



***Мини-проект по
теме:
«Движения»***

Выполнила ученица 11 класса
«Б»

МБОУ «ЦОН №10» им. А.В.
Чернова

Колкова Ирина

Проверил учитель по

2017 г.



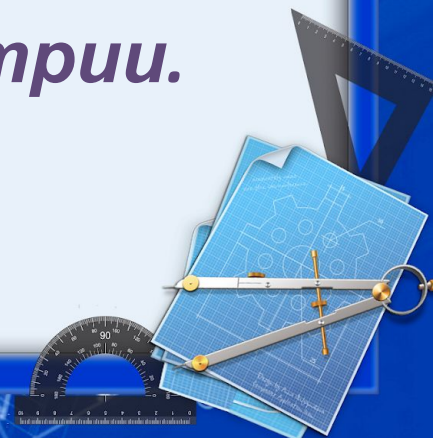
**Герман Вейль
(1885-1955) – немецкий
математик.**

*«Математика играет
весьма существенную роль в
формировании нашего
духовного облика. Занятие
математикой подобно
мифотворчеству,
литературе или музыке –
это одна из наиболее
присущих человеку областей
его творческой
деятельности, в которой
проявляется его
человеческая сущность,
стремление к
интеллектуальной сфере
жизни, являющейся одним из
проявлений мировой
гармонии».*



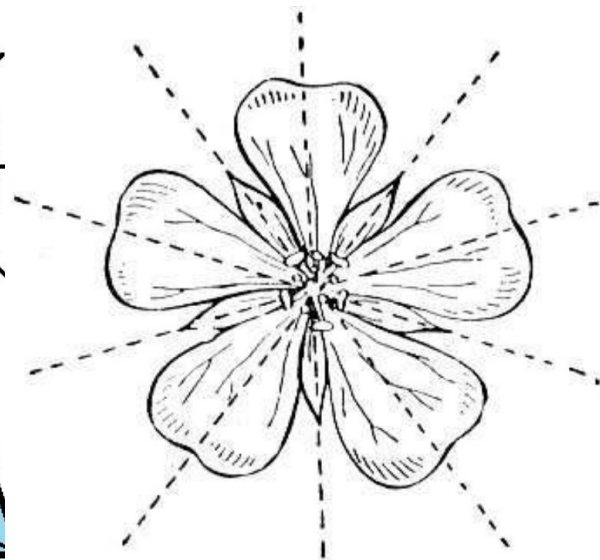
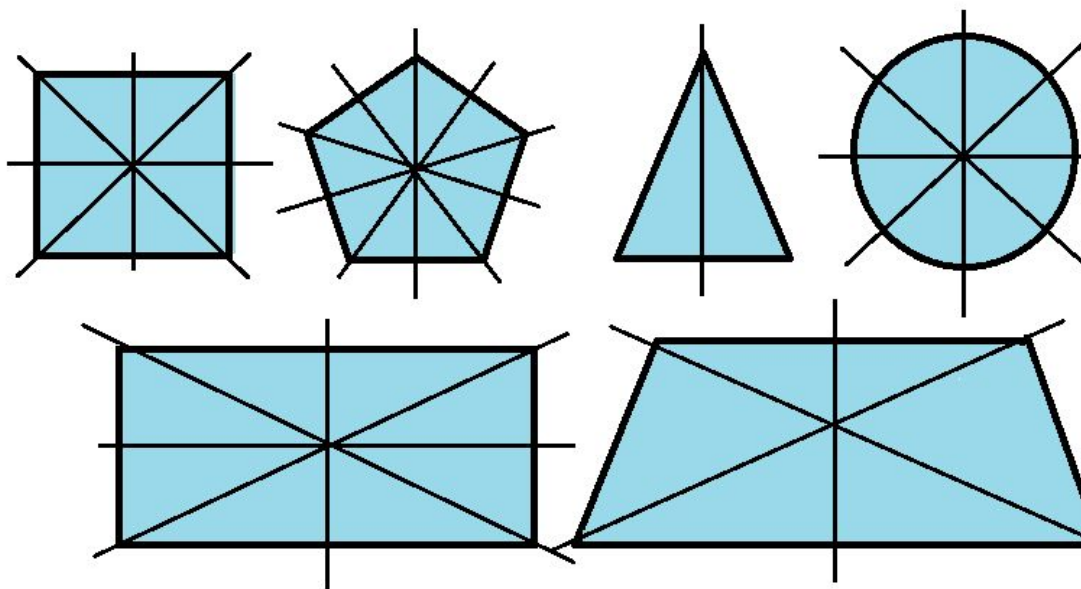
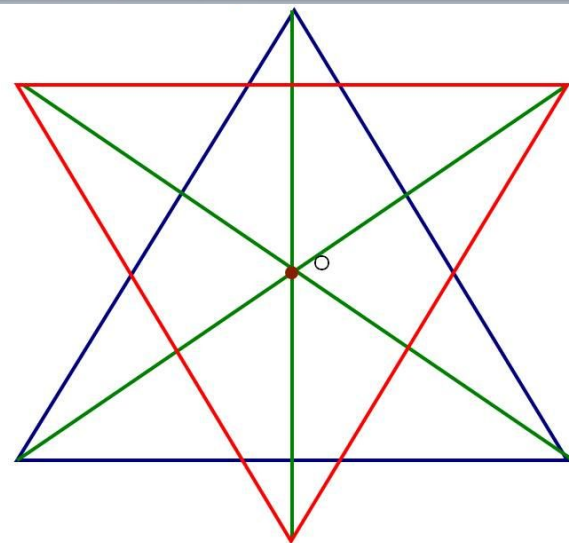
Принципы симметрии играют важную роль в физике и математике, химии и биологии, технике и архитектуре, живописи и скульптуре, поэзии и музыке.

Законы природы, управляющие неисчерпаемой в своём многообразии картиной явлений, в свою очередь, также подчиняются принципам симметрии.



«Симметрия, как бы широко или узко мы не понимали это слово, есть идея, с помощью которой человек пытался объяснить и создать порядок, красоту и совершенство».

Г. Вейль



Движение. Виды движения.

Движение пространства - это отображение пространства на себя, сохраняющее расстояние между точками.

Виды движений:

1. *Симметрия:*

- центральная
- осевая
- зеркальная

2. *Параллельный перенос*

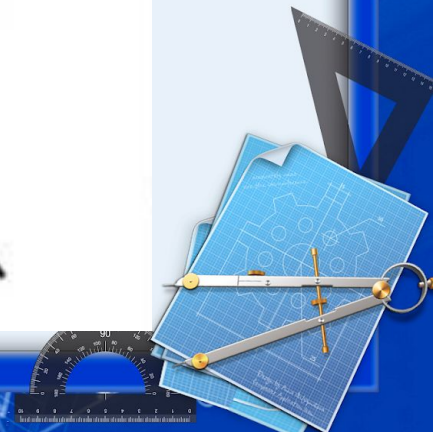
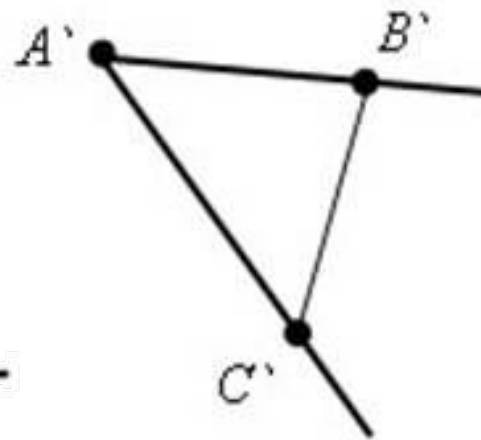
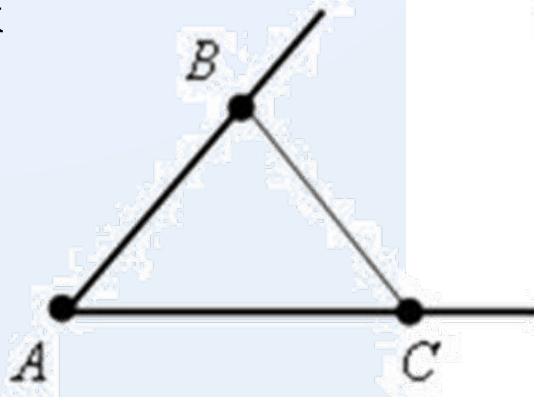
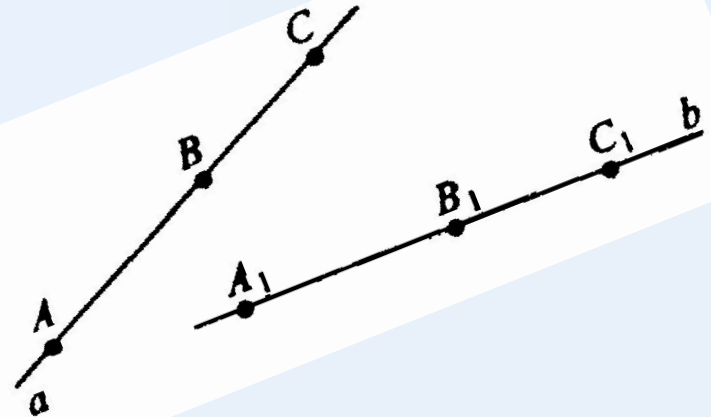
3. *Поворот*

4. *Преобразование подобия*



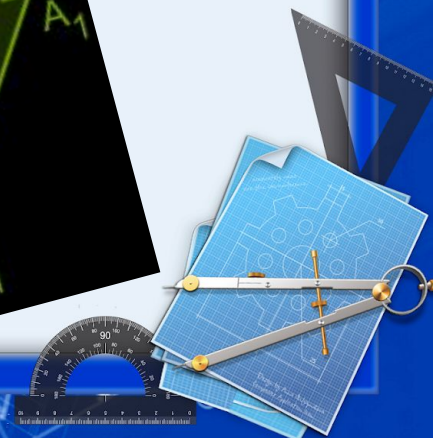
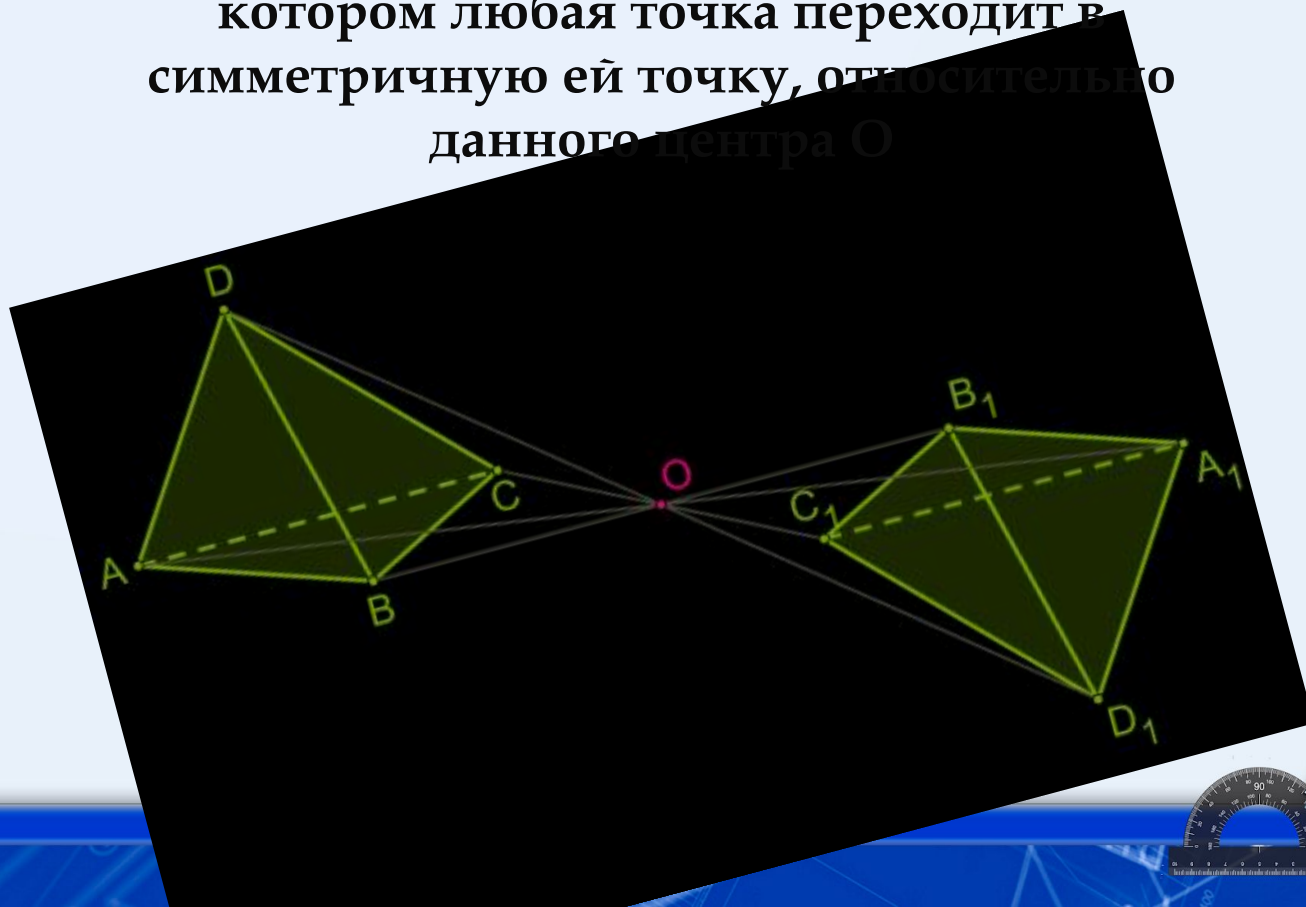
Свойства движения

- ❖ Точки прямой при движении переходят в точки прямой и при этом сохраняется порядок их взаимного расположения
- ❖ Прямые при движении переходят в прямые, отрезки в отрезки
- ❖ При движении сохраняются углы
- ❖ При движении многоугольник переходит в равный ему многоугольник

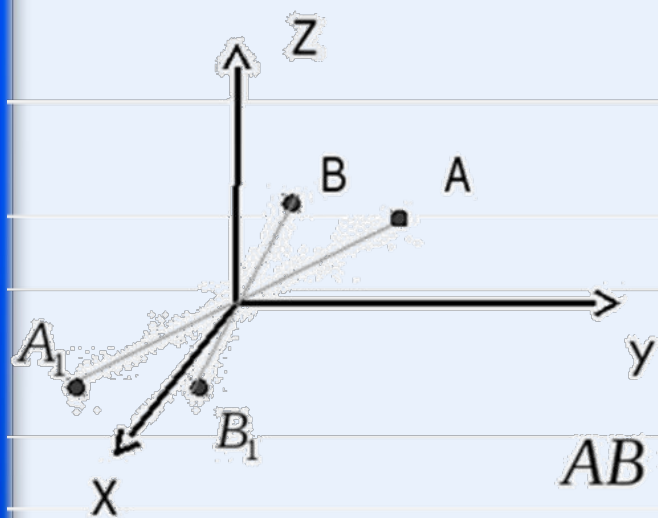


Центральная симметрия (симметрия относительно точки)

Отображение пространства на себя, при котором любая точка переходит в симметричную ей точку, относительно данного центра O



Центральная симметрия, есть движение.



$$A(x_1; y_1; z_1) \quad A_1(-x_1; -y_1; -z_1)$$

$$B(x_2; y_2; z_2) \quad B_1(-x_2; -y_2; -z_2)$$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

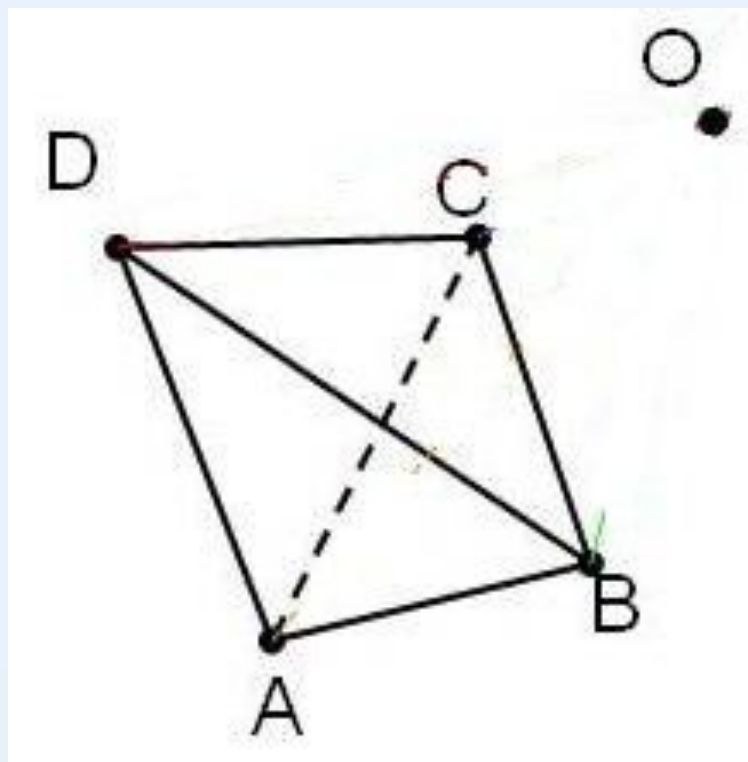
$$A_1B_1 = \sqrt{(-x_2 + x_1)^2 + (-y_2 + y_1)^2 + (-z_2 + z_1)^2}$$

$$AB = A_1B_1$$

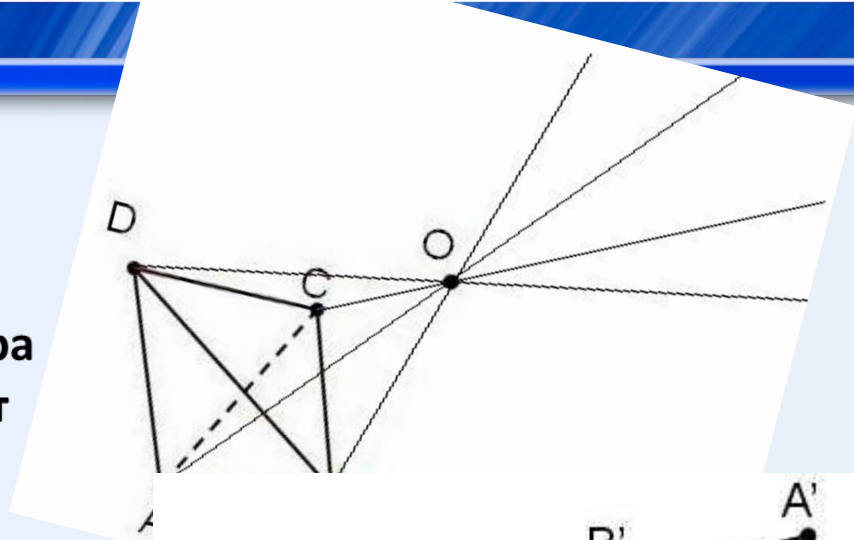
Ч.т.д.



№1 Постройте центральную симметрию тетраэдра, относительно точки O , изображенных на рисунке

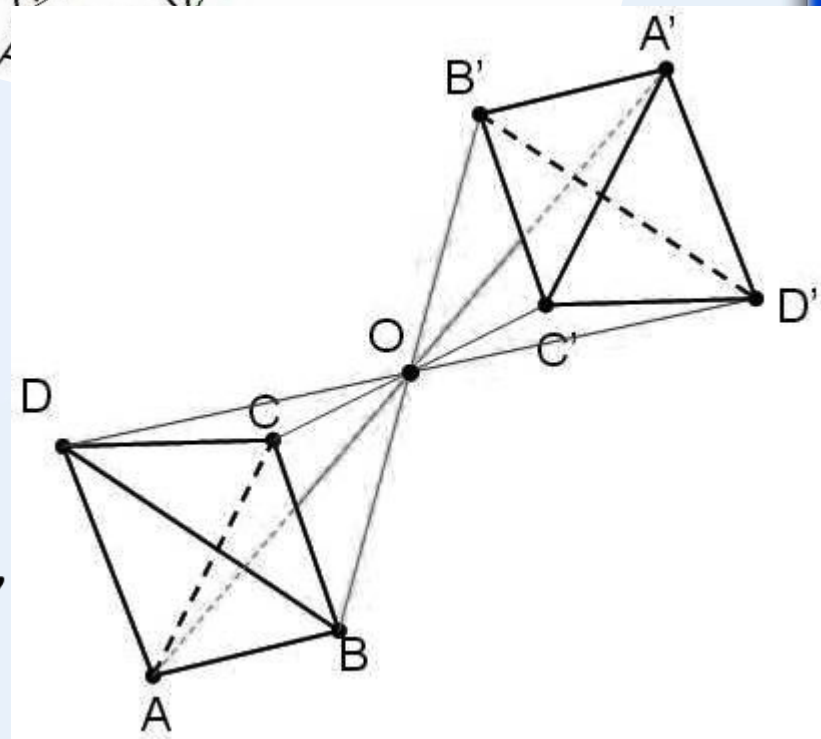


- 1. Для построения такой центральной симметрии сначала проведем через все точки тетраэдра прямые, каждая из которых будет проходить через *точку O*



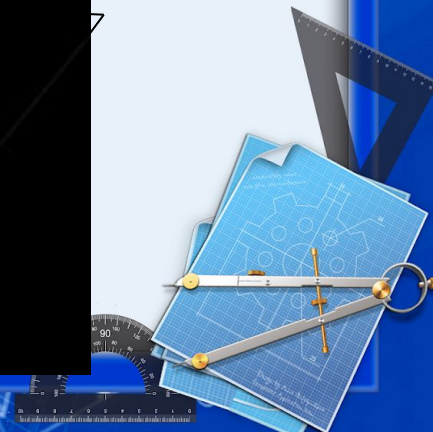
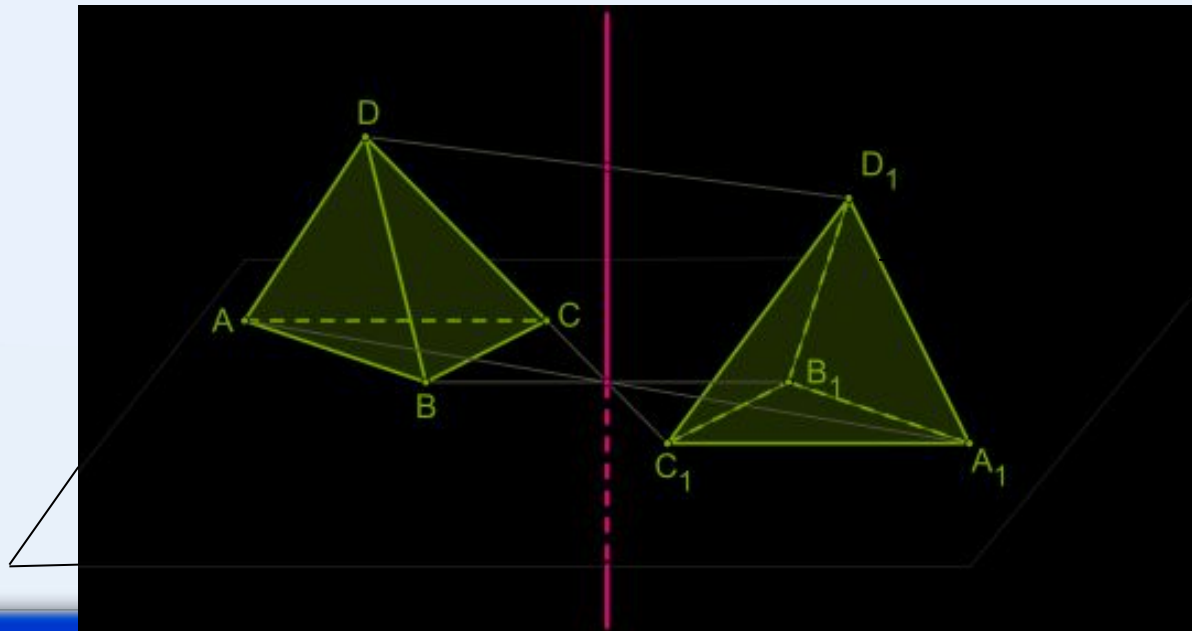
2. Точка *A* перейдет в такую точку *A'*, которая будет принадлежать прямой (*AO*). Точка *B* перейдет в такую точку *B'*, которая будет принадлежать прямой (*BO*). Точка *C* перейдет в такую точку *C'*, которая будет принадлежать прямой (*CO*). Аналогично, и точка *D* перейдет в такую точку *D'*, которая будет принадлежать прямой (*DO*). Причем, при этом выполняются равенства:

$$|AO| = |A'O|, |BO| = |B'O|, |CO| = |C'O|, \\ |DO| = |D'O|$$



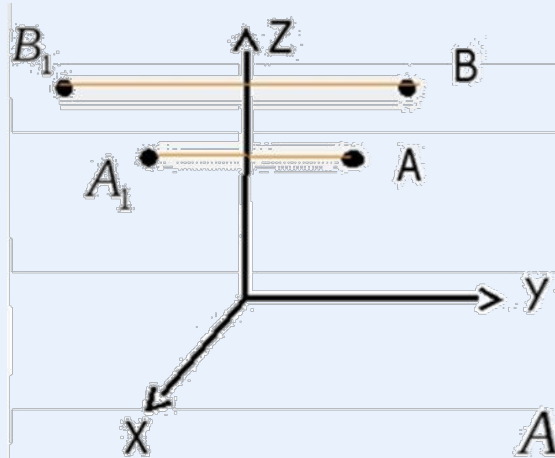
Осевая симметрия (симметрия относительно прямой)

Отображение пространства на себя,
при котором любая точка переходит
в симметричную ей точку
относительно оси a



Осевая симметрия, есть движение.

Ось OZ



$$A(x_1; y_1; z_1) \quad A_1(-x_1; -y_1; z_1)$$

$$B(x_2; y_2; z_2) \quad B_1(-x_2; -y_2; z_2)$$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$A_1B_1 = \sqrt{(-x_2 + x_1)^2 + (-y_2 + y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$AB = A_1B_1$$

Ч.т.д.



№2 Известно, $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб, длина ребра AB равна a . Точка D отображается в точку D_2 при осевой симметрии относительно прямой $B_1 D_1$. Найти BD_2 .

Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ -куб, $AB=a$,
 $D \rightarrow D_2$ при симметрии относительно
 $B_1 D_1$

Найти: BD_2 .

Решение:

1. $DD_1 \perp (A_1 C_1 D_1)$

$DD_1 = D_1 D_2 = a \Rightarrow DD_2 = 2a$

2. $\triangle ABD$ -прямоугольный.

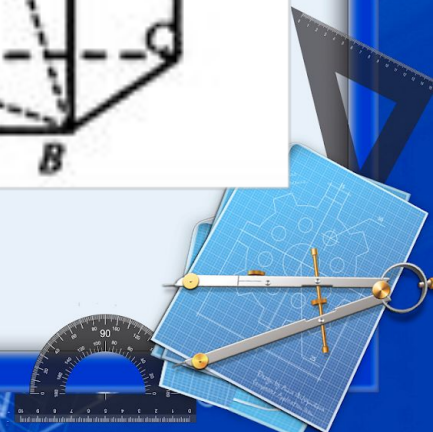
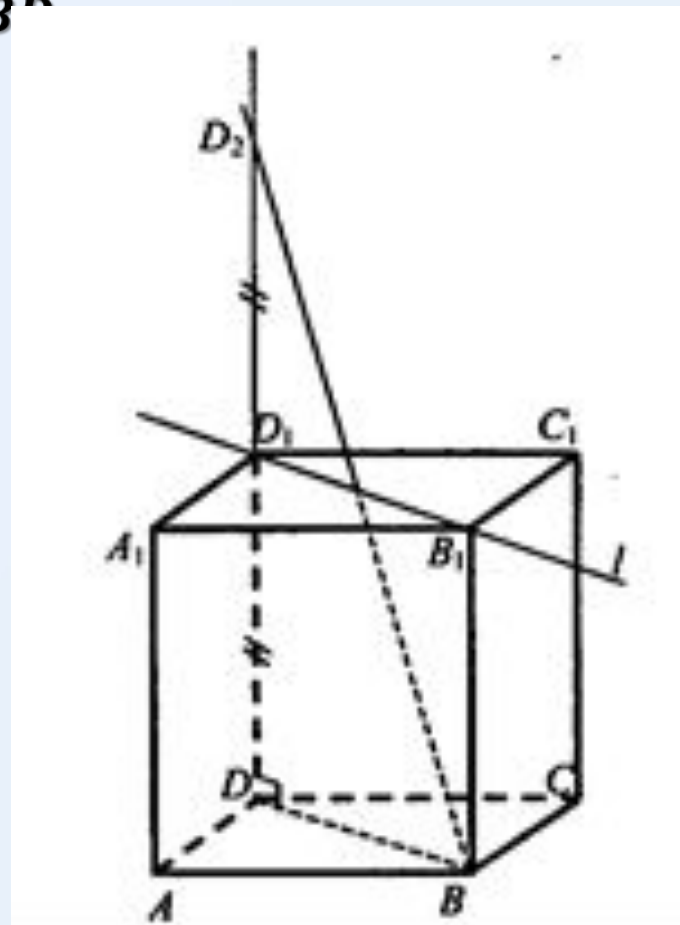
По теореме Пифагора:

$$BD = \sqrt{AD^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

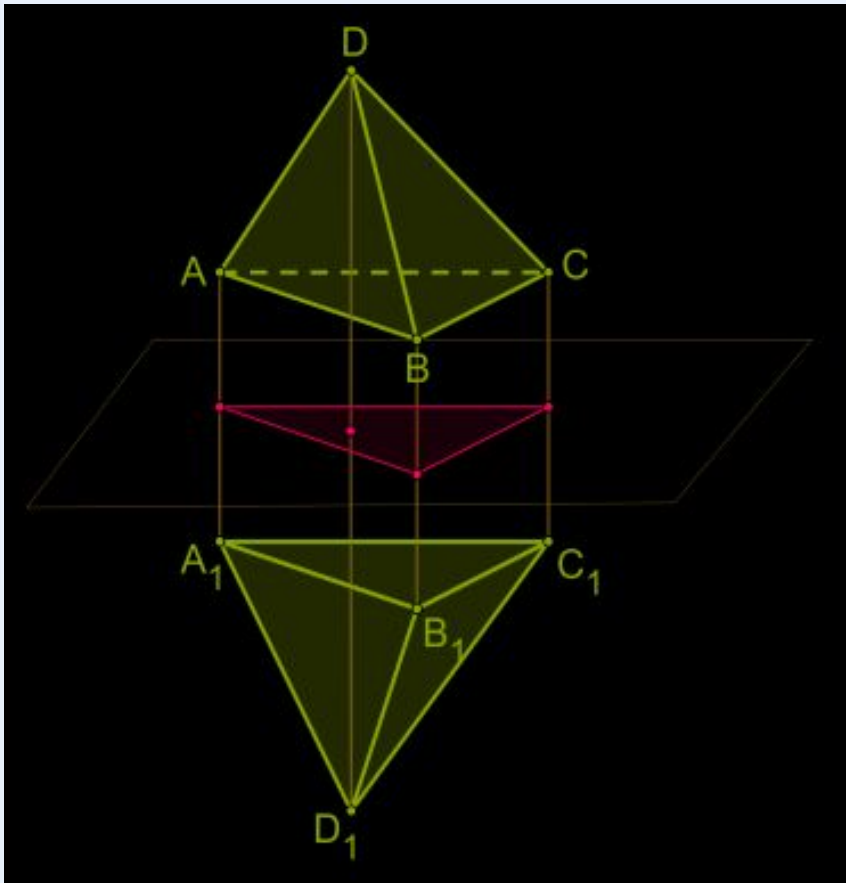
3. $\triangle BDD_2$ -прямоугольный.

По теореме Пифагора:

$$BD_2 = \sqrt{DD_2^2 + BD^2} = \sqrt{(2a)^2 + (a\sqrt{2})^2} = \sqrt{4a^2 + 2a^2} = a\sqrt{6}$$



Зеркальная симметрия (симметрия относительно плоскости)

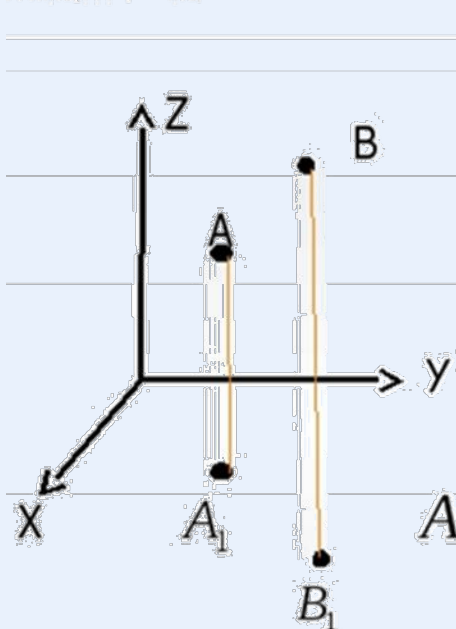


Отображение пространства на себя, при котором любая точка переходит в симметричную ей относительно плоскости α точку



Зеркальная симметрия, есть движение.

© 2007-2010, ООО "СЭТ".



XOY

$$A(x_1; y_1; z_1) \quad A_1(x_1; y_1; -z_1)$$

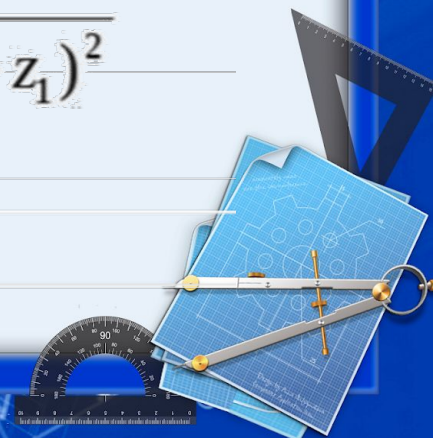
$$B(x_2; y_2; z_2) \quad B_1(x_2; y_2; -z_2)$$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$A_1B_1 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (-z_2 + z_1)^2}$$

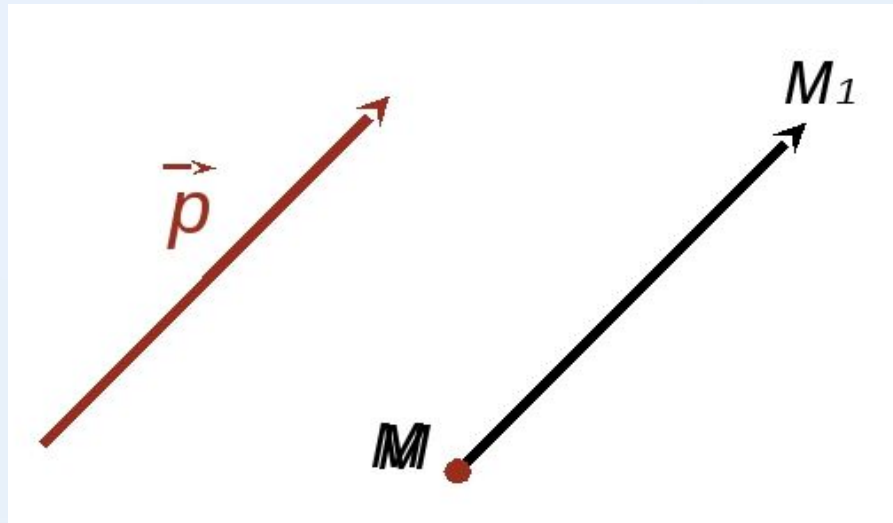
$$AB = A_1B_1$$

Ч.т.д.



Параллельный перенос

На вектор \vec{p} называется
отображение пространства на
себя, при котором любая точка
 M переходит в такую точку M_1 ,
что $\overrightarrow{MM_1} = \vec{p}$



Параллельный перенос, есть движение.

При параллельном переносе на вектор \vec{p} любые две точки A и B переходят в такие точки A_1 и B_1 , что

$$\overrightarrow{AA_1} = \vec{p} \text{ и } \overrightarrow{BB_1} = \vec{p}.$$

Сложим по правилу треугольника векторы:

$$\overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{A_1B_1}, \quad \overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB_1}$$

Поскольку левые части равенств равны, следовательно, равны и правые части равенств.

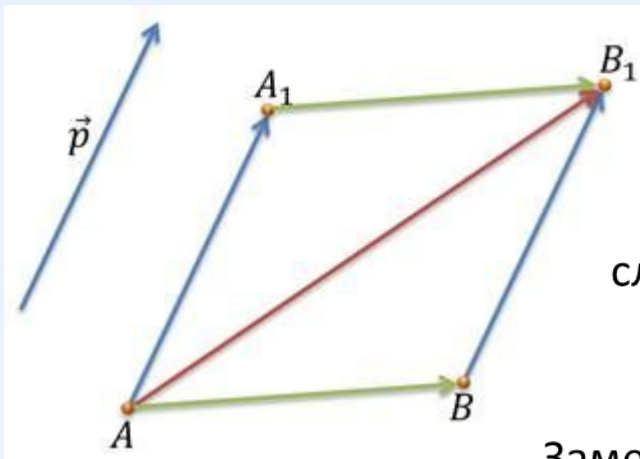
Значит, можно записать, что

$$\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB_1}.$$

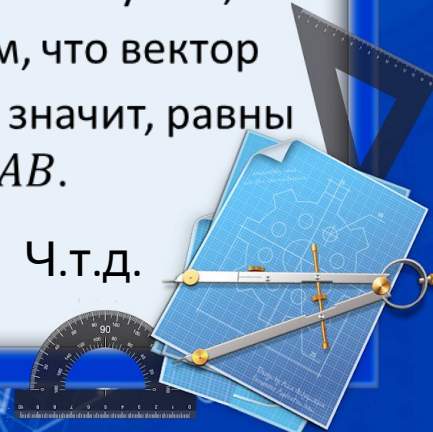
Заменим вектора $\overrightarrow{AA_1}$ и $\overrightarrow{BB_1}$ на вектор \vec{p} . Получим, что

$$\vec{p} + \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{AB} + \vec{p}.$$

Отсюда получаем, что вектор $\overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{AB}$. Поскольку векторы равны, значит, равны и их длины, то есть $A_1B_1 = AB$.



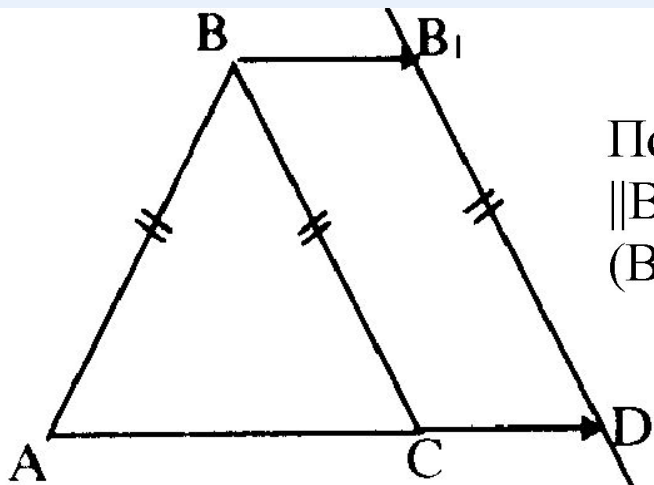
Ч.т.д.



№4 Даны равнобедренный треугольник ABC с основанием AC и точка D на прямой AC , такая, что точка C лежит на отрезке AD . Постройте отрезок B_1D , который получается из отрезка BC параллельным переносом на вектор CD .

$\triangle ABC$, $AB=BC$, $D \in AC$, $A-C-D$

а) построить: B_1D : $BC \rightarrow B_1D$ при переносе на CD

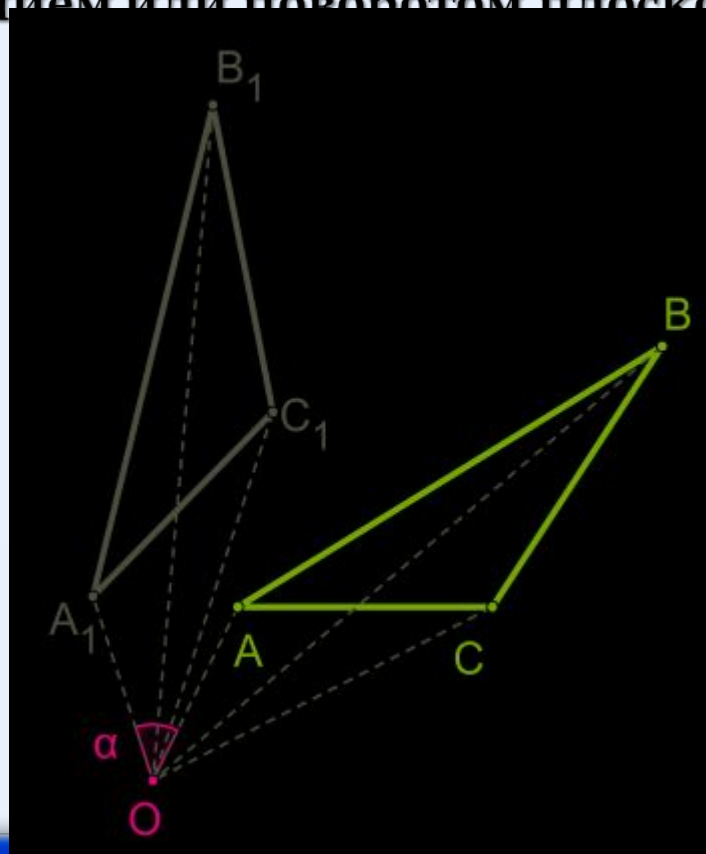


Построить прямую l , проходящую через т. D и $\parallel BC$; от D вверх отложить отрезок, равный CB ($B_1D=CB$); B_1D – искомый.



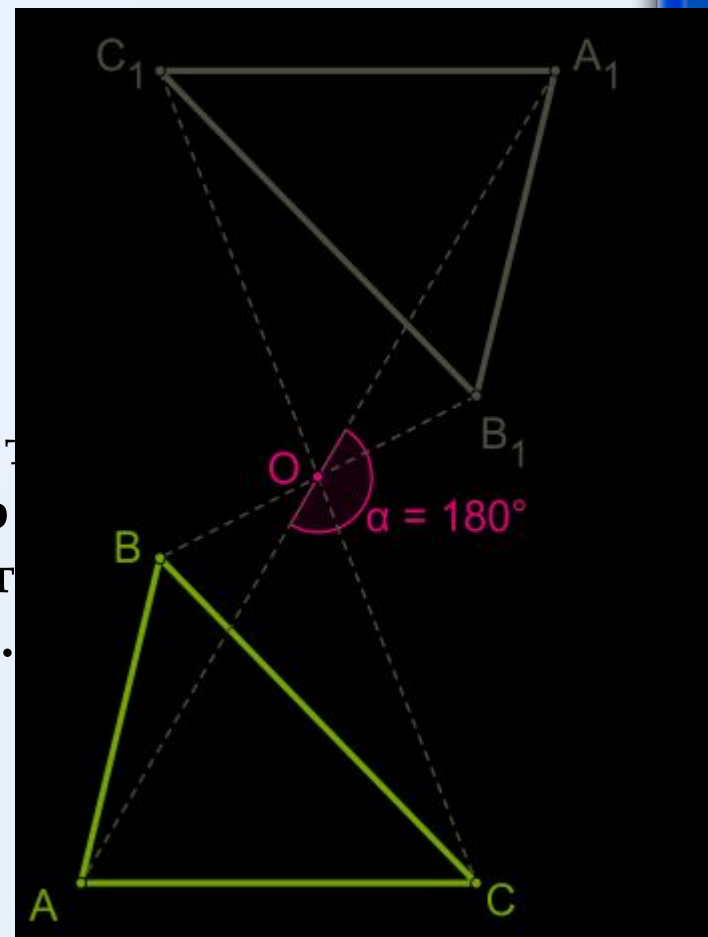
Поворот

- Преобразование, при котором каждая точка фигуры (тела) поворачивается на один и тот же угол α вокруг заданного центра O , называется вращением или поворотом плоскости



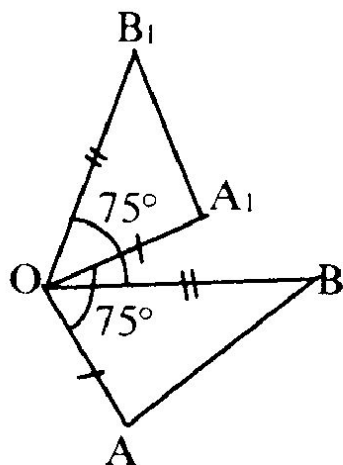
Точка O называется центром вращения, а угол α - углом вращения.

Если угол поворота равен 180 градусам, то фигура отображается как центрально симметричная данной, и этот поворот называется центральной симметрией.



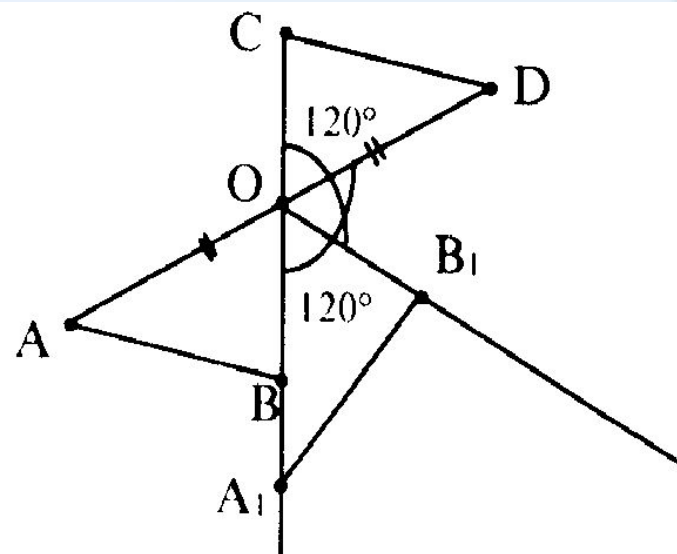
№5 Постройте отрезок A_1B_1 , который получается из данного отрезка AB поворотом вокруг данного центра O : а) на 75° против часовой стрелки; б) на 120° по часовой стрелке

а)

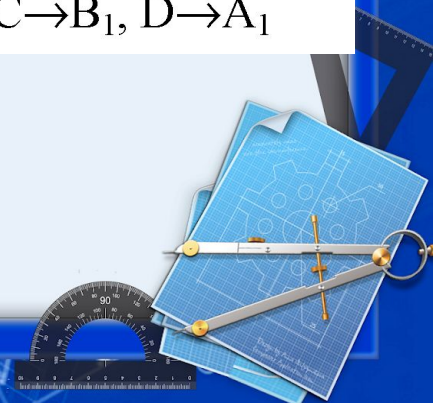


при повороте на 75° : $A \rightarrow A_1$,
 $B \rightarrow B_1$

б)



При центральной симметрии $A \rightarrow D$, $B \rightarrow C$, а затем при повороте на 120° $C \rightarrow B_1$, $D \rightarrow A_1$



Симметрия в живой природе

С симметрией мы повсюду встречаемся и в живой природе. Симметричны формы жука, червяка, гриба, листа, цветка и др.



Обратимся к растениям. Переходя от одного поколения данного растения к другому, будем наблюдать сохранение определенных свойств. Так из семечка вырастает новый подсолнух с таким же огромным соцветием-корзинкой, также исправно поворачивающимся к Солнцу.

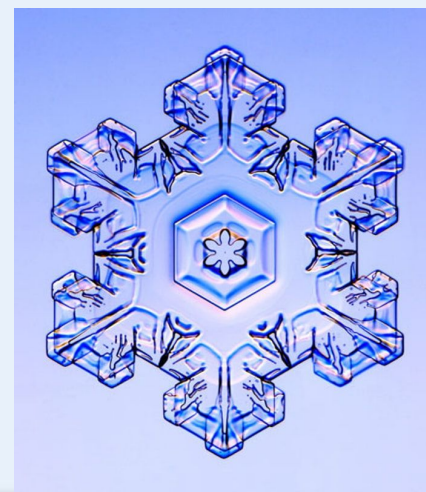
Это тоже есть симметрия.



Симметрия в неживой природе



Каждая снежинка – это маленький кристалл замерзшей воды. Форма снежинок может быть очень разнообразной, но все они обладают симметрией – поворотной симметрией и зеркальной симметрией. У природных снежинок всегда шесть осей симметрии.



**Однако симметрия существует
и там где её не видно на
первый взгляд.**

**Химик скажет, что все тела
состоят из атомов. А многие
атомы располагаются в
пространстве по принципу
симметрии.**

**Знаменитый кристаллограф
Евграф Степанович Фёдоров
сказал: «Кристаллы блещут
симметрией».**



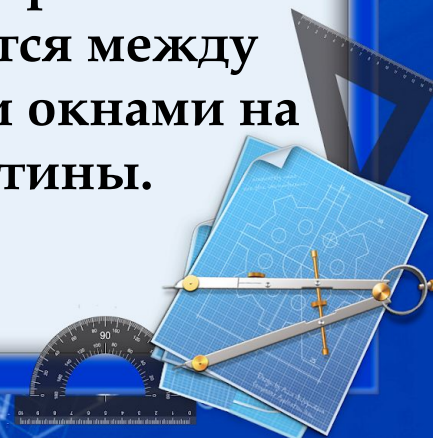
Симметрия в живописи



Леонардо да
Винчи

«Мадонна Лиза»

Фигуры мадонны и ребенка вписываются в правильный треугольник, который вследствие своей симметричности особенно ясно воспринимается глазом зрителя. Благодаря этому мать и ребенок сразу же оказываются в центре внимания, как бы выдвигаются на передний план. Голова мадонны совершенно точно, но в то же время естественно помещается между двумя симметричными окнами на заднем плане картины.



Свойство симметричности, присущее живой и неживой природе, человек использовал в своих достижениях: изобрел самолет, создал уникальные здания архитектуры. Да и сам человек является фигурой симметричной.

