: | |
| Если $2^x = 7$, то $x = \log_2 7$ Если $\log_3 x = 3$, то $x = 6$ Если $\log_x 64 = 2$, то $x = 8$ | Если $3^x = 5$, то $x = \log_5 3$ Если $\log_7 49 = x$, то $x = -2$ Если $\log_2 x = 4$, то $x = 16$ |
| Равносильны ли уравнения: | |
| $\lg x^2 = 6$ И $2\lg x = 6$ $\lg x \cdot \lg 5 = 3$ И $\lg(x+5) = 3$ $\lg \frac{x}{3+x} = 1$ И $\lg x - \lg(3+x) = 1$ | $\lg x^2 = 4$ И $2\lg x = 4$ $\lg x + \lg(x^3 - 1) = 2$ И $\lg x(x^3 - 1) = 2$ $\frac{\lg x}{\lg 4} = 2$ И $\lg x - \lg 4 = 2$ |
| Ответы: | |
| <input type="radio"/> <input type="checkbox"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="checkbox"/> <input type="radio"/> | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="radio"/> <input type="checkbox"/> <input type="radio"/> <input type="checkbox"/> |

Методы решения логарифмических уравнений

1. Преобразование логарифмических уравнений
2. Замена переменных в уравнениях
3. Логарифмирование уравнений

1. Преобразование логарифмических уравнений

Пример 1.

$$\log_2 4 + 2\log_2 x = \log_2(6x + 18)$$

$$1) 2 + \log_8 x = \log_2(6x + 18)$$

$$2) \log_2 4x^2 = \log_2(6x + 18), x > 0$$

$$3) 4x^2 = 6x + 18, 4x^2 - 6x - 18 = 0$$

$$4) x_1 = 3, x_2 = -\frac{3}{2}, x = -\frac{3}{2} - \text{постор. корень}$$

Ответ: 3

Пример 2.

$$\lg(x + 4) + \lg(2x + 3) = \lg(1 - 2x)$$

$$1) \lg(x + 4)(2x + 3) = \lg(1 - 2x), -1.5 < x < 0.5$$

$$2) 2x^2 + 11x + 12 = 1 - 2x, 2x^2 + 13x + 11 = 0$$

$$3) x_1 = -1, x_2 = -\frac{11}{2}, x = -\frac{11}{2} - \text{постор. корень}$$

Ответ: -1

Пример 3

$$\log_4 x^2 + \log_2(x + 2) = 0$$

$$1) \log_4 x^2 = \frac{\log_2 x^2}{\log_2 4} = \frac{2\log_2|x|}{2} = \log_2|x|$$

$$2) \log_2|x| + \log_2(x + 2) = 0$$

$$3) \log_2|x|(x + 2) = \log_2 1, x > 0$$

$$4) \begin{array}{ll} x^2 + 2x - 1 = 0, x > 0, & x^2 + 2x + 1 = 0, x < 0 \\ x = \sqrt{2} - 1 & x = -1 \end{array}$$

Ответ: -1, $\sqrt{2} - 1$

2. Замена переменных в уравнении

$$4 - \lg x = 3\sqrt{\lg x}$$

Пример 1.

$$\sqrt{\lg x} = t$$

1) Пусть $t_1 = 1, t_2 = -4$, тогда $t^2 + 3t - 4 = 0$
уравнение примет вид
, откуда
(посторонний корень).
 $\sqrt{\lg x} = 1,$

$$2) \lg x = 1,$$

$$x = 10.$$

Ответ: 10

3. Логарифмирова ние уравнений

$$x^{x+2} = x^5$$

Пример 1.

$$\lg x^{x+2} = \lg x^5,$$

$$1) (x + 2)\lg x = 5 \lg x,$$

$$2) (x - 3)\lg x = 0,$$

$$3) x - 3 = 0, \quad \lg x = 0,$$

$$4) x = 3 \quad x = 1$$

Ответ: 1; 3

Самостоятельное комплексное применение знаний (1 уровень)

1 вариант

- $\log_3 x = 4$
- $\log_2 x = -6$
- $\log_x 64 = 6$
- $-\log_x 64 = 3$
- $2\log_x 8 + 3 = 0$

2 вариант

- $\log_2 x = 5$
- $\log_5 x = -3$
- $\log_x 81 = 4$
- $-\log_x 625 = 4$
- $3\log_x 64 + 2 = 0$

Самостоятельное комплексное применение знаний (2 уровень)

1 вариант

- ▢ $\log_3 (2x-1) = \log_3 27$
- ▢ $\log_3 (4x+5) + \log_3 (x+2) = \log_3 (2x+3)$
- ▢ $\log_2 x = -\log_2 (6x-1)$
- ▢ $4 + \log_3 (3-x) = \log_3 (135-27x)$
- ▢ $\log_{\sqrt{3}} (x-2) + \log_3 (x-2) = 10$

2 вариант

- ▢ $\log_2 (x+3) = \log_2 16$
- ▢ $2\log_5 (3-4x) - \log_5 (2x+1)^2 = 0$
- ▢ $2\log_3 (7x-10) = \log_3 x$
- ▢ $\lg(x-1) + \lg x = \lg(5x-8)$
- ▢ $-\lg_{\sqrt{3}}(x-1) - \lg_{\sqrt{3}\sqrt{x-1}} = -6$

Самостоятельное комплексное применение знаний (3 уровень)

1 вариант

- ✓ $2\log^2_3 x - 7\log_3 x + 3 = 0$
- ✓ $\lg^2 x - 3\lg x - 4 = 0$
- ✓ $\log^2_3 x - \log_3 x - 3 = 2^{\log 23}$

2 вариант

- ✓ $\log^2_3 x - 3\log_3 x + 2 = 0$
- ✓ $\lg^2 x - 2\lg x - 3 = 0$
- ✓ $3\log^2_8 x + 2\log_8 x + 2 = 0.5^{\log 0.53}$

3 вариант

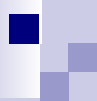
- ✓ $\log_7(x^2 - 2x + 1) = 1$
- ✓ $\log^2_3 x - \log_3 x = 2$
- ✓ $2\log_5(x+3) + \log_{0.2}(x+4) = \log_2 5$

4 вариант

- ✓ $\log_6(x^2 - 5x + 40) = 2$
- ✓ $\log^2_3 x + 2\log_2 x = 3$
- ✓ $\log_5 7 = 2\log_7 x - \log_7(x+4)$

Задания для самостоятельного домашнего решения

- ✓ $\log_9(2 \cdot 3^{2x} - 27) = x$
- ✓ $-4 = \log_{0,5}(1 + 3x) + \log_{0,5}(x - 4)$
- ✓ $\log_5(5 + 3x) = \log_5 3 \cdot \log_3(2x + 10)$
- ✓ $\log_{x^2-1} 7 + 2 \log_{x^2-1} 3 = 1$
- ✓ $\log_2 x + \log_5 x = 1$
- ✓ $[\log_{0,2}(x^2 - 6x + 9)] \cdot \log_{x-1} 0,2 = 1$



Презентацию разработала
учитель математики высшей
категории Т.И. Гуляева,

- НОУ «Школа – интернат № 20 ОАО
«РЖД» г. Омска