
Методы решения логарифмических уравнений



Субботина Наталья Аркадьевна
Учитель математики
МАОУ СОШ №1 им. М Аверина
г. Валдая

Задачи урока:

Повторить...

Решить...

Найти
интересные
сведения...

Проверить...

Обобщить...



Логарифмическое уравнение и его свойства

Определение

- *Логарифмическими уравнениями* называют уравнения вида $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, где $a > 0$, $a \neq 1$, и уравнения, сводящиеся к этому виду.

$$\log_2(3x-6) = \log_2(2x-3)$$



Логарифмическое уравнение

$$\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0$$



Логарифмическое уравнение, приводимое к квадратному

Теорема

- Если $f(x) > 0$ и $g(x) > 0$, то логарифмическое уравнение $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, (где $a > 0$, $a \neq 1$) равносильно уравнению $f(x) = g(x)$.

Основные методы решения логарифмических уравнений

Основные
методы решения

Функционально-
графический
метод



Метод
потенцирования



Метод введения
новой переменной



Функционально-графический метод(алгоритм)

$$\log_2 x = -x + 1$$

- Ввести функцию $f(x)$, равную левой части и $g(x)$, равную правой части
- Построить на одной координатной плоскости графики функций $y=f(x)$ и $y=g(x)$
- Определить точки пересечения графиков
- Найти абсциссы точек пересечения – это и есть корни уравнения
- Записать ответ



Решение уравнения функционально-графическим методом

Решим уравнение графически

$$\log_2 x = -x + 1$$

Построим график уравнения

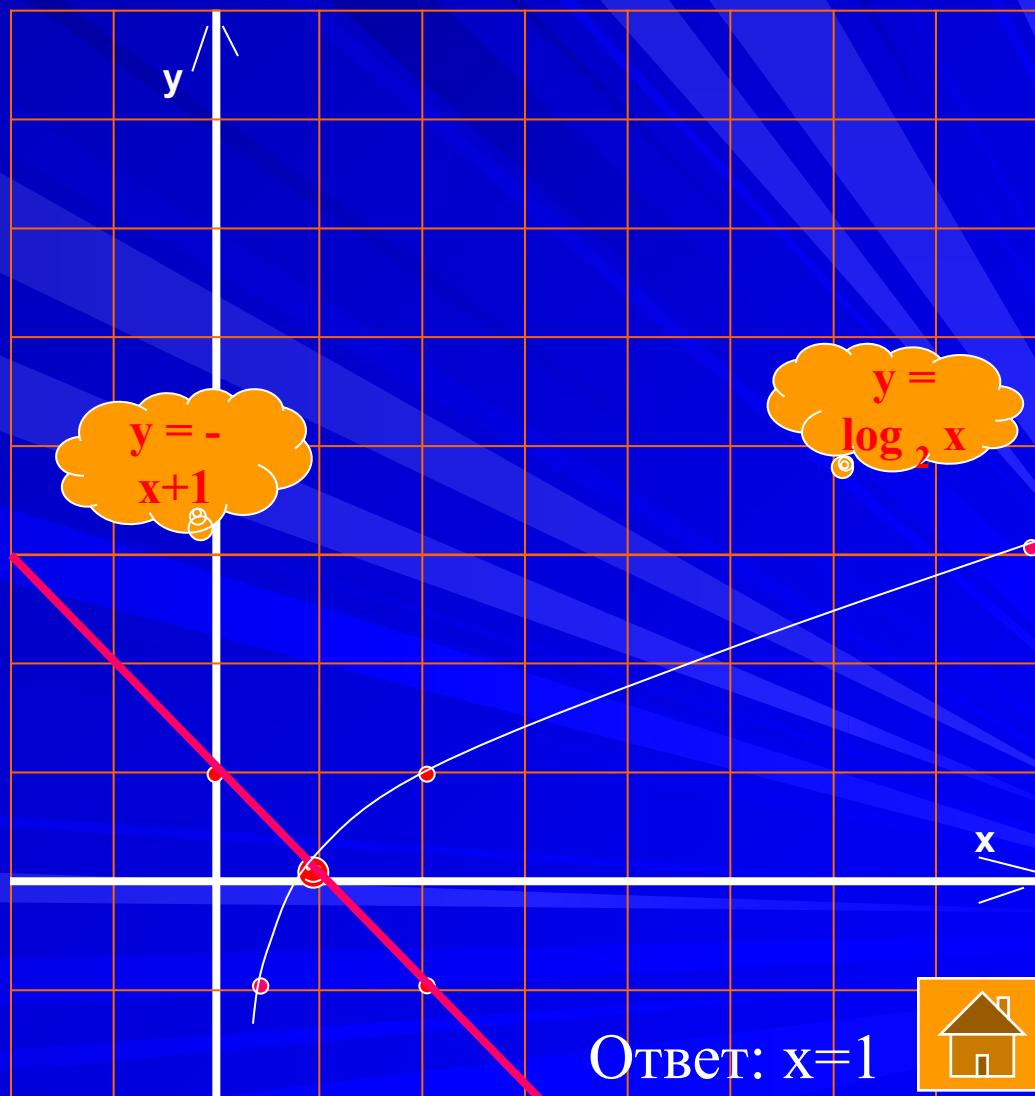
$$y = \log_2 x$$

x	2	1
y	1	0

Построим график уравнения

$$y = -x + 1$$

x	2	0
y	-1	1



Ответ: $x=1$



Метод потенцирования (алгоритм)

$$\log_3 (x^2-3x-5)=\log_3 (7-2x)$$

- Записать условия, определяющие область допустимых значений (О.Д.З.): $f(x) > 0, g(x) > 0$
- Перейти от уравнения $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ к уравнению $f(x) = g(x)$
- Решить полученное уравнение
- Проверить полученные корни по условиям, определяющим область допустимых значений переменной (О.Д.З.).

Те корни уравнения, которые удовлетворяют этим условиям, являются корнями логарифмического уравнения. Те корни уравнения, которые не удовлетворяют хотя бы одному из этих условий, объявляются посторонними корнями логарифмического уравнения.

- Записать ответ



Решение уравнения методом потенцирования

Освободимся
от знаков
логарифмов

Найдём
О.Д.З.

Проверим корни
по условиям

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 5 > 0, \\ 7 - 2x > 0 \end{cases}$$

Не
удовлетворяет
второму
неравенству
системы

Решим
квадратное
уравнение

$$x = 4$$

$$x = -3$$

Удовлетворяет
обоим
неравенствам

$$\log_3 (x^2 - 3x - 5) = \log_3 (7 - 2x)$$
$$x^2 - 3x - 5 = 7 - 2x$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$x = 4, x = -3$$

Ответ

$$x = -3$$



Метод введения новой переменной(алгоритм)

$$2\log^2_5 x + 5\log_5 x + 2 = 0$$

- Ввести новую переменную, найти О.Д.З.
- Решить получившееся уравнение и найти значение новой переменной
- Сделать подстановку найденного значения новой переменной и вычислить неизвестную переменную
- Записать ответ



Решение уравнения методом введения новой переменной

Введем новую переменную
 $y = \log_5 x, x > 0$

$$2\log_5^2 x + 5\log_5 x + 2 = 0$$

Получим

$$2y^2 + 5y + 2 = 0$$

Сделать подстановку найденного значения переменной y и вычислить значение переменной x

$$D = 9$$

$$y = -2, \\ y = -1/2$$

Решим квадратное уравнение

Ответ

$$x = 1/25$$

$$x = 1/\sqrt{5}$$

$$1) \log_5 x = -2, \\ x = 1/25$$

$$2) \log_5 x = -1/2, \\ x = 1/\sqrt{5}$$



Отгадайте загадку...

Ехал я к царевне.

Вижу кругом добро,

в добре ещё добро,

я взял третье добро из

кармана

и выманил добро из добра.

(помощь в заданиях следующего слайда)



Даны уравнения

$$1. \log_2(x^2 + 7x - 5) = \log_2(4x - 1),$$

$$2. \log_2^2(3+x) + \log_2(3+x) = 2$$

$$3. \log_9 x = -x + 1.$$

Установите соответствие между уравнениями и методами их решения.

а) метод введения новой переменной

б) функционально-графический метод

в) метод потенцирования

Ответы

- 2а Рожь
- 3а Солнце
- 1б Дети
- 1в Лошадь
- 3б Хлеб



