Методы решения уравнений высших степеней

Учитель математики МОБУ
СОШ №3 г. Баймака
Республики Башкортостан
Мурзабаева Фарида Мужавировна

Виды уравнений высших степеней

- Уравнения третьей степени
- Уравнения четвертой степени
- Уравнения пятой степени
- Биквадратные уравнения
- Возвратные уравнения
- Однородные уравнения

Способы решения уравнений высших степеней

- Разложение многочлена на множители
- Метод замены переменной
- Функционально-графический метод

Разложение на множители

- **Способ группировки**

- **По формулам сокращенного умножения**

- **По теореме Безу**

- **Схема Горнера**

Метод замены переменной

- **Биквадратные уравнения**

- **Возвратные уравнения**

- **Уравнения, в которых выделяются одинаковые многочлены**

Разложение на множители

Замена переменной

Функционально – графический способ

3.1(а)

3.2(а)

3.3(а)

3.14(а)

3.21(а)

3.22(а)

3.29(а)

3.33(а)

Из истории математики

- Для уравнений третьей и четвертой степени есть формулы корней (формулы Кордано и Феррари), выведенные итальянскими математиками в 1545 году, но в силу своей громоздкости эти формулы не используют в школьной программе. После того, как были выведены формулы корней для уравнений третьей и четвёртой степени, на протяжении почти 300 лет, учёные-математики пытались вывести формулы для нахождения корней уравнений пятой степени и выше, но труды их оказались безуспешными.

Нильс Хенрик Абель (1802-1829)– норвежский математик

- В 1826 году норвежский математик Абель доказал, что нельзя вывести формулы для решения уравнений пятой степени и выше.

Какие уравнения имеют корень равный 1?

$$x^4 + x^3 - 2 = 0$$

ДА

$$3x^4 - x^2 + 2 = 0$$

НЕТ

$$2x^5 - 3x^3 + 1 = 0$$

НЕТ

$$x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 2x + 1 = 0$$

ДА

$$x^7 + 5x^4 - 3x^2 + 4x - 7 = 0$$

ДА

Учитель математики Мурзабаева Фарида Мужавировна

Какие уравнения имеют корень равный 2?

$$x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$$

НЕТ

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$$

ДА

$$x^5 - 5x^2 - x - 10 = 0$$

ДА

Разложить на множители многочлен уравнения

делением уголком и по схеме Горнера

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$

Найдите корни уравнения

3.4(г).

$$ax^3 - 3x^2 - 5x - a^2 = 0, p = -1 - корень \quad уравнения$$

Схема Горнера

	2	**3**	**5**	**4**
-1				

$$2x^2 + x + 4 = 0$$

При а=1 уравнение принимает вид:

$$x^3 - 3x^2 - 5x - 1 = 0$$

	1	-3	-5	-1
-1	1	-4	-1	0

$$x^2 - 4x - 1 = 0 \qquad x = 2 \pm \sqrt{5}$$

Ответ: -1; $2 \pm \sqrt{5}$

3.22 (б).

$$9x^4 - 9x^3 + 10x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$3^2 x^4 - 3 \cdot 3x + 10x - 3x + 1 = 0 \qquad x^2 \neq 0$$

$$(3x)^2 - 3 \cdot 3x + 10 - 3 \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left((3x)^2 + \frac{1}{x^2} \right) - 3\left(3x + \frac{1}{x} \right) + 10 = 0 \qquad 3x + \frac{1}{x} = y \qquad (3x)^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 6$$

$$y^2 - 3y + 4 = 0$$

- Ответ: уравнение не имеет корней

3.33 (б)

$$x^5 + 3x^3 = 11\sqrt{2} - x$$

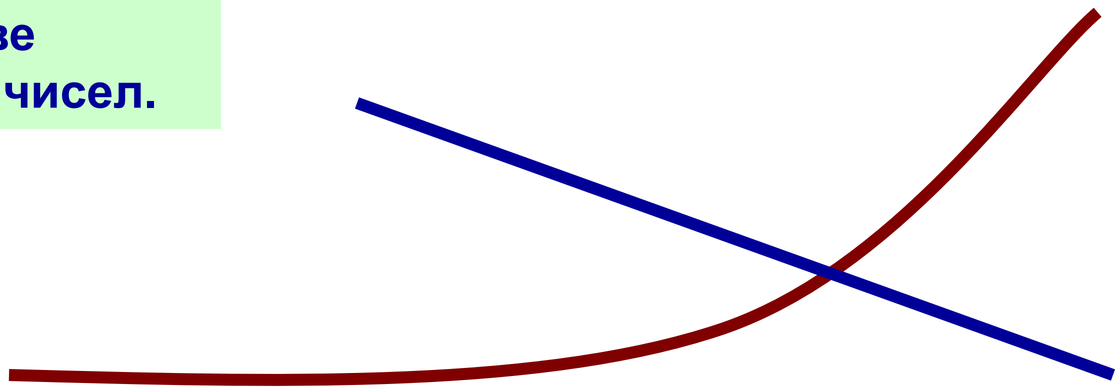
$$y = x^5 + 3x^3$$

$$y = 11\sqrt{2} - x$$

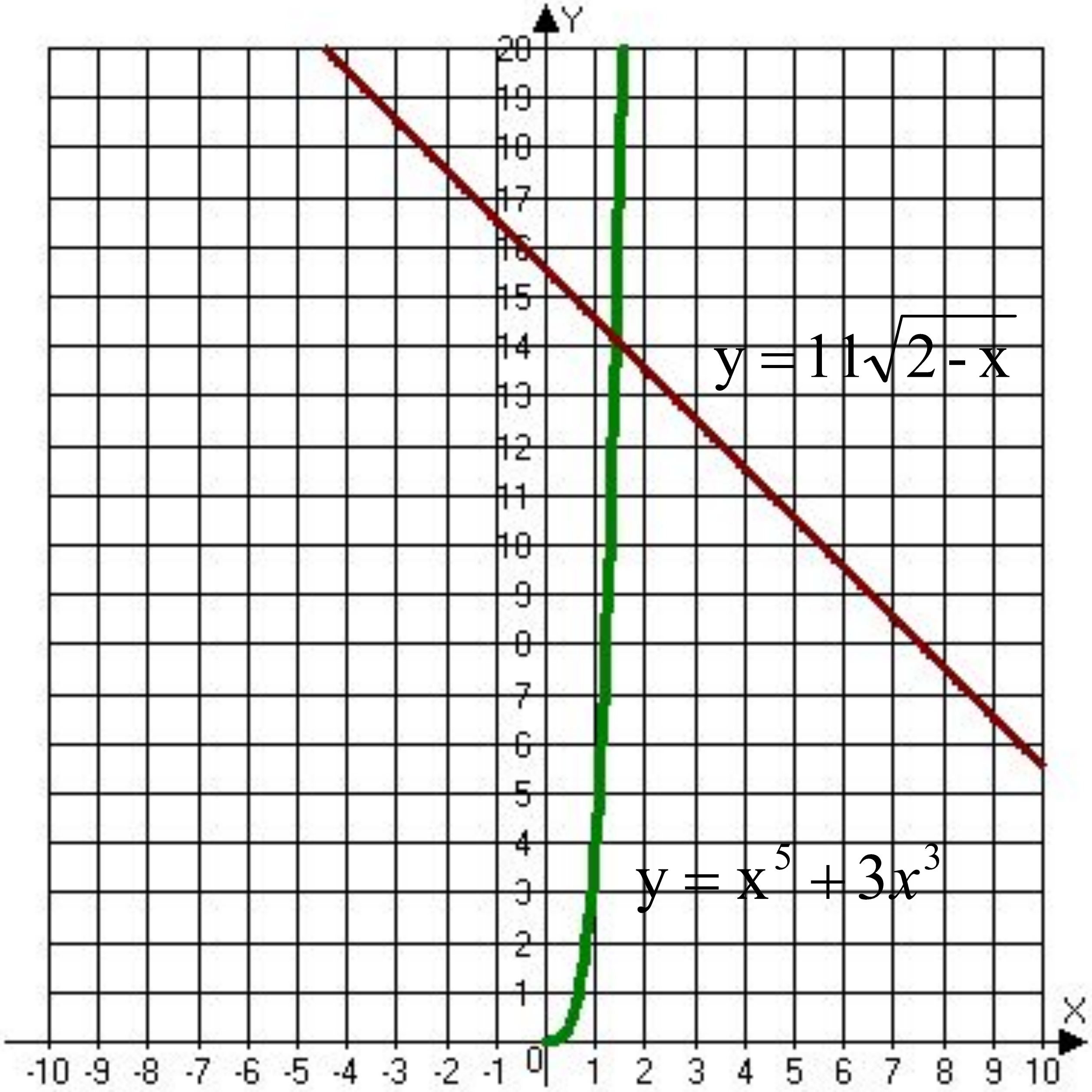
$$y' = 5x^4 + 6x^2 \geq 0$$

функция убывает на множестве действительных чисел.

функция возрастает на множестве действительных чисел.



- Ответ: $\sqrt{2}$



Y
X
$y = 11\sqrt{2 - x}$
$y = x^5 + 3x^3$

$$(x^2+3x+2)(x^2+9x+20)=4.$$

ЕГЭ 2009

$$(x+1)(x+2)(x+4)(x+5)=4$$

$$\left(x^2+6x+5\right)\left(x^2+6x+8\right)=4 \qquad x^2+6x+5=y$$

- Ответ: -3; $.-3\pm\sqrt{5}$

Задания для самопроверки

$$x^3 - 5x^2 + 3x + 1 = 0;$$

$$2x^4 - 5x^3 + 5x^2 - 2 = 0.$$

$$x^7 + 3x + 2 = 0 \qquad \textit{Решить} \quad \textit{графически}$$

Решение: 1)

$$x^3 - 5x^2 + 3x + 1 = 0;$$

$$x = 1 - корень \quad уравнения$$

	1	-5	3	1
1	1	-4	-1	0

$$x^2 - 4x - 1 = 0, x = 2 \pm \sqrt{5}.$$

Ответ: 1; $2 \pm \sqrt{5}.$

Решение 2

- **Это возвратное уравнение. Разделим обе части на** $x^2 \neq 0$

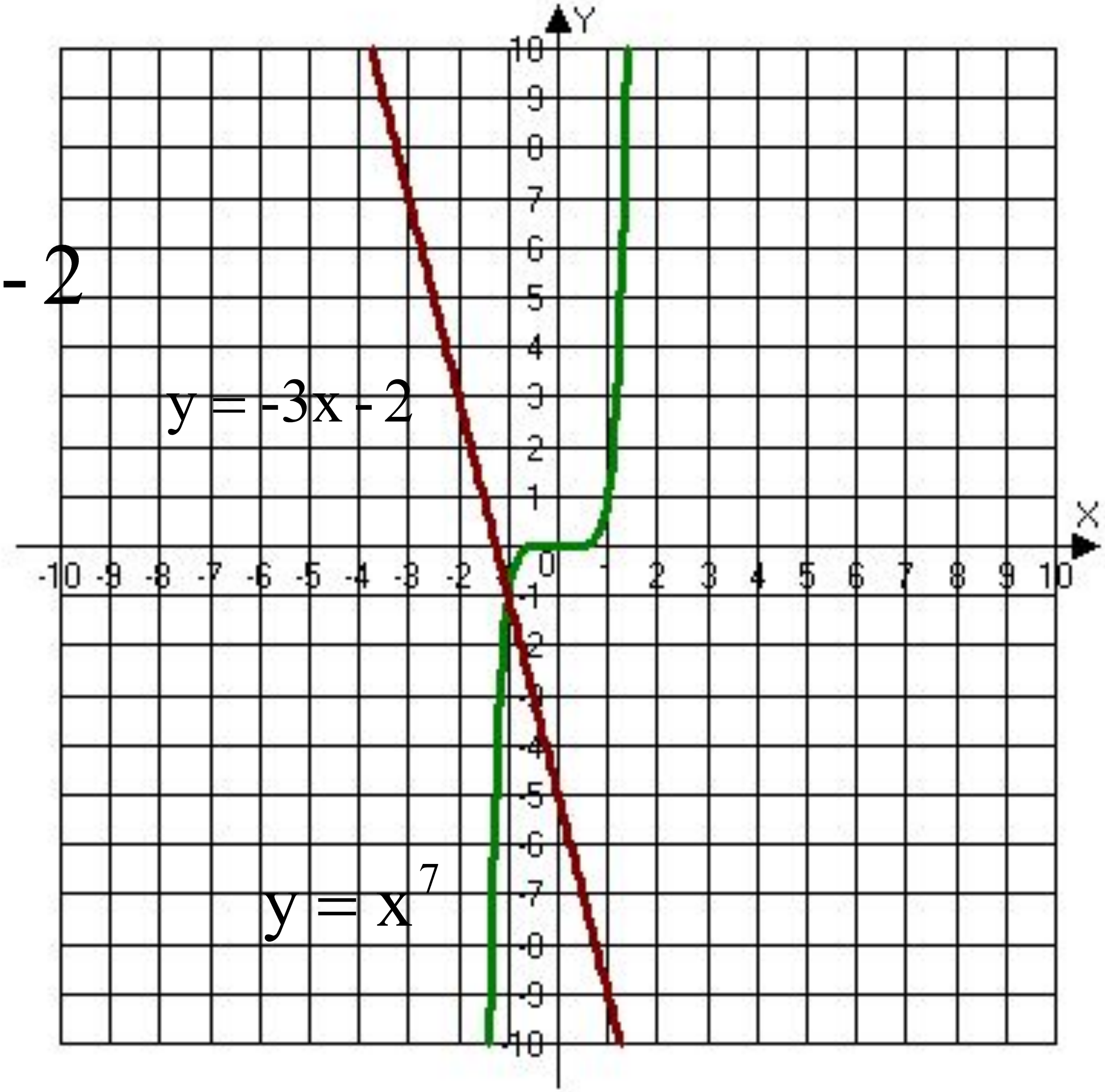
$$2x^2 - 5x + \frac{5}{x} - \frac{2}{x^2} = 0, \qquad 2\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) - 5\left(x - \frac{1}{x}\right) = 0$$

$$x - \frac{1}{x} = y, \qquad x^2 - \frac{1}{x^2} = y^2 + 2$$

$$2y^2 - 5y + 4 = 0, \qquad D < 0, \qquad \varnothing$$

Решение 3

$y = x^7$ $y = -3x - 2$



Ответ: x=-1

Оценивание работы

- За верное решение любого уравнения - 2 балла
- 2 балла – оценка «3»
- 4 балла – оценка «4»
- 6 баллов – оценка «5»

Домашняя контрольная работа

$$x^4-4x^3-19x^2+106x-120=0$$

-5;2;3;4

$$2x^4+9x^3-x^2+9x+2=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$$

$$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)=9$$

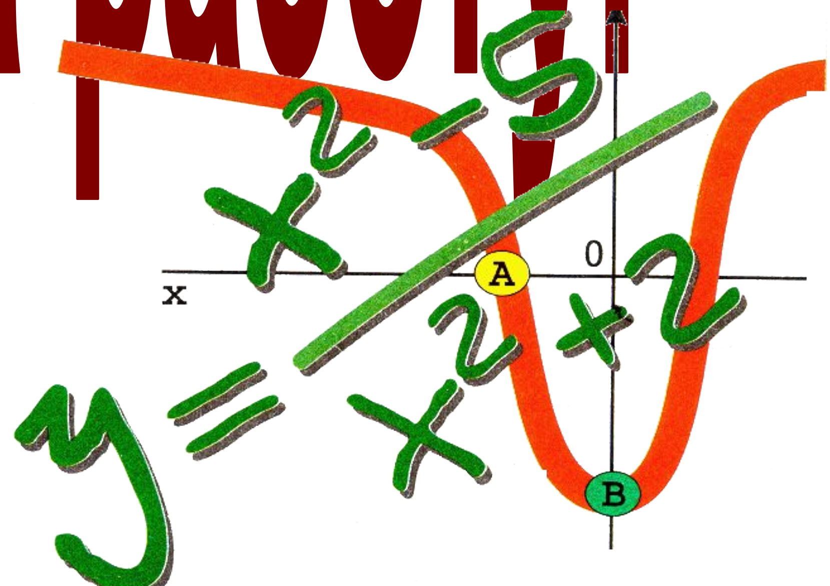
$$-4;-4\pm\sqrt{10}$$

3.33,

3.26. указание Ввести новые переменные

$$2x+3=\mathrm{u},7\mathrm{x}-5=\mathrm{v}$$

Спасибо за работу!



Учитель математики Мурзабаева Фарида
Мужавировна