A cartoon illustration of a young girl with short, spiky orange hair, wearing purple-rimmed glasses and a blue dress. She has a cheerful expression and her right hand is raised in a gesture, with the index finger pointing towards the text. The background is a light blue gradient.

Методы решения систем уравнений

Урок математики
9 класс
учитель Курохтина В.А.
МОУ СОШ № 1
г. Пыть-Ях





$$\begin{cases} x + 3y = 5, \\ xy = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5 - 3y, \\ (5 - 3y)y = 2. \end{cases}$$

$$-3y^2 + 5y - 2 = 0$$

$$y_1 = 1, \quad y_2 = \frac{2}{3}$$

$$x_1 = 5 - 3, \quad x_2 = 5 - 2$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = 3$$

Ответ: $(2; 1); (3; \frac{2}{3})$.





$$\begin{cases} 2x + xy + 2 = 0, \\ 4y + 3xy + 30 = 0; \end{cases} \begin{cases} 6x + 3xy + 6 = 0, \\ 4y + 3xy + 30 = 0. \end{cases}$$



$$(6x + 3xy + 6) - (4y + 3xy + 30) = 0;$$

$$\begin{cases} 6x - 4y - 24 = 0; \\ 3x - 2y - 12 = 0; \end{cases} \begin{cases} 2x + xy + 2 = 0, \\ 3x - 2y - 12 = 0. \end{cases}$$

$$y = \frac{3x - 12}{2};$$

$$2x + x \frac{3x - 12}{2} + 2 = 0;$$

$$3x^2 - 8x + 4 = 0;$$

$$x_1 = 2,$$

$$x_2 = \frac{2}{3}.$$

$$y_1 = -3,$$

$$y_2 = -5.$$

Ответ

:

$$(2; -3); \left(\frac{2}{3}; -5\right).$$





$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2,5, \\ x^2 - y^2 = 3. \end{cases}$$



$$t = \frac{x}{y},$$

$$\frac{x}{y} = 2,$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{2}.$$

$$t + \frac{1}{t} = 2,5,$$

$$x = 2y,$$

$$y = 2x.$$

$$2t^2 - 5t + 2 = 0,$$

$$t_1 = 2, \quad t_2 = \frac{1}{2}.$$

$$\begin{cases} x = 2y, \\ x^2 - y^2 = 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x, \\ x^2 - y^2 = 3. \end{cases}$$

Ответ

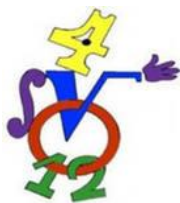
: (2;1); (-2;-1).





**Обратимся
к кейсу**

Если $x=0$, то согласно условию первого уравнения $y=0$. Но пара $(0;0)$ не является решением второго уравнения, следовательно не является решением системы. Так как $x \neq 0$, то обе части первого уравнения почленно поделим на x^2 :



$$\frac{y}{x} = t,$$

$$\frac{x^2}{x^2} - \frac{xy}{x^2} - \frac{2y^2}{x^2} = 0;$$

$$1 - \frac{x}{y} - 2\left(\frac{y}{x}\right)^2 = 0.$$

$$-2t^2 - t + 1 = 0,$$

$$t_1 = -\frac{1}{2}, \quad t_2 = -1.$$





$$\frac{y}{x} = -\frac{1}{2},$$

$$x = -2y,$$

$$\frac{y}{x} = -1.$$

$$y = -x.$$



$$\begin{cases} x = -2y, \\ x^2 + y^2 = 20; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -x, \\ x^2 + y^2 = 20. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2y, \\ 5y^2 = 20; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -x, \\ 2x^2 = 20. \end{cases}$$



$$y_1 = 2, \quad y_2 = -2;$$

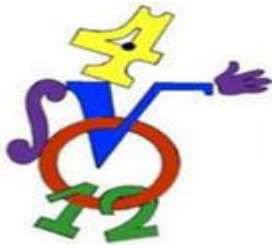
$$x_1 = -4, \quad x_2 = 4;$$

$$x_3 = \sqrt{10}, \quad x_4 = -\sqrt{10},$$

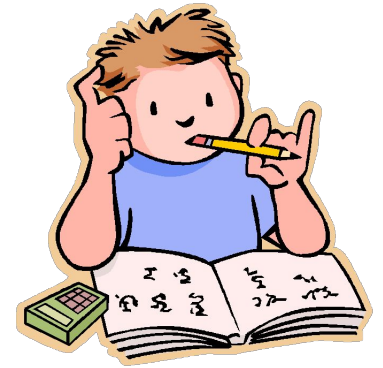
$$y_3 = -\sqrt{10}, \quad y_4 = \sqrt{10}.$$

Ответ: $(-4; 2); (4; -2); (\sqrt{10}; -\sqrt{10}); (-\sqrt{10}; \sqrt{10}).$



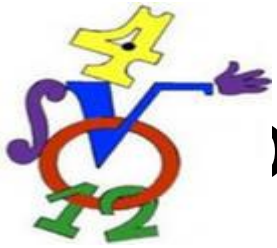


Метод подстановки



закключается в том, что из одного уравнения системы одну из переменных выражают через другую, затем полученное выражение подставляют во второе уравнение системы и решают его относительно оставшейся переменной. Найдя корни последнего уравнения, ищут соответствующие значения второй переменной.



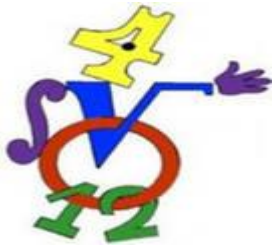


Метод алгебраического сложения



Метод алгебраического сложения заключается в том, что путем умножения одного из уравнений системы (или обоих) на нужное число, необходимо получить при одной из переменных противоположные коэффициенты. Тогда, при сложении уравнений системы, компоненты с данной переменной взаимно уничтожаются, и мы получаем уравнение с одной переменной. Найдя корни последнего уравнения, ищем соответствующие значения второй переменной.





Метод введения новых переменных

заключается в том, что какое-либо выражение в одном из уравнений обозначают новой переменной.



Записывают исходное уравнение с новой переменной для того, чтобы одно из уравнений системы стало более простым, и решают его относительно этой переменной. Последующее решение сводится к решению более простых систем, как правило, методом подстановки.





Цели урока



- продолжить изучение методов решения систем уравнений (метод деления и умножения);
- учиться применять необходимое содержание не как сведения для запоминания, а как знания для осмысленного использования;
- продолжать работу по развитию математически грамотной речи, умения точно излагать свои мысли, делать выводы

