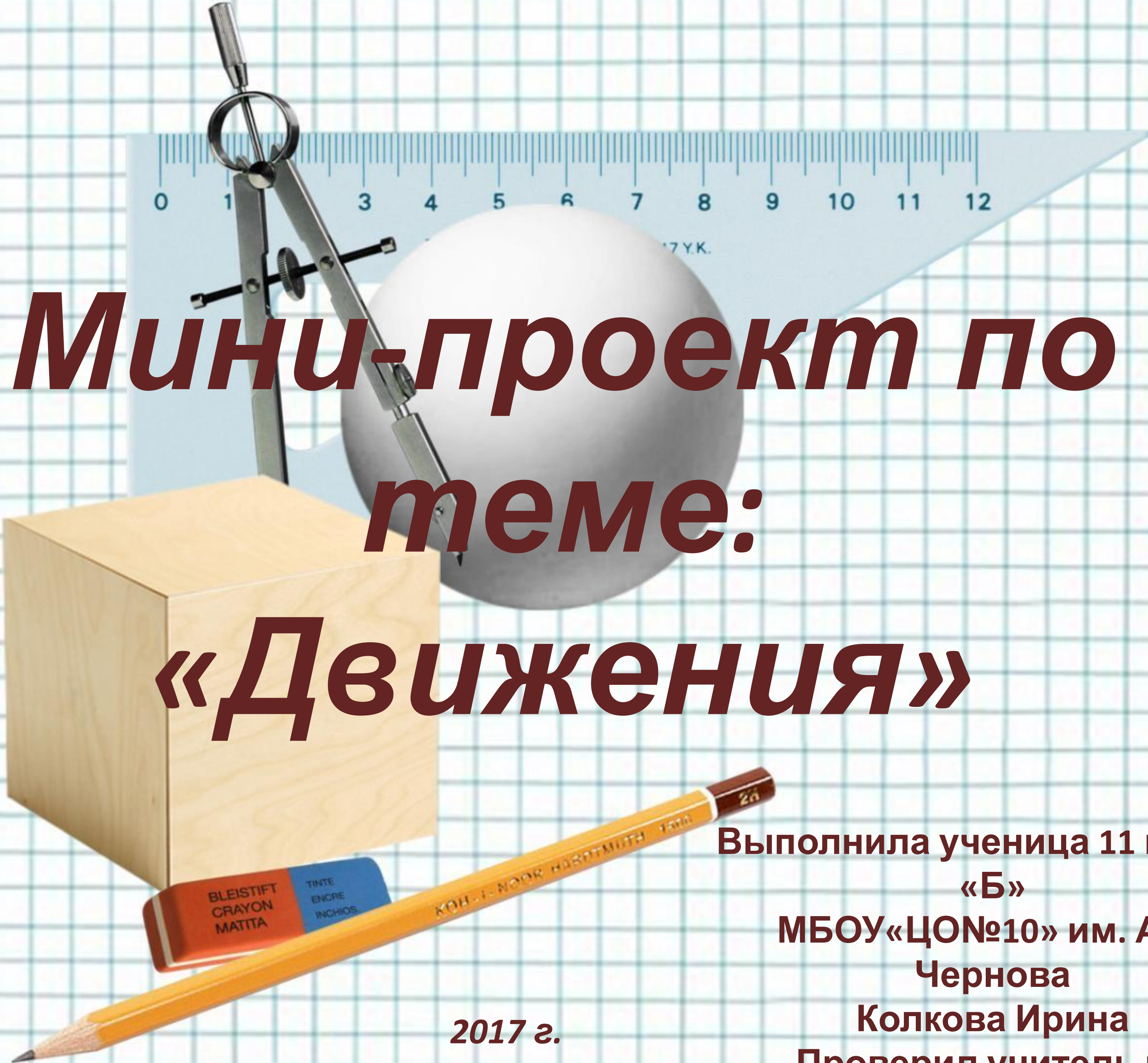


Мини-проект по теме: «Движения»

Выполнила ученица 11 класса «Б»
МБОУ«ЦО№10» им. А.В. Чернова
Колкова Ирина
Проверил учитель по

2017 г.

«Математика играет весьма существенную роль в формировании нашего духовного облика. Занятие математикой подобно мифотворчеству, литературе или музыке- это одна из наиболее присущих человеку областей его творческой деятельности, в которой проявляется его человеческая сущность, стремление к интеллектуальной сфере жизни, являющейся одним из проявлений мировой гармонии».

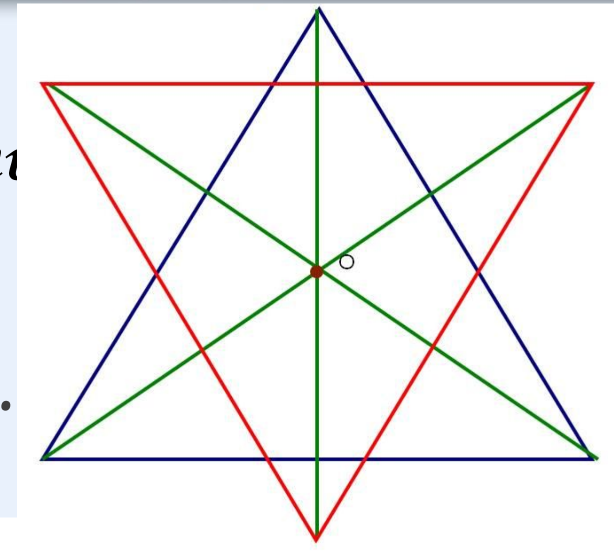
Герман Вейль (1885-1955) – немецкий математик.

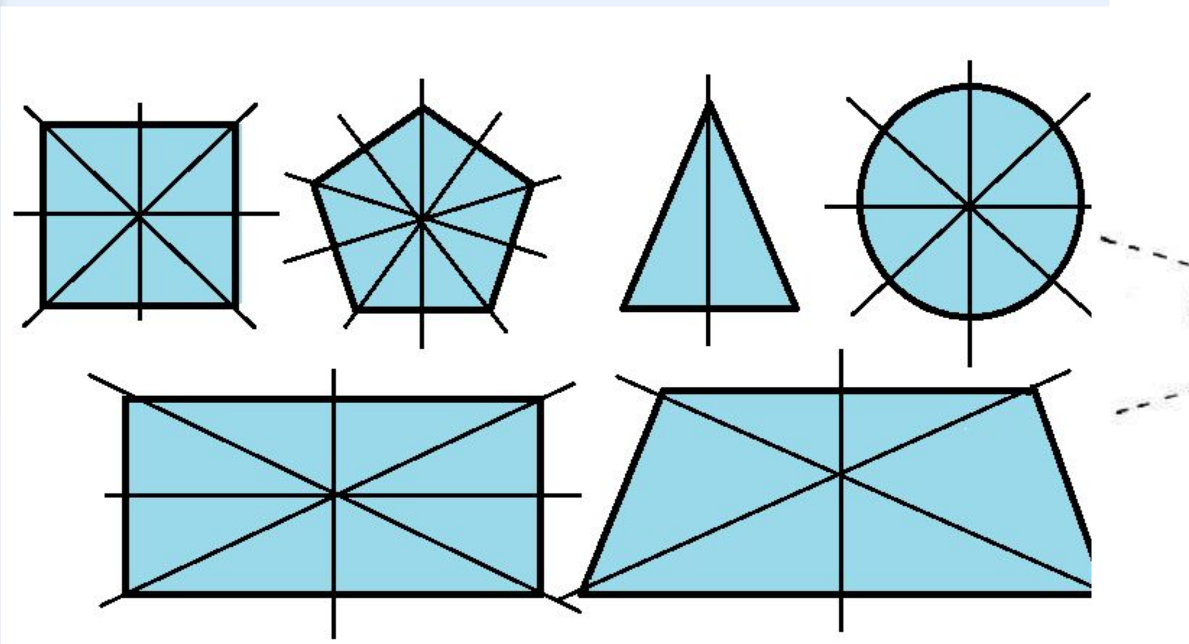
Принципы симметрии играют важную роль в физике и математике, химии и биологии, технике и архитектуре, живописи и скульптуре, поэзии и музыке.

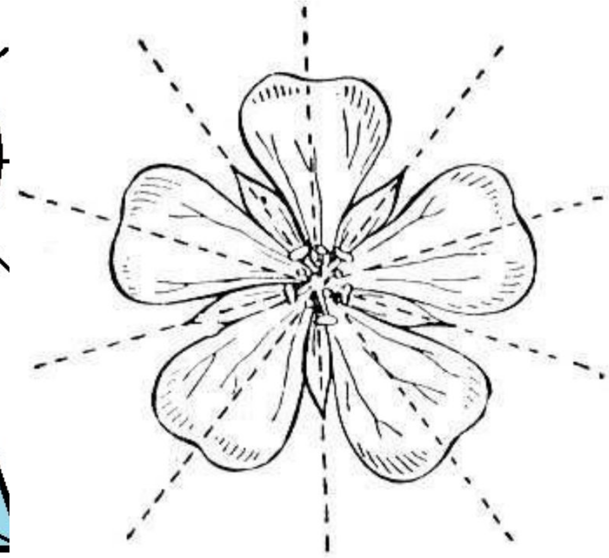
Законы природы, управляющие неисчерпаемой в своём многообразии картиной явлений, в свою очередь, также подчиняются принципам симметрии.

«**Симметрия**, *как бы широко или узко мы не понимали это слово,* ***есть идея****, с помощью которой человек пытался объяснить и создать порядок, красоту и совершенство».*

Г. Вейль







Движение. Виды движения.

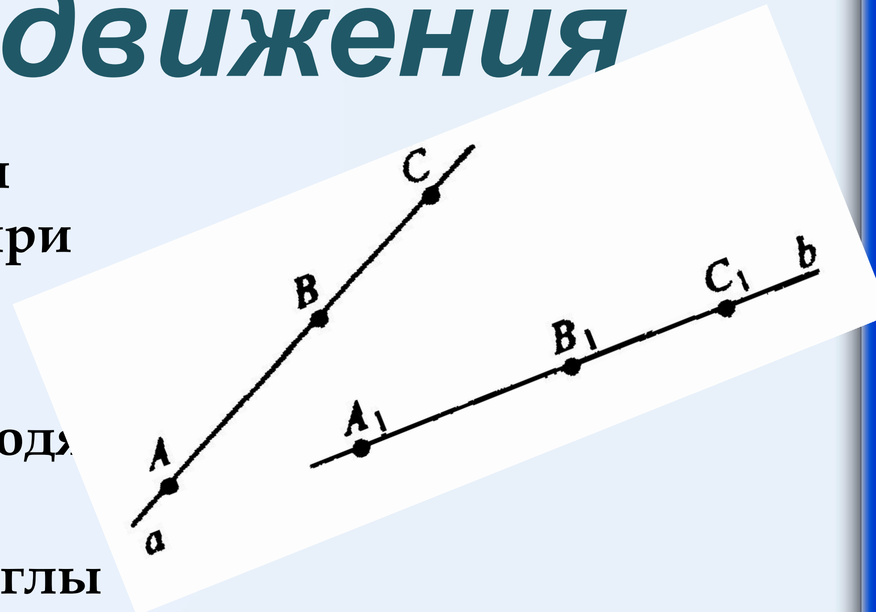
<u>Движение пространства</u> - это отображение пространства на себя, сохраняющее расстояние между точками.

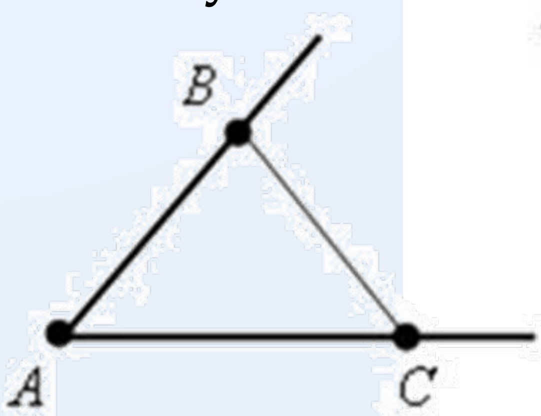
Виды движений:

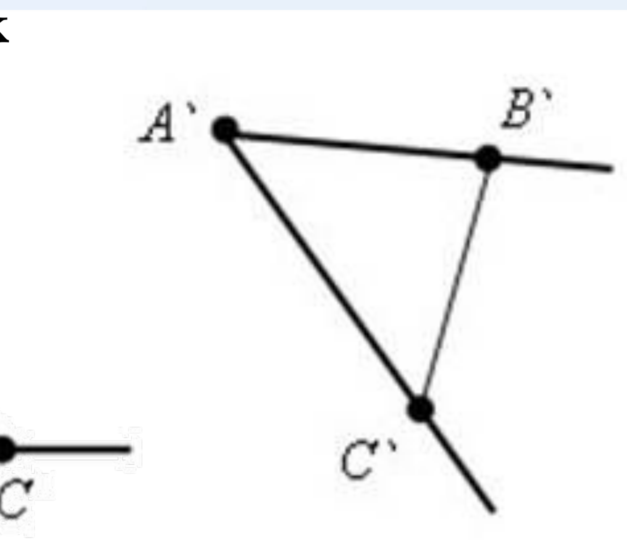
1. *Симметрия:*
   - *центральная*
   - *осевая*
   - *зеркальная*
2. *Параллельный перенос*
3. *Поворот*
4. *Преобразование подобия*

Свойства движения

- Точки прямой при движении переходят в точки прямой и при этом сохраняется порядок их взаимного расположения
- Прямые при движении переходят в прямые, отрезки в отрезки
- При движении сохраняются углы
- При движении многоугольник переходит в равный ему многоугольник

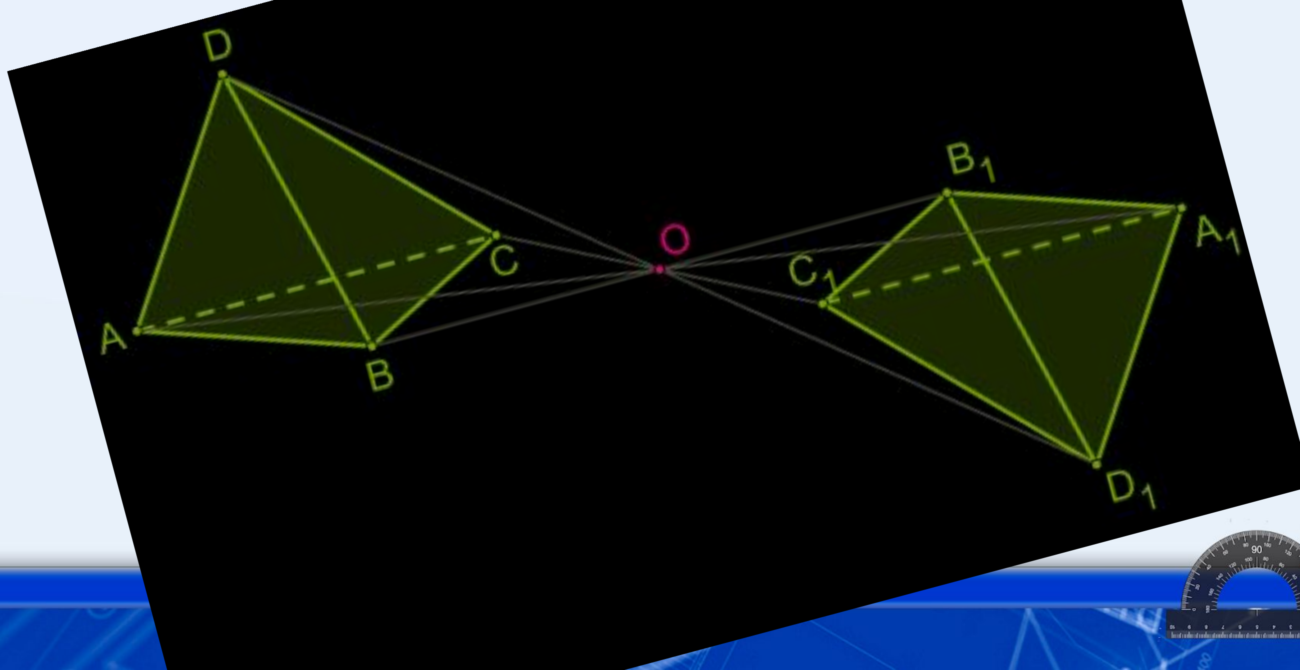




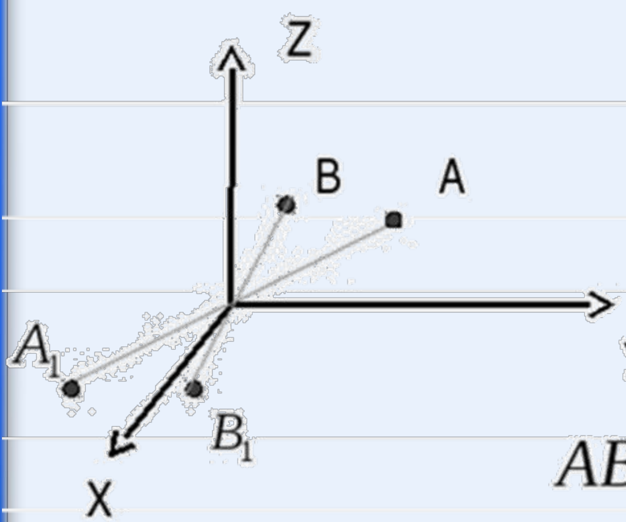


Центральная симметрия (симметрия относительно точки)

Отображение пространства на себя, при котором любая точка переходит в симметричную ей точку, относительно данного центра О



Центральная симметрия, есть движение.



$$A(x_1; y_1; z_1) \quad A_1(-x_1; -y_1; -z_1)$$

$$B\ (x_2; y_2; z_2) \quad B_1(-x_2; -y_2; -z_2)$$

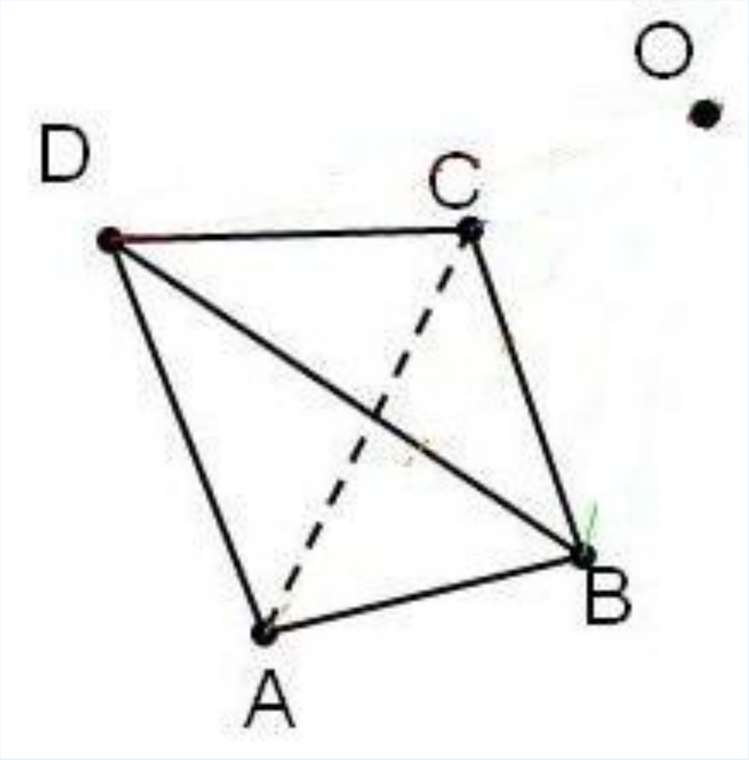
$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$A_1B_1 = \sqrt{(-x_2 + x_1)^2 + (-y_2 + y_1)^2 + (-z_2 + z_1)^2}$$

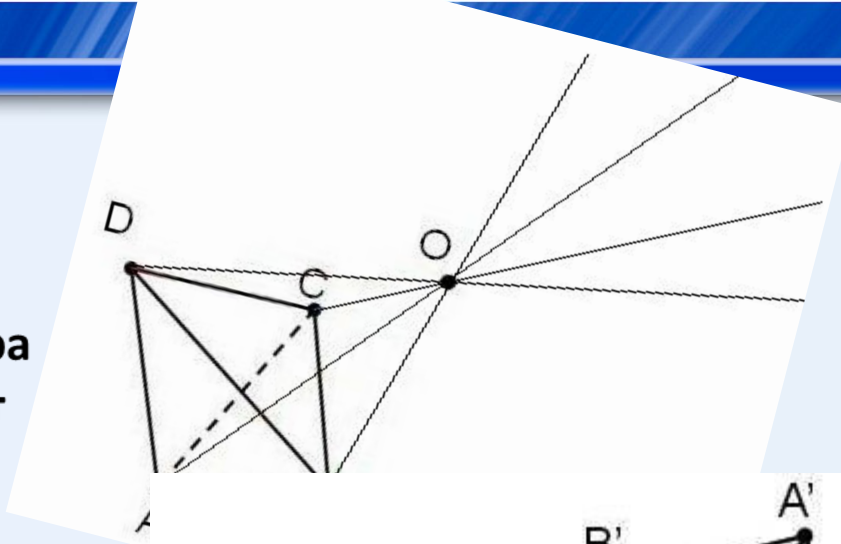
$$AB = A_1B_1$$

Ч.т.д.

№1 Постройте центральную симметрию тетраэдра, относительно точки О, изображенных на рисунке

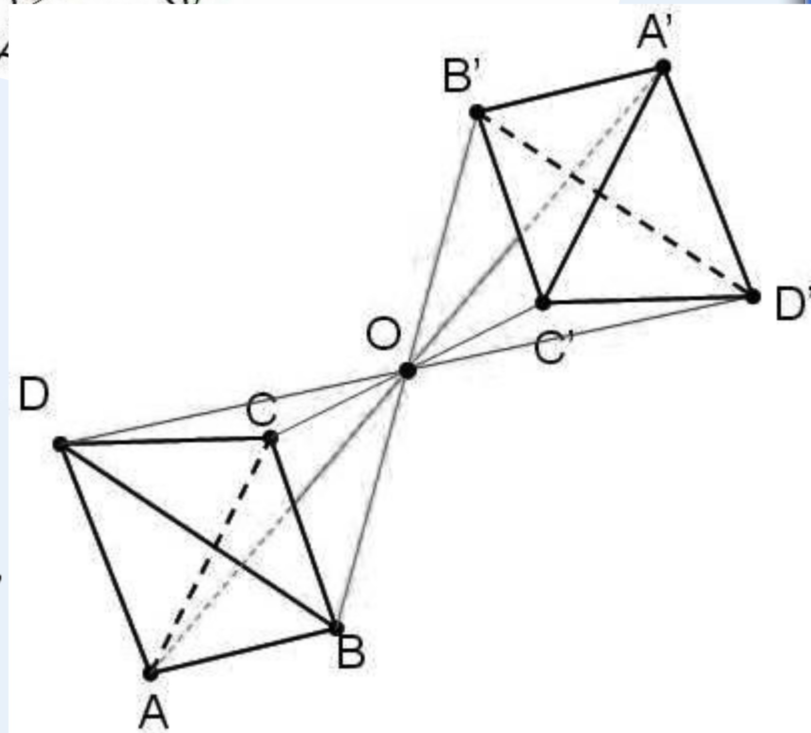


- **1. Для построения такой центральной симметрии сначала проведем через все точки тетраэдра прямые, каждая из которых будет проходить через *точку О***



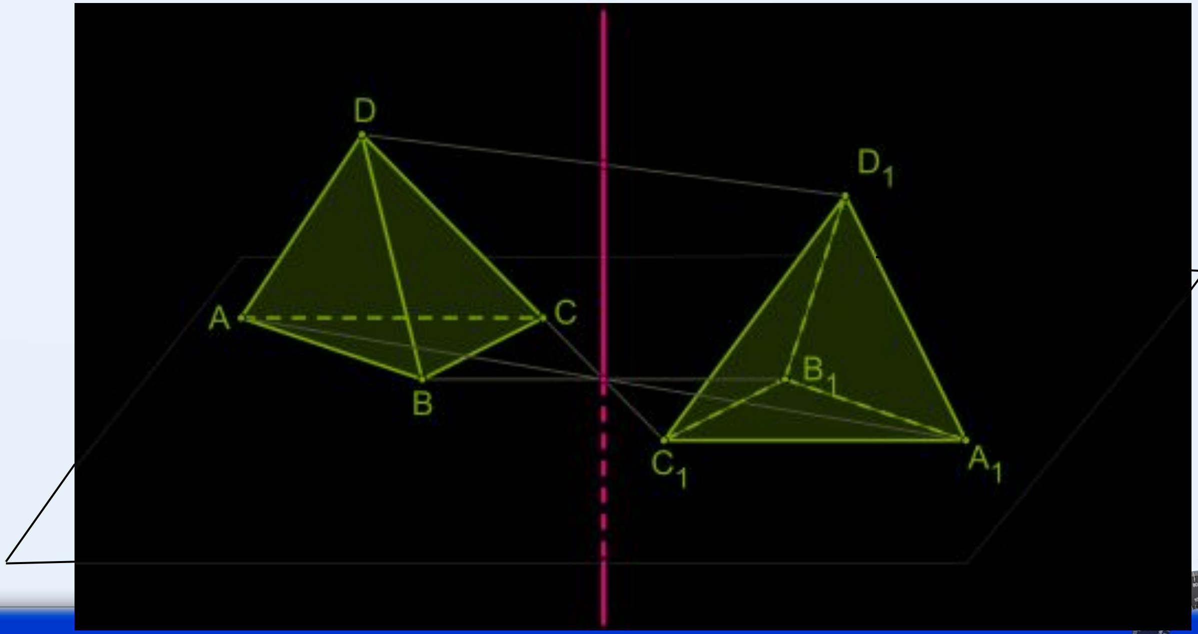
2. Точка A перейдет в такую точку A', которая будет принадлежать прямой (AO). Точка B перейдет в такую точку B', которая будет принадлежать прямой (BO). Точка C перейдет в такую точку C', которая будет принадлежать прямой (CO). Аналогично, и точка D перейдет в такую точку D', которая будет принадлежать прямой (DO). Причем, при этом выполняются равенства:

$$|AO| = |A'O|, |BO| = |B'O|, |CO| = |C'O|,$$
$$|DO| = |D'O|$$



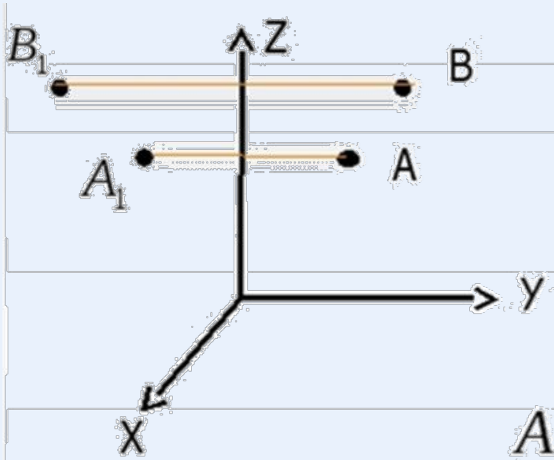
Осевая симметрия (симметрия относительно прямой)

Отображение пространства на себя, при котором любая точка переходит в симметричную ей точку относительно оси *a*



Осевая симметрия, есть движение.

Ось OZ



$$A(x_1; y_1; z_1) \qquad A_1(-x_1; -y_1; z_1)$$

$$B\ (x_2; y_2; z_2) \qquad B_1(-x_2; -y_2; z_2)$$

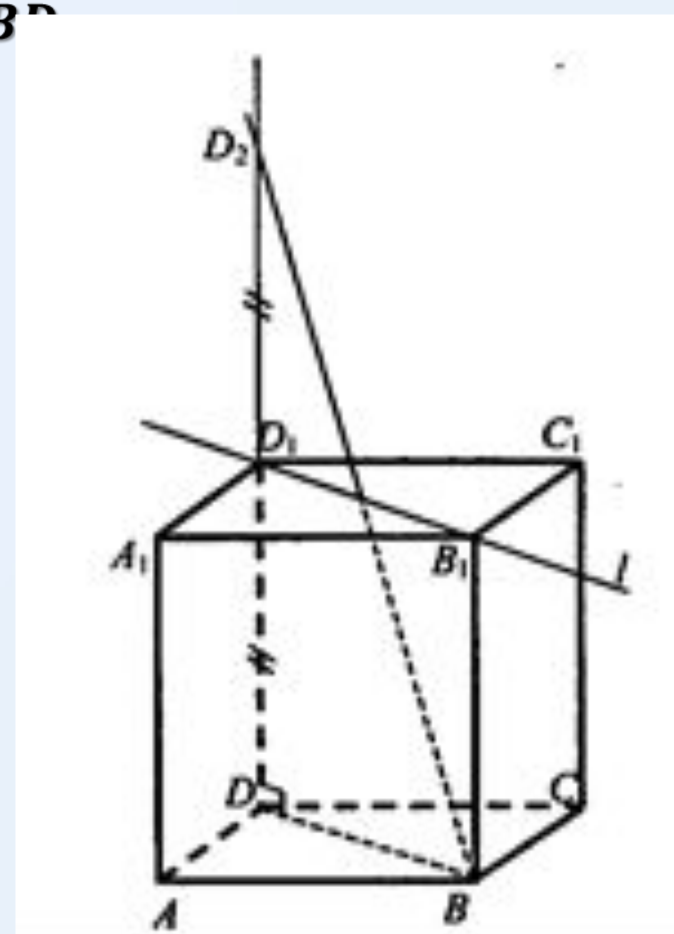
$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$A_1B_1 = \sqrt{(-x_2 + x_1)^2 + (-y_2 + y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$AB = A_1B_1$$

Ч.т.д.

№2 Известно, $ABCDA_1B_1C_1D_1$— куб, длина ребра AB равна a. Точка D отображается в точку D_2 при осевой симметрии относительно прямой B_1D_1. Найти B



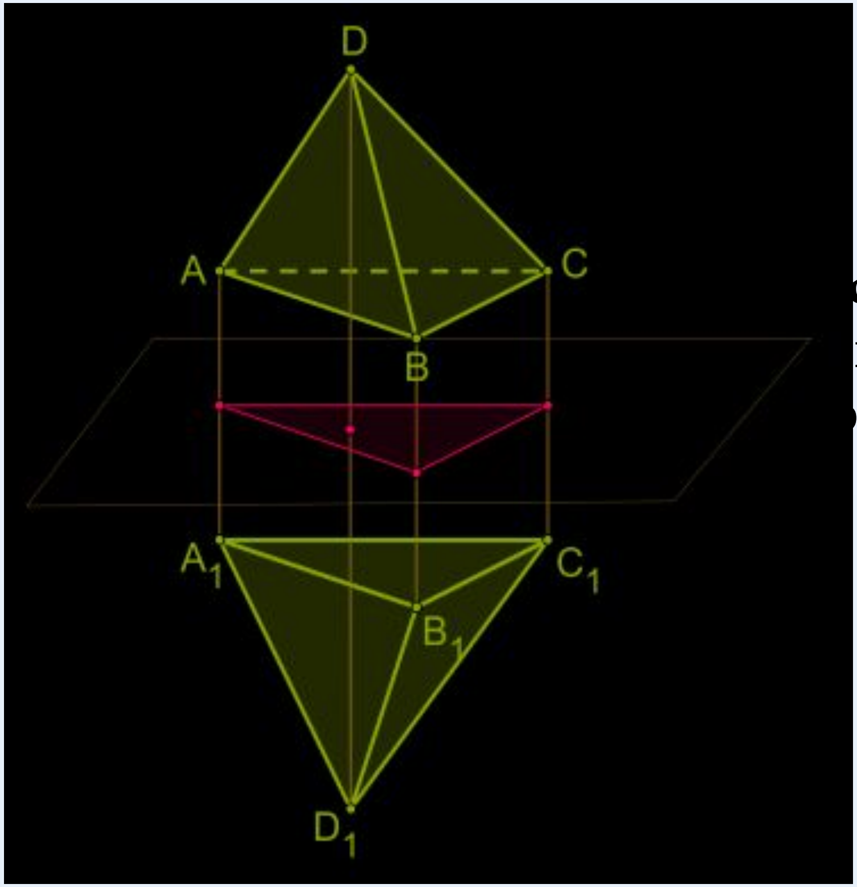
<u>Дано:</u> $ABCDA_1B_1C_1D_1$-куб,$AB=a$,
$D \rightarrow D_2$ при симметрии относительно
$B_1\ D_1$
<u>Найти:</u> BD_2.

<u>Решение:</u>
1. $D\,D_1 \perp (A_1C_1D_1)$
$D\,D_1 = D_1D_2 = a \Rightarrow\ DD_2 = 2a$

2.Δ ABD-прямоугольный.
По теореме Пифагора:
$BD=\sqrt{\grave{A}\hat{A}^2 + AD^2} = \sqrt{\grave{a}^2 + \grave{a}^2} = a\sqrt{2}$

3.Δ BDD_2-прямоугольный.
По теореме Пифагора:
$BD_2=\sqrt{DD_2{}^2 + BD^2} = \sqrt{(2\grave{a})^2 + \left(\grave{a}\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{4\grave{a}^2 + 2\grave{a}^2} = a\sqrt{6}$

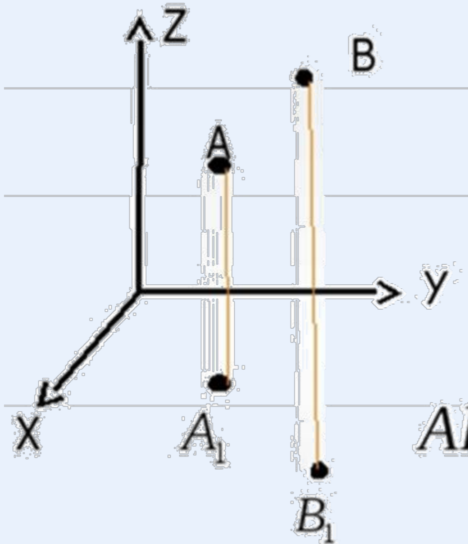
Зеркальная симметрия (симметрия относительно плоскости)



Отображение пространства на себя, при котором любая точка переходит в симметричную ей относительно плоскости α точку

Зеркальная симметрия, есть движение.

XOY



$$A(x_1; y_1; z_1) \qquad A_1(x_1; y_1; -z_1)$$

$$B\ (x_2; y_2; z_2) \qquad B_1(x_2; y_2; -z_2)$$

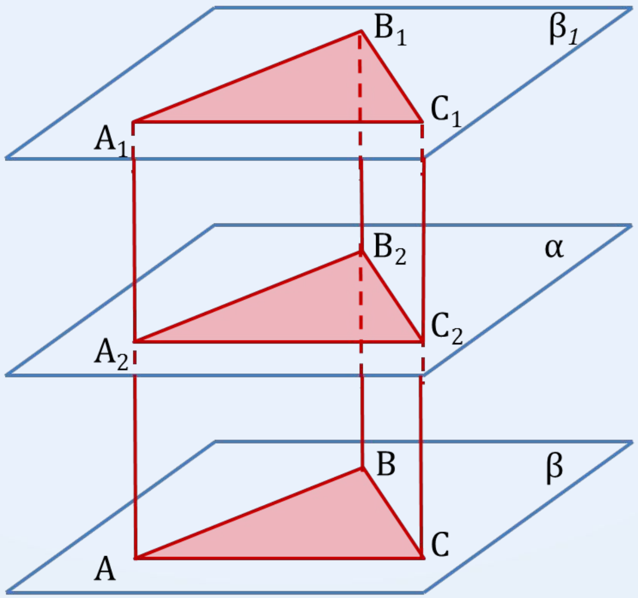
$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$A_1B_1 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (-z_2 + z_1)^2}$$

$$AB = A_1B_1$$

Ч.т.д.

№3 При зеркальной симметрии относительно плоскости α плоскость β отображается на плоскость β_1. Доказать, что если плоскость β параллельна плоскости α, то плоскость β_1 также параллельна плоскости α.



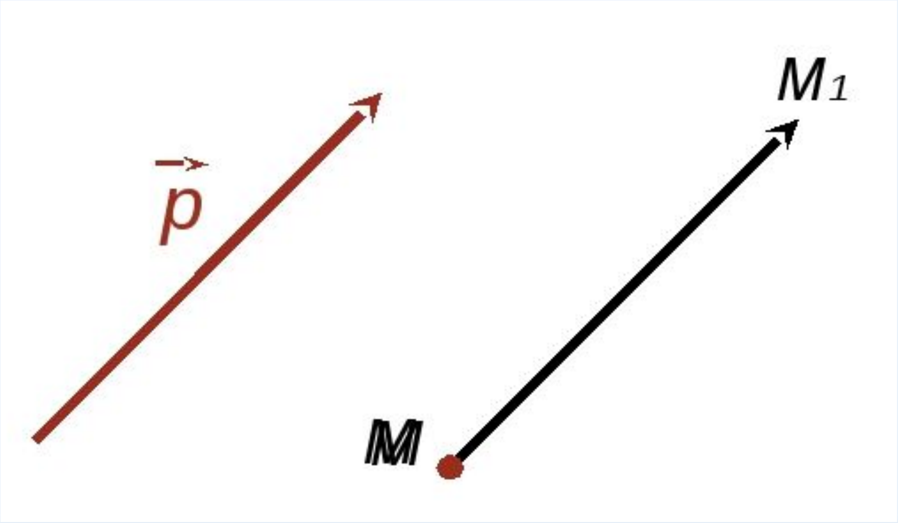
Дано: α-плоскость симметрии.
$\beta \to \beta_1$ при зеркальной симметрии, $\beta \parallel \alpha$
Доказать: $\beta_1 \parallel \alpha$

Доказательство:
1. A, B, C ∈ β
2. Д.п. $AA_2 \perp \alpha$, $BB_2 \perp \alpha$, $CC_2 \perp \alpha$.
$A_2A_1 = AA_2$, $B_2B_1 = BB_2$, $C_2C_1 = CC_2 \Rightarrow$
AA_1B_1B-прямоугольник($AA_1 = BB_1$ и $AA_1 \parallel BB_1$).
3. $A_1B_1 \parallel AB$, $BB_1 = CC_1$ и $BB_1 \parallel CC_1 \Rightarrow$
BB_1C_1C-прямоугольник$\Rightarrow$
$B_1C_1 \parallel BC$.
4. Плоскость β проходит через точки A_1, B_1, C_1 и эта плоскость единственна.
5. $\beta \parallel \beta_1$(по признаку параллельности плоскостей).

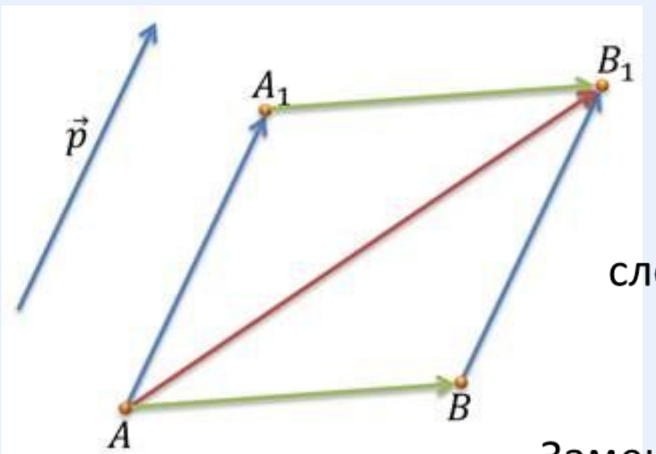
Ч.т.д.

Параллельный перенос

На вектор $\vec{p}$ называется отображение пространства на себя, при котором любая точка M переходит в такую точку M_1, что $\overrightarrow{MM_1} = \vec{p}$



Параллельный перенос, есть движение.



При параллельном переносе на вектор $\vec{p}$ любые две точки A и B переходят в такие точки A_1 и B_1, что вектора $\overrightarrow{AA_1} = \vec{p}$ и $BB_1 = \vec{p}$.

Сложим по правилу треугольника векторы:

$$\overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{A_1B_1},\ \overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB_1}$$

Поскольку левые части равенств равны, следовательно, равны и правые части равенств. Значит, можно записать, что

$$\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{A_1}B_1 = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB_1}.$$

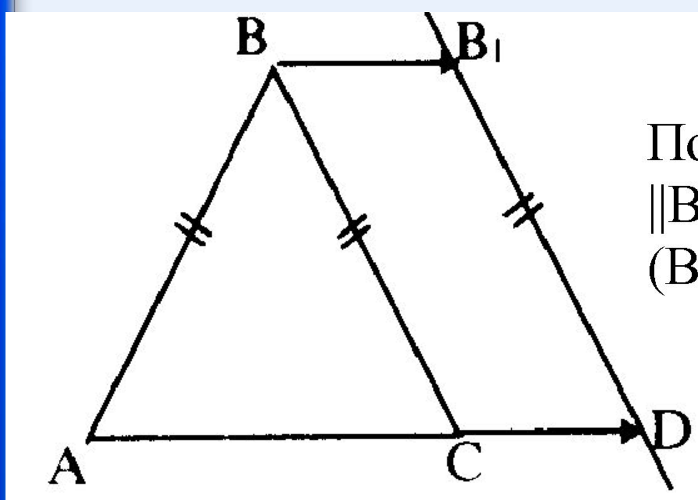
Заменим вектора $\overrightarrow{AA_1}$ и $\overrightarrow{BB_1}$ на вектор $\vec{p}$. Получим, что $\vec{p} + \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{AB} + \vec{p}$. Отсюда получаем, что вектор $\overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{AB}$. Поскольку векторы равны, значит, равны и их длины, то есть $A_1B_1 = AB$.

Ч.т.д.

№4 Даны равнобедренный треугольник ABC с основанием AC и точка D на прямой AC, такая, что точка C лежит на отрезке AD. Постройте отрезок B1D, который получается из отрезка BC параллельным переносом на вектор CD.

ΔABC, $AB=BC$, $D \in AC$, $A–C–D$

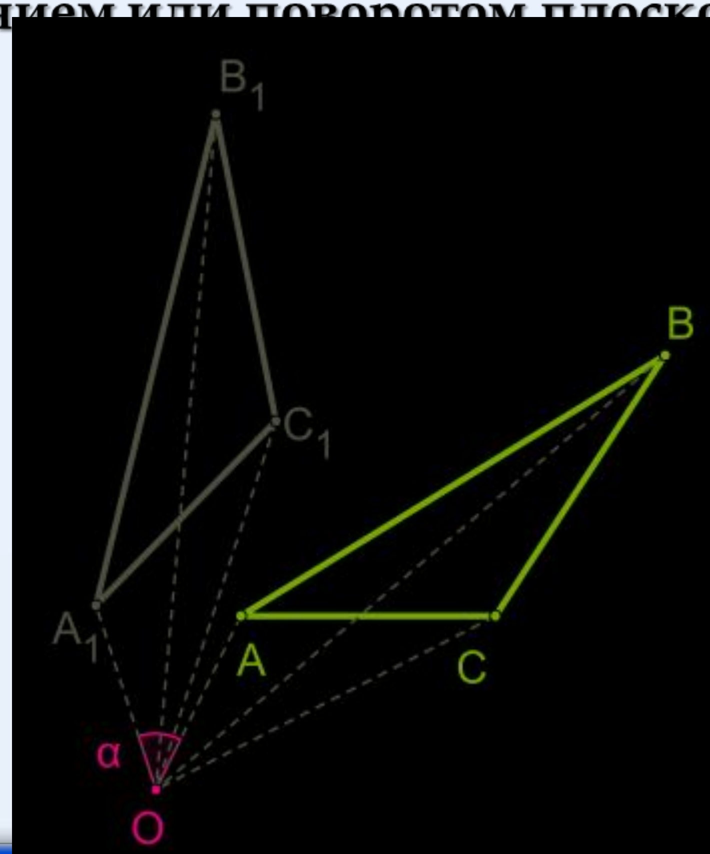
а) построить: B_1D: $BC \rightarrow B_1D$ при переносе на CD



Построить прямую l, проходящую через т. D и $\parallel BC$; от D вверх отложить отрезок, равный CB ($B_1D=CB$); B_1D – искомый.

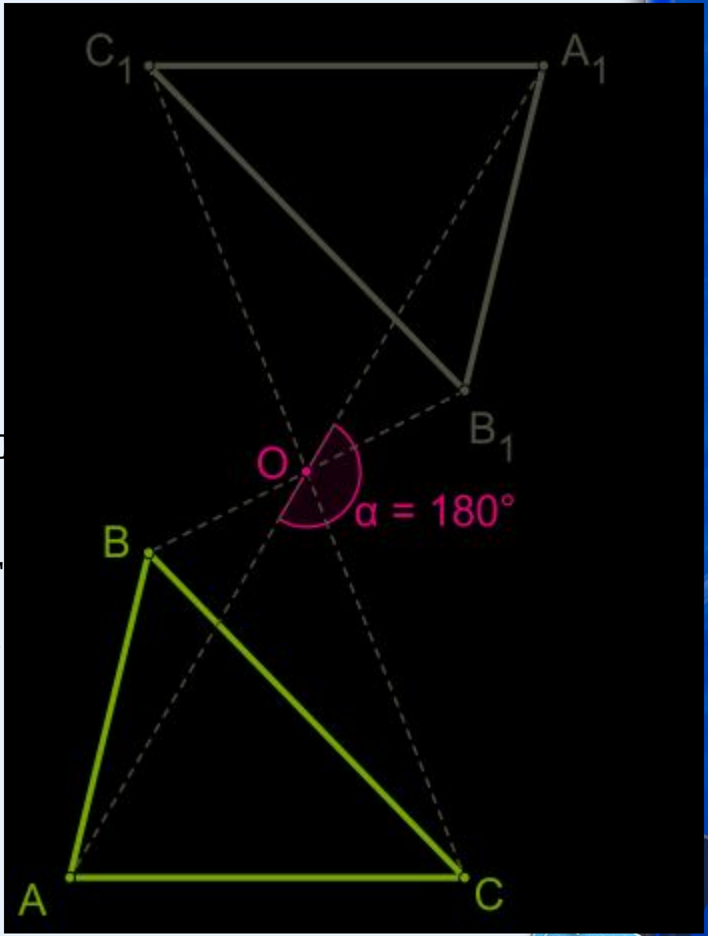
Поворот

- **Преобразование, при котором каждая точка фигуры (тела) поворачивается на один и тот же угол α вокруг заданного центра O, называется вращением или поворотом плоскости**



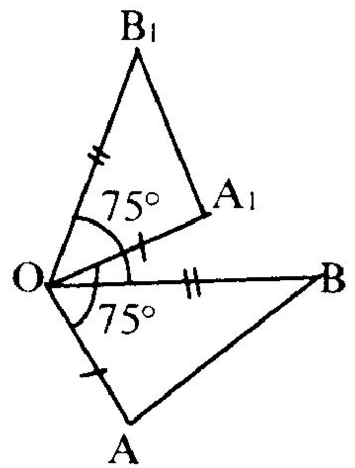
Точка **О** называется **центром вращения**, а угол **α - углом вращения.**

Если угол поворота равен 180 градусам, т фигура отображается как центрально симметричная данной, и этот поворот называется центральной симметрией.



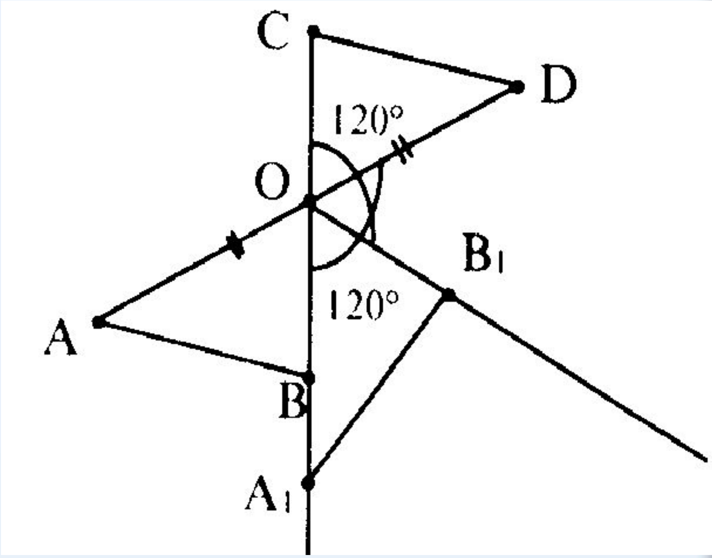
№5 Постройте отрезок A_1B_1, который получается из данного отрезка АВ поворотом вокруг данного центра О: а) на 75° против часовой стрелки; б) на 120° по часовой стрелке

а)



при повороте на 75°: $A \to A_1$, $B \to B_1$

б)



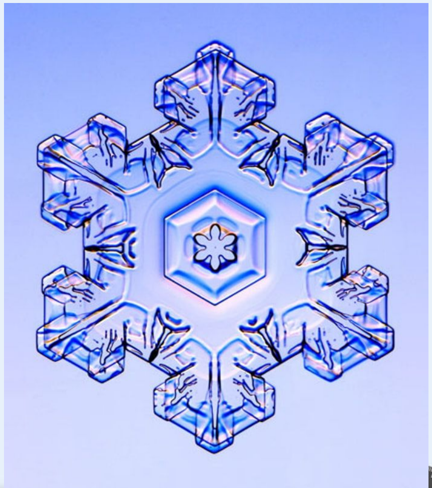
При центральной симметрии $A \to D$, $B \to C$, а затем при повороте на 120° $C \to B_1$, $D \to A_1$

Симметрия в живой природе

С симметрией мы повсюду встречаемся и в живой природе. Симметричны формы жука, червяка, гриба, листа, цветка и др. Обратимся к растениям. Переходя от одного поколения данного растения к другому, будем наблюдать сохранение определенных свойств. Так из семечка вырастает новый подсолнух с таким же огромным соцветием-корзинкой, также исправно поворачивающимся к Солнцу. Это тоже есть симметрия.

Симметрия в неживой природе

Каждая снежинка – это маленький кристалл замерзшей воды. Форма снежинок может быть очень разнообразной, но все они обладают симметрией – поворотной симметрией и зеркальной симметрией. У природных снежинок всегда шесть осей симметрии.



Однако симметрия существует и там где её не видно на первый взгляд.

Химик скажет, что все тела состоят из атомов. А многие атомы располагаются в пространстве по принципу симметрии.

Знаменитый кристаллограф Евграф Степанович Фёдоров сказал: «Кристаллы блещут симметрией».

Симметрия в живописи

Леонардо да Винчи «Мадонна Литта».

Фигуры мадонны и ребенка вписываются в правильный треугольник, который вследствие своей симметричности особенно ясно воспринимается глазом зрителя. Благодаря этому мать и ребенок сразу же оказываются в центре внимания, как бы выдвигаются на передний план. Голова мадонны совершенно точно, но в то же время естественно помещается между двумя симметричными окнами на заднем плане картины.

Свойство симметричности, присущее живой и неживой природе, человек использовал в своих достижениях: изобрел самолет, создал уникальные здания архитектуры. Да и сам человек является фигурой симметричной.