

Теория, мой друг, суха, но зеленеет жизни древо.

И. В. Гете

Методы решения логических задач

Цели урока:

- ✓ **Расширить знания о методах и способах решения логических задач.**
- ✓ **Научиться выбирать методы и способы решения в каждом конкретном случае.**

Методы решения логических задач:

- ❖ Метод логических рассуждений
- ❖ Средствами алгебры логики
- ❖ С помощью языка программирования
- ❖ Средствами MS Excel
- ❖ Графический метод
- ❖ Табличный метод
- ❖ Метод графов
- ❖ Метод блок-схем
- ❖ Метод бильярда
- ❖ Метод кругов Эйлера.

Работа в группах.

Цель работы: Расширить знания о методах и способах решения логических задач.

План работы:

- Выбрать среди предложенных задач ту, которая легче всего решается данным способом. Обосновать свой выбор.
- Решить задачу.
- Попытаться сформулировать тип задач, решаемых данным способом.
- Подготовить план решения подобных задач.
- Выбрать представителя группы, который будет объяснять ваше решение задачи у доски.

Задания для работы:

Группа 1: Решение логических задач методом рассуждений с применением кругов Эйлера – Венна.

Группа 2: Решение логических задач с применением графического и табличного способов решения логических задач.

Группа 3: Решение логических задач посредством алгебры логики с последующей проверкой решения с помощью электронных таблиц MS Excel.

Группа 1: Решение логических задач методом рассуждений с применением кругов Эйлера – Венна.

*На всякого мудреца довольно простоты.
Пословица*

В трёх седьмых классах 70 ребят. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке - 10 ребят из хора, в хоре - 6 спортсменов, в драмкружке - 8 спортсменов; 3 спортсмена посещают и драмкружок, и хор.

Сколько ребят не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке?

Сколько ребят занято только спортом?

Решение

Тип задач

План
решения

Достоинства и недостатки

Группа 2: Решение логических задач с применением графического и табличного способов решения логических задач.

*Сначала приговор, потом доказательство.
Л. Керролл*

Марина, Лариса, Жанна и Катя умеют играть на разных инструментах: на пианино, на виолончели, на гитаре, на скрипке, но каждая - только на одном. Они же знают иностранные языки: английский, французский, немецкий и испанский, но каждая - только один.

Известно:

- девушка, которая играет на гитаре, говорит по-испански.
- Лариса не играет ни на скрипке, ни на виолончели и не знает английского языка.
- Марина не играет ни на скрипке, ни на виолончели и не знает ни немецкого, ни английского.
- девушка, которая говорит по-немецки, не играет на виолончели.
- Жанна знает французский язык, но не играет на скрипке.

Кто на каком инструменте играет и какой иностранный язык знает?

Решение

Тип задач

План
решения

Достоинства и недостатки

Группа 3: Решение логических задач посредством алгебры логики с последующей проверкой решения с помощью электронных таблиц MS Excel.

*В математике нет символов для неясных мыслей
А. Пуанкаре*

Три подразделения А, В, С торговой фирмы стремились получить по итогам года максимальную прибыль. Экономисты высказали следующие предположения:

1. А получит максимальную прибыль только тогда, когда получат максимальную прибыль В и С.
2. Либо А и С получают максимальную прибыль одновременно, либо одновременно не получают
3. Для того чтобы подразделение С получило максимальную прибыль, необходимо, чтобы и В получило максимальную прибыль.

По завершении года оказалось, что одно из трех предположений ложно, а остальные два истинны.

Какие из названных подразделений получили максимальную прибыль?

Решение

Тип задач

План
решения

Достоинства и недостатки

Домашнее задание:

Уровень знания:

Учебник: п. 3.2.5.

Сделать опорный конспект в тетради.

Решить задачу № 1.

№ 1 (№ 4)

Три одноклассника, Влад, Тимур и Юра, встретились спустя 10 лет после окончания школы. Выяснилось, что один из них стал врачом, другой - физиком, а третий - юристом. Один полюбил туризм, другой - бег, страсть третьего — регби. Юра сказал, что на туризм ему не хватает времени, хотя его сестра — единственный врач в семье - заядлый турист. Врач сказал, что он разделяет увлечение коллеги. Забавно, но у двоих из друзей в названиях их профессий и увлечений не встречается ни одна буква их имен. Определите, кто чем любит заниматься в свободное время и у кого какая профессия.

Уровень понимания: + Подготовить ответы на вопросы:

- Почему был выбран именно этот способ решения задачи?
- Чем «не устроили» в данном конкретном случае другие способы решения задач?

Уровень применения: + Решить задачу № 2 (№ 34 «Задача Эйнштейна»).

№ 2 (№ 34 «Задача Эйнштейна»).

УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ ЭЙНШТЕЙНА, КОТОРЫЙ СЧИТАЛ, ЧТО ЕЕ МОЖЕТ РЕШИТЬ ТОЛЬКО 2% НАСЕЛЕНИЯ:

Есть 5 домов (1, 2, 3, 4, 5 - слева направо) В каждом доме живет по одному человеку разной национальности. Каждый жилец пьет только один определенный напиток, курит определенную марку сигарет и держит определенное животное. Никто из пяти человек не пьет одинаковые напитки, не курит одинаковые сигареты и не держит одинаковых животных.

Вопрос: кто держит рыбу?

Подсказки:

1. Англичанин живет в красном доме
2. Швед держит собаку
3. Датчанин пьет чай
4. Зеленый дом стоит слева от белого
5. Жилец зеленого дома пьет кофе
6. Человек, который курит Pallmall, держит птицу
7. Жилец из среднего дома пьет молоко
8. Жилец из желтого дома курит Dunhill
9. Норвежец живет в первом доме
10. Курильщик Marlboro живет около того, кто держит кошку
11. Человек, который содержит лошадь, живет около того, кто курит Dunhill
12. Курильщик Winfield пьет пиво
13. Норвежец живет около голубого дома
14. Немец курит Rothmans
15. Курильщик Marlboro живет по соседству с человеком, который пьет воду.

Самостоятельная работа:

Прежде чем решать задачу, подумай, что делать с ее решением!

Д. Пой

№ 123

На перекрестке произошло дорожно-транспортное происшествие, в котором участвовали автобус (А), грузовик (Г), легковой автомобиль (Л) и маршрутное такси (М).

Свидетели происшествия дали показания инспектору ГИБДД. Первый свидетель считал, что первым на перекресток выехал автобус, а маршрутное такси было вторым. Другой свидетель полагал, что последним на перекресток выехал легковой автомобиль, а вторым был грузовик. Третий свидетель уверял, что автобус выехал на перекресток вторым, а следом за ним – легковой автомобиль. В результате оказалось, что каждый из свидетелей был прав только в одном из своих утверждений. В каком порядке выехали машины на перекресток? В ответе перечислите подряд без пробелов первые буквы названий транспортных средств в порядке их выезда на перекресток, например АМЛГ.

№ 54

Представим такую ситуацию: по телевизору синоптик объявляет прогноз погоды на завтра и утверждает следующее:

1. Если не будет ветра, то будет пасмурная погода без дождя.
2. Если будет дождь, то будет пасмурно и без ветра.
3. Если будет пасмурная погода, то будет дождь и не будет ветра.

Так какая же погода будет завтра?



Спасибо за внимание!

Графический способ решения логических задач, основанный на применении кругов Эйлера-Венна

Упростить решение многих логических задач помогают так называемые круги Эйлера, с помощью которых можно изобразить множество элементов, обладающих определенным свойством.

Тип задач:

Метод кругов Эйлера позволяет графически решать математические задачи, **основанные на применении теории множеств.**



Графический способ решения логических задач, основанный на применении кругов Эйлера-Венна

Формальный способ решения подобных задач

1. **Выделить в тексте задачи рассматриваемые свойства объектов.**
2. **Заполнить круги Эйлера-Венна, проанализировав соответствие объектов и присущих им свойств.**
3. **Выбрать решение – набор значений простых высказываний, при котором соответствие объектов и свойств является истинным.**
4. **Проверить, удовлетворяет ли полученное решение условию задачи.**



Графический способ решения логических задач, основанный на применении кругов Эйлера-Венна

Преимущества и недостатки данного способа решения:

Преимущества	Недостатки
Необязательность знания формул и законов алгебры логики	Не подходит для решения сложных задач
Простота рассуждений	Не обладает универсальностью, т.е. предназначен для решения определенного класса задач
Наглядность способа.	



Решение логических задач с применением графического и табличного способов решения логических задач.

Многие логические задачи связаны с рассмотрением нескольких конечных множеств с одинаковым количеством элементов, между которыми имеются некоторые зависимости. Требуется установить взаимнооднозначное соответствие между элементами данных множеств.

Решение такого типа задач оформляется в виде таблицы. Таблицы не только позволяют наглядно представить условие задачи или ее ответ, но в значительной степени помогают делать правильные логические выводы в ходе решения задачи.

Тип задач:

Задачи, связанные с рассмотрением **нескольких конечных множеств с одинаковым количеством элементов**, между которыми имеются некоторые зависимости, в которых требуется установить взаимнооднозначное соответствие между элементами данных множеств.



Решение логических задач с применением графического и табличного способов решения логических задач.

Формальный способ решения подобных задач

1. **Выделить в тексте задачи рассматриваемые объекты и их свойства.**
2. **Заполнить таблицы, проанализировав соответствие объектов и присущих им свойств.**
3. **Выбрать решение – набор значений простых высказываний, при котором соответствие объектов и свойств является истинным.**
4. **Проверить, удовлетворяет ли полученное решение условию задачи.**



Решение логических задач с применением графического и табличного способов решения логических задач.

Преимущества и недостатки данного способа решения:

Преимущества	Недостатки
Необязательность знания формул и законов алгебры логики	Не подходит для решения сложных задач
Возможность проверки рассуждений.	Не обладает универсальностью, т.е. предназначен для решения определенного класса задач
Простота рассуждений	
Возможность соединить несколько объектов и их различные свойства.	
Наглядность способа.	



Решение логических задач посредством алгебры ЛОГИКИ

Наиболее сложный, но универсальный способ.

Тип задач:

Задачи, в которых **исходными данными являются высказывания об объектах и происходящих с ними событиях.**



Решение логических задач посредством алгебры логики

Формальный способ решения подобных задач:

- 1. Выделить из условия задачи элементарные (простые) высказывания и обозначить их буквами.**
- 2. Записать условие на языке алгебры логики, соединив простые высказывания в сложные с помощью логических операций.**
- 3. Используя законы алгебры логики, попытаться упростить полученное выражение и вычислить все его значения либо построить таблицу истинности.**
- 4. Выбрать решение – набор значений простых высказываний, при котором построенное логическое выражение является истинным.**
- 5. Проверить, удовлетворяет ли полученное решение условию задачи.**



Решение логических задач посредством алгебры логики

Преимущества и недостатки данного способа решения:

Преимущества	Недостатки
Универсальность метода: возможность применения для большинства логических задач	Необходимость знания законов логики и умение применять их .
Возможность проверки рассуждений вычислительным путем (MS Excel)	Трудность перевода текста задачи на язык формул.
Простота вычислений	Отсутствие «наглядности рассуждений»
Возможность соединить несколько объектов и их различные свойства.	Необходимость умения правильно составлять тождественно истинные высказывания.
Умение заполнять таблицу истинности с привлечением компьютера помогает преодолеть большую трудоемкость вычислений.	Если число простых высказываний в решаемой задаче больше трех, то таблица истинности насчитывает 16, 32 и более строк, заполнять ее вручную достаточно трудоемко.



Задача:

Марина, Лариса, Жанна и Катя умеют играть на разных инструментах: на пианино, на виолончели, на гитаре, на скрипке, но каждая - только на одном. Они же знают иностранные языки: английский, французский, немецкий и испанский, но каждая - только один.

Известно:

- девушка, которая играет на гитаре, говорит по-испански.
- Лариса не играет ни на скрипке, ни на виолончели и не знает английского языка.
- Марина не играет ни на скрипке, ни на виолончели и не знает ни немецкого, ни английского.
- девушка, которая говорит по-немецки, не играет на виолончели.
- Жанна знает французский язык, но не играет на скрипке.

Кто на каком инструменте играет и какой иностранный язык знает?

Решение: составим таблицу соответствия объектов и свойств объектов

Пианино	Виолончель	Гитара	Скрипка		Немецкий	Испанский	Английский	Французский
				Марина				
				Лариса				
				Жанна				
				Катя				

Лариса не играет ни на скрипке, ни на виолончели и не знает английского языка.

Марина не играет ни на скрипке, ни на виолончели и не знает ни немецкого, ни английского.

Жанна знает французский язык, но не играет на скрипке.

Пиани- но	Виолон- чель	Гита- ра	Скрип- ка		Немец- кий	Испан- ский	Англий- ский	Француз- ский
	-		-	Мари- на	-		-	
	-		-	Лари- са			-	
			-	Жанна				+
				Катя				

Лариса не играет ни на скрипке, ни на виолончели и не знает английского языка.

Марина не играет ни на скрипке, ни на виолончели и не знает ни немецкого, ни английского.

Жанна знает французский язык, но не играет на скрипке.

Пиани-но	Виолон-чель	Гита-ра	Скрип-ка		Немец-кий	Испан-ский	Англий-ский	Француз-ский
	-		-	Мари-на	-		-	-
	-		-	Лари-са			-	-
			-	Жанна	-	-	-	+
				Катя				-

Значит: Марина говорит по-испански, а Катя – по-английски.
Катя играет на скрипке.

Пиани- но	Виолон- чель	Гита- ра	Скрип- ка		Немец- кий	Испан- ский	Англий- ский	Француз- ский
	-		-	Мари- на	-		-	-
	-		-	Лари- са			-	-
			-	Жанна	-	-	-	+
				Катя				-

Значит: Марина говорит по-испански, а Катя – по-английски.
Катя играет на скрипке.

Пиани- но	Виолон- чель	Гита- ра	Скрип- ка		Немец- кий	Испан- ский	Англий- ский	Француз- ский
	-		-	Мари- на	-	+	-	-
	-		-	Лари- са		-	-	-
			-	Жанна	-	-	-	+
-	-	-	+	Катя	-	-	+	-

Значит: Жанна играет на виолончели
Лариса говорит по-немецки

Пиани- но	Виолон- чель	Гита- ра	Скрип- ка		Немец- кий	Испан- ский	Англий- ский	Француз- ский
	-		-	Мари- на	-	+	-	-
	-		-	Лари- са		-	-	-
			-	Жанна	-	-	-	+
-	-	-	+	Катя	-	-	+	-

Значит: Жанна играет на виолончели
Лариса говорит по-немецки

Пиани- но	Виолон- чель	Гита- ра	Скрип- ка		Немец- кий	Испан- ский	Англий- ский	Француз- ский
	-		-	Мари- на	-	+	-	-
	-		-	Лари- са	+	-	-	-
-	+	-	-	Жанна	-	-	-	+
-	-	-	+	Катя	-	-	+	-

Девушка, которая говорит по-испански, играет на гитаре.

Значит: Марина играет на гитаре

Пиани- но	Виолон- чель	Гита- ра	Скрип- ка		Немец- кий	Испан- ский	Англий- ский	Француз- ский
	-		-	Мари- на	-	+	-	-
	-		-	Лари- са	+	-	-	-
-	+	-	-	Жанна	-	-	-	+
-	-	-	+	Катя	-	-	+	-

Девушка, которая говорит по-испански, играет на гитаре.

Значит: Марина играет на гитаре

Пиани-но	Виолон-чель	Гита-ра	Скрип-ка		Немец-кий	Испан-ский	Англий-ский	Француз-ский
-	-	+	-	Мари-на	-	+	-	-
	-	-	-	Лари-са	+	-	-	-
-	+	-	-	Жанна	-	-	-	+
-	-	-	+	Катя	-	-	+	-

Значит: Лариса играет на пианино

Пианино	Виолончель	Гитара	Скрипка		Немецкий	Испанский	Английский	Французский
-	-	+	-	Марина	-	+	-	-
	-	-	-	Лариса	+	-	-	-
-	+	-	-	Жанна	-	-	-	+
-	-	-	+	Катя	-	-	+	-

Значит: Лариса играет на пианино

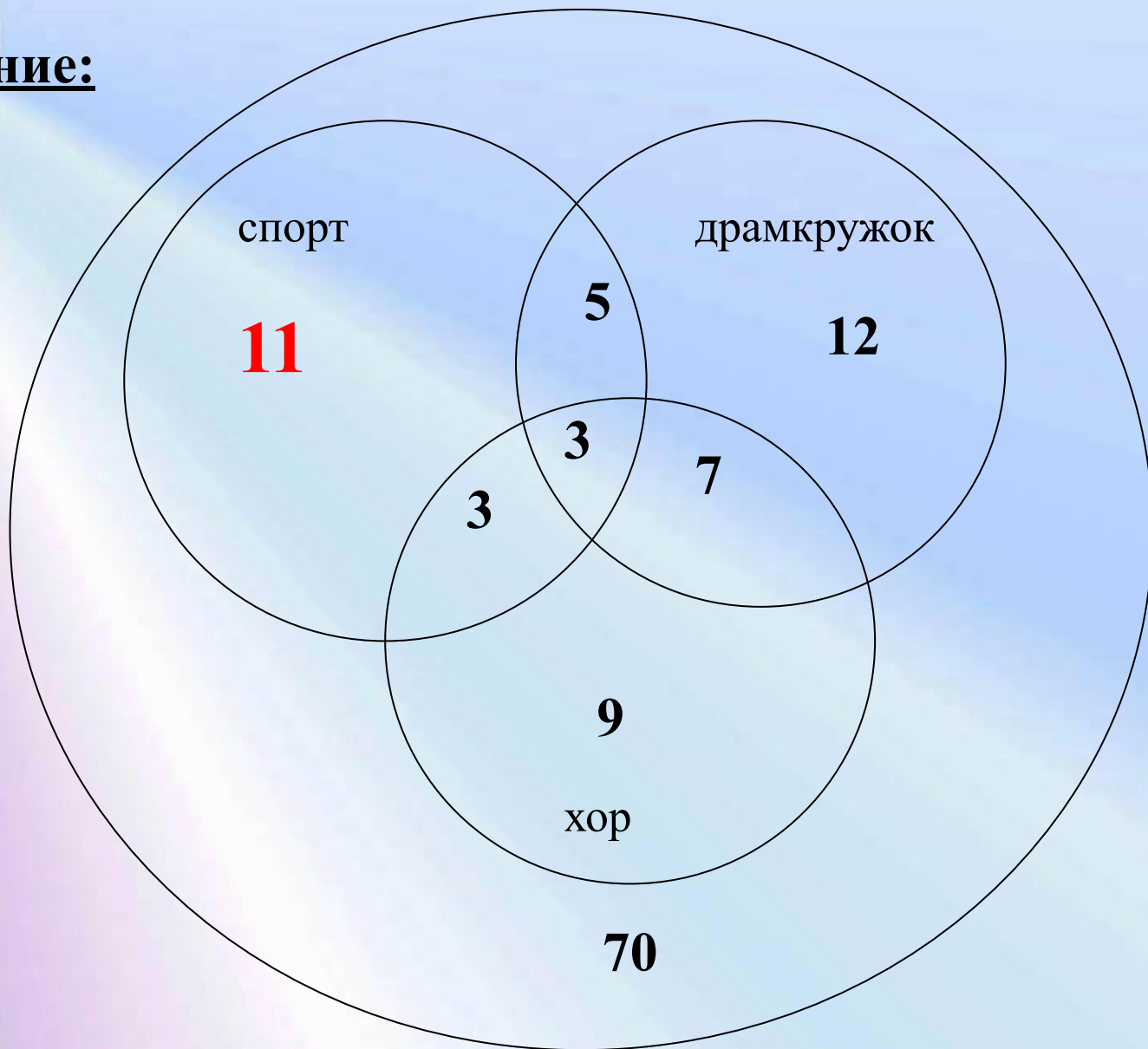
Пианино	Виолончель	Гитара	Скрипка		Немецкий	Испанский	Английский	Французский
-	-	+	-	Марина	-	+	-	-
+	-	-	-	Лариса	+	-	-	-
-	+	-	-	Жанна	-	-	-	+
-	-	-	+	Катя	-	-	+	-

Ответ: Марина играет на гитаре и говорит по-испански
 Лариса играет на пианино и говорит по-немецки
 Жанна играет на виолончели и говорит по-французски
 Катя играет на скрипке и говорит по-английски

Пианино	Виолончель	Гитара	Скрипка		Немецкий	Испанский	Английский	Французский
-	-	+	-	Марина	-	+	-	-
+	-	-	-	Лариса	+	-	-	-
-	+	-	-	Жанна	-	-	-	+
-	-	-	+	Катя	-	-	+	-



Решение:



Решение:

Рассмотрим простые высказывания:

$A = \{A \text{ получит максимальную прибыль}\},$

$B = \{B \text{ получит максимальную прибыль}\},$

$C = \{C \text{ получит максимальную прибыль}\}.$

Запишем на языке алгебры логики прогнозы,
высказанные экономистами:

$$1) F_1 = A \rightarrow B \ \& \ C;$$

$$2) F_2 = A \ \& \ C \ \vee \ \bar{A} \ \& \ \bar{C};$$

$$3) F_3 = C \rightarrow B.$$

Составим таблицу истинности для F_1, F_2, F_3 .

Рассмотрим простые высказывания:

$A = \{A \text{ получит максимальную прибыль}\},$

$B = \{B \text{ получит максимальную прибыль}\},$

$C = \{C \text{ получит максимальную прибыль}\}.$

Запишем на языке алгебры логики прогнозы, высказанные экономистами:

- 1) $F_1 = A \rightarrow B \ \& \ C;$
- 2) $F_2 = A \ \& \ C \vee \bar{A} \ \& \ \bar{C};$
- 3) $F_3 = C \rightarrow B.$

Составим таблицу истинности для $F_1, F_2, F_3.$

A	B	C	F₁	F₂	F₃
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

Рассмотрим простые высказывания:

$A = \{A \text{ получит максимальную прибыль}\},$

$B = \{B \text{ получит максимальную прибыль}\},$

$C = \{C \text{ получит максимальную прибыль}\}.$

Запишем на языке алгебры логики прогнозы, высказанные экономистами:

Составим таблицу истинности для F_1, F_2, F_3 .

A	B	C	F_1	F_2	F_3
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

- 1) $F_1 = A \rightarrow B \ \& \ C;$
- 2) $F_2 = A \ \& \ C \vee \bar{A} \ \& \ \bar{C};$
- 3) $F_3 = C \rightarrow B.$

Теперь вспомним, что **один из прогнозов** F_1, F_2, F_3 **оказался ложным**, а **остальные два — истинными**. Эта ситуация соответствует четвертой строке таблицы.

Ответ: В и С получают максимальную прибыль.

