

*Понятие
многогранника.■
Правильные
многогранники.■*

Цели урока:

- Ввести понятие многогранника*
- Дать понятие правильных многогранников (на основе определения многогранников).*
- Рассмотреть свойства правильных многогранников.*
- Познакомить с историческими фактами, связанными с теорией правильных многогранников.*
- Развивать познавательный интерес учащихся, учить их видеть связь между математикой и окружающей жизнью;*

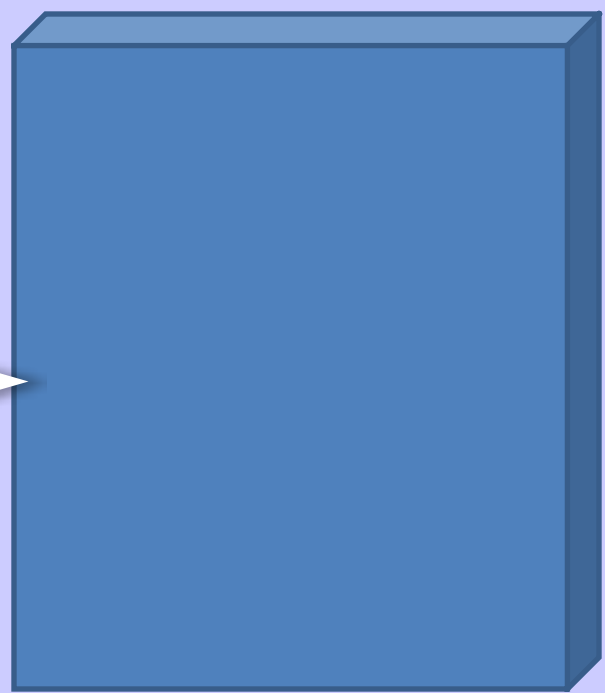


*Теория многогранников, в частности выпуклых
многогранников,
— одна из самых увлекательных глав геометрии.
Л. А. Люстерник*

Ч
е
н
н
о
е
с
о
в
с
е
х
с
т
о
р
о
н
п
л
о
с
к
и
м

в
с
е
х
с
т
о
р

Стороны граней
называются
ребрами
многогранника

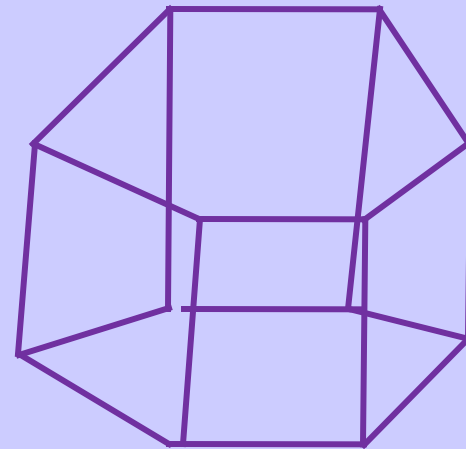
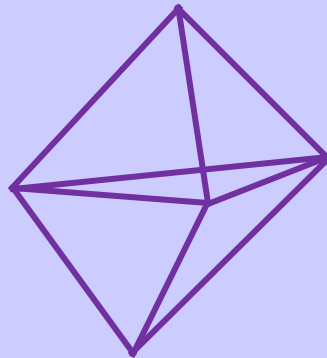
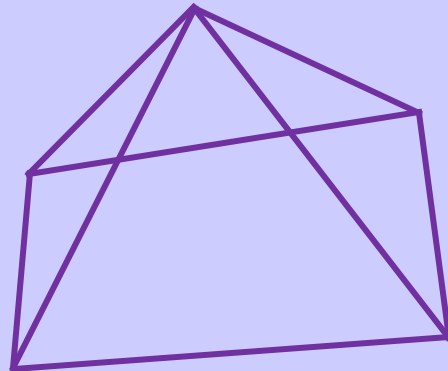
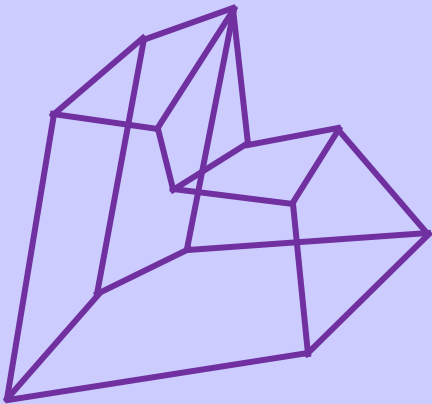
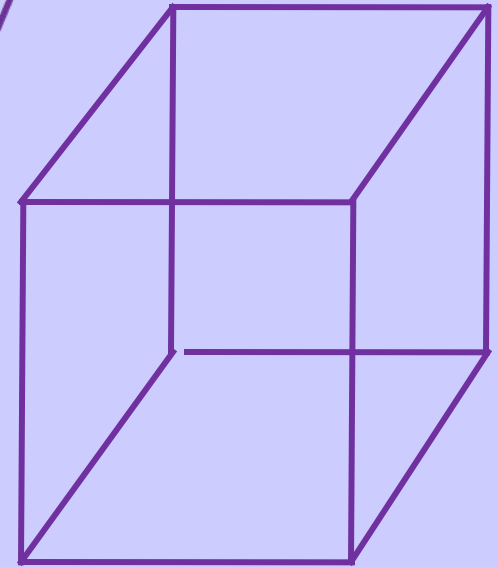
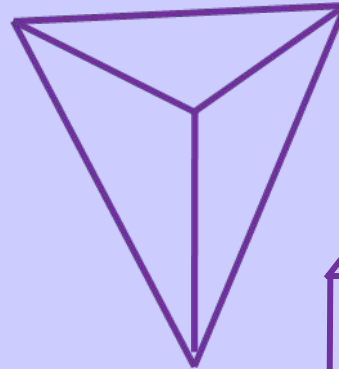


Концы
ребер -
вершинам

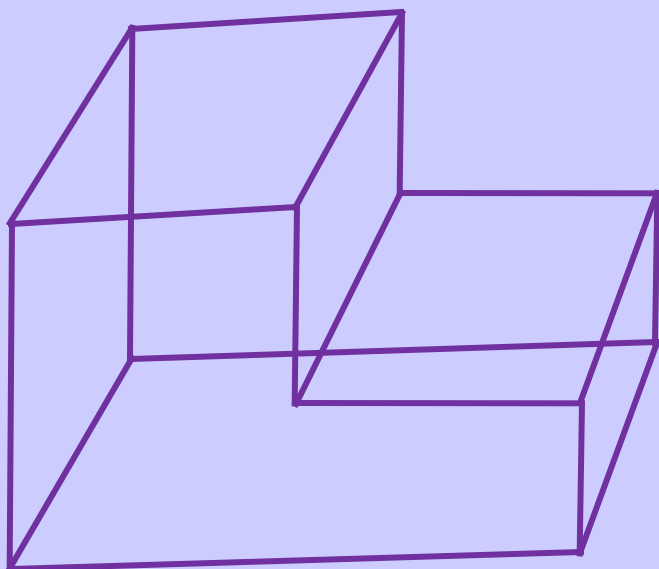
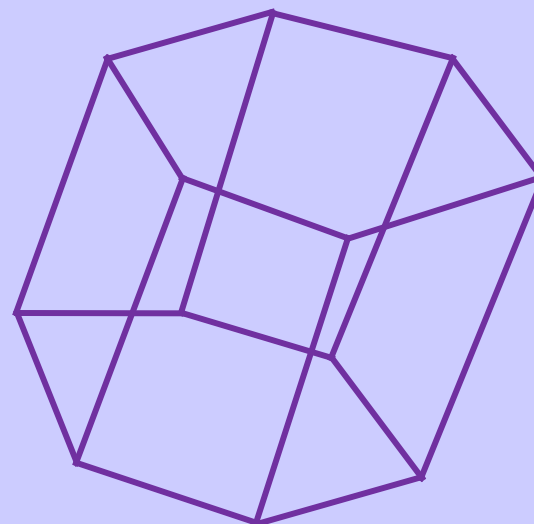
и

По числу граней
различают
четырехгранники,
пятигранники и т.

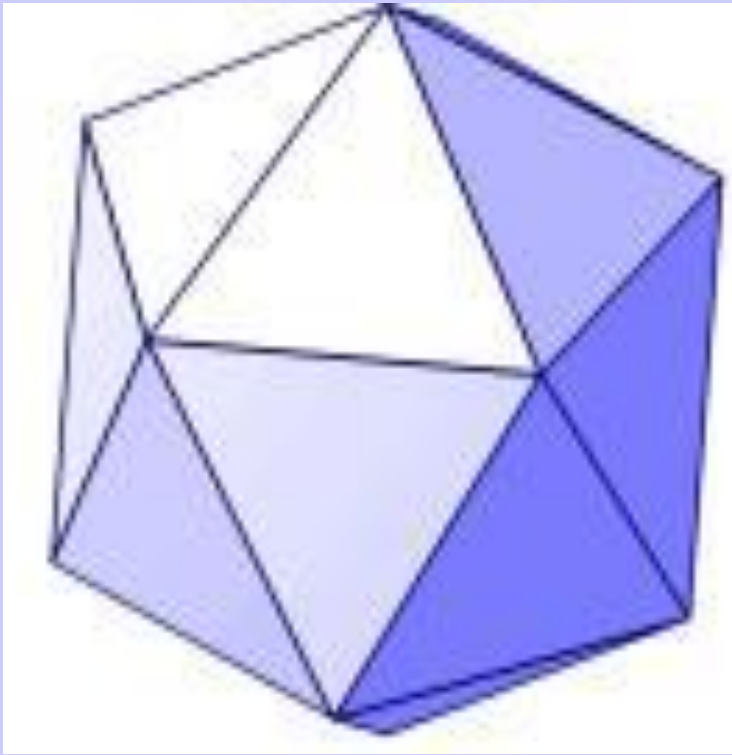
Д.



Многогранник
называется
выпуклым, если
он весь
расположен по
одну сторону от
плоскости каждой
из его граней.



Невыпуклый
многогранник



Правильным называется многогранник, у которого все грани являются правильными многоугольниками, и все многогранные углы при вершинах равны.

Приведён пример правильного многогранника (икосаэдр), его гранями являются правильные (равносторонние) треугольники.

В каждой вершине многогранника должно сходиться столько правильных n – угольников, чтобы сумма их углов была меньше 360° . Т.е должна выполняться формула $\beta k < 360^\circ$ (β -градусная мера угла многоугольника, являющегося гранью многогранника, k – число многоугольников, сходящихся в одной вершине многогранника.)

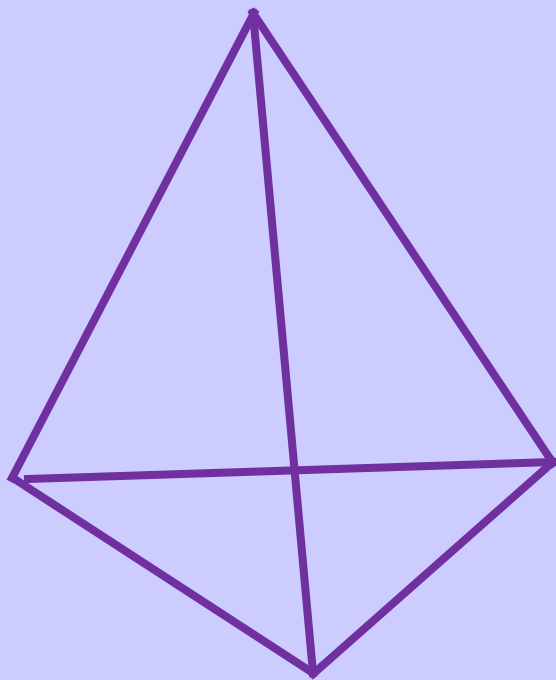
В любом выпуклом многограннике сумма числа граней и числа вершин больше числа ребер на **2**.

название	β	k	Сумма плоских углов
тетраэдр	60	3	180
октаэдр	60	4	240
икосаэдр	60	5	300
гексаэдр	90	3	270
додекаэдр	108	3	324

Вершин Ребер Граней

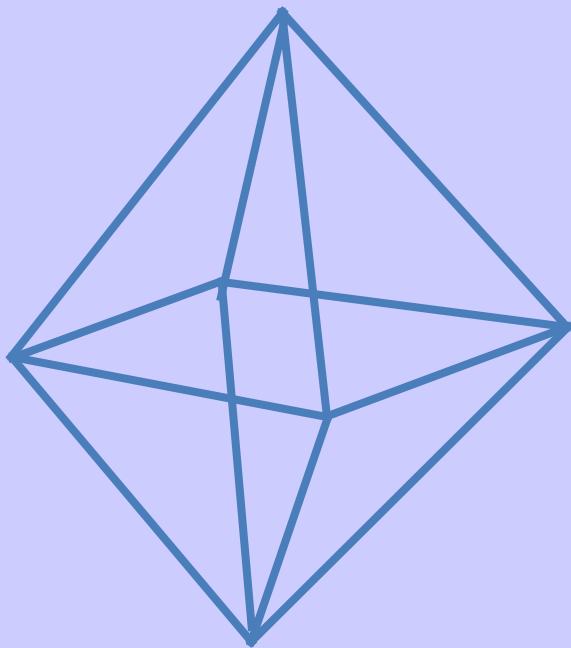
Тетраэдр

*Правильный многогранник, у которого грани правильные треугольники и в каждой вершине сходится по три ребра и по три грани. У тетраэдра: **4** грани, четыре вершины и **6** ребер.*



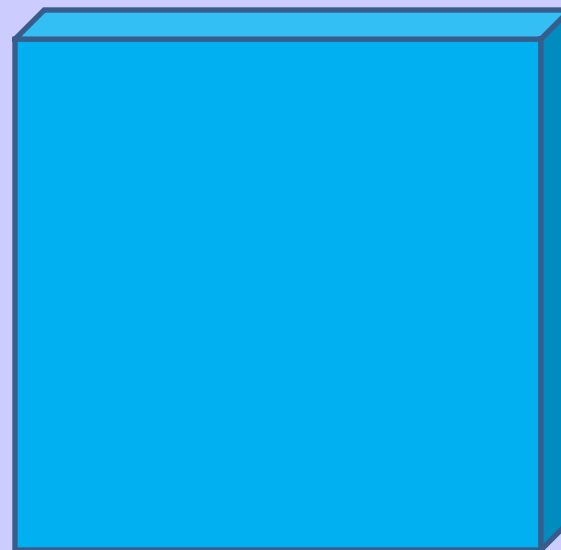
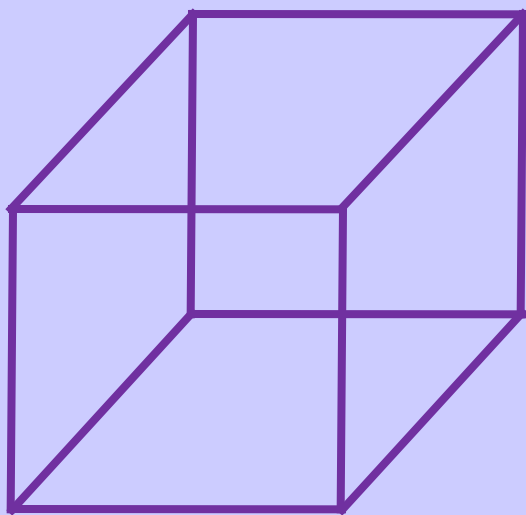
Октаэдр

Правильный многогранник, у которого грани- правильные треугольники и в каждой вершине сходится по четыре ребра и по четыре грани. У октаэдра: **8** граней, **6** вершин и **12** ребер



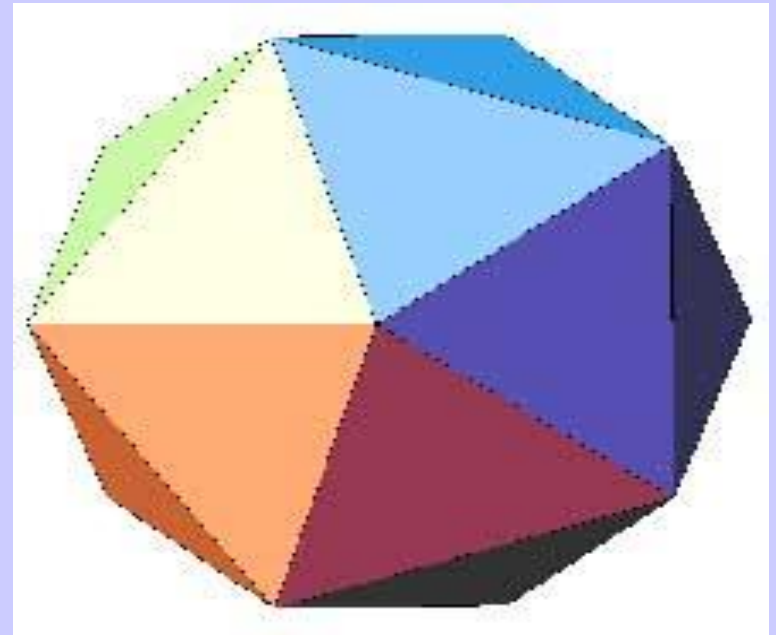
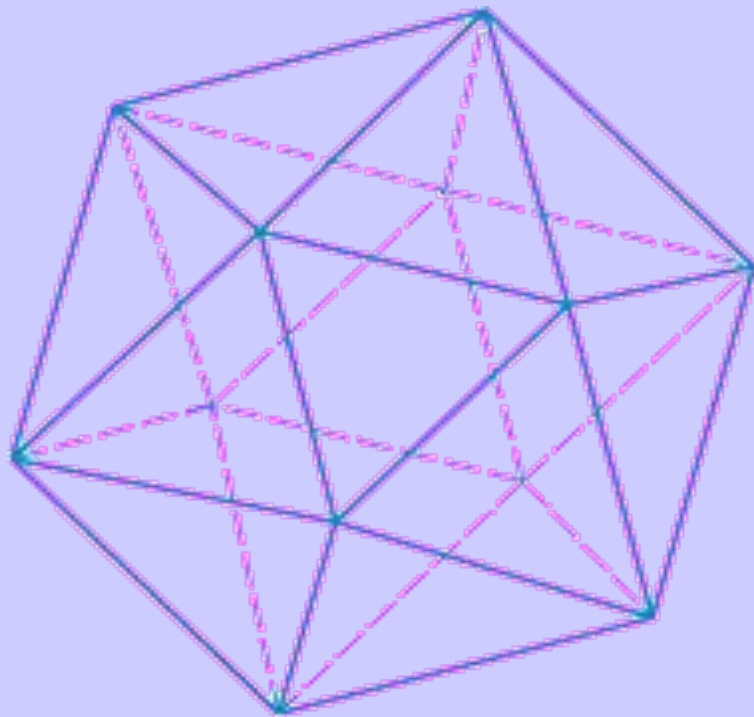
Куб (гескаэдр)

*Правильный многогранник, у которого грани – квадраты и в каждой вершине сходится по три ребра и три грани. У него: **6** граней, **8** вершин и **12** ребер.*



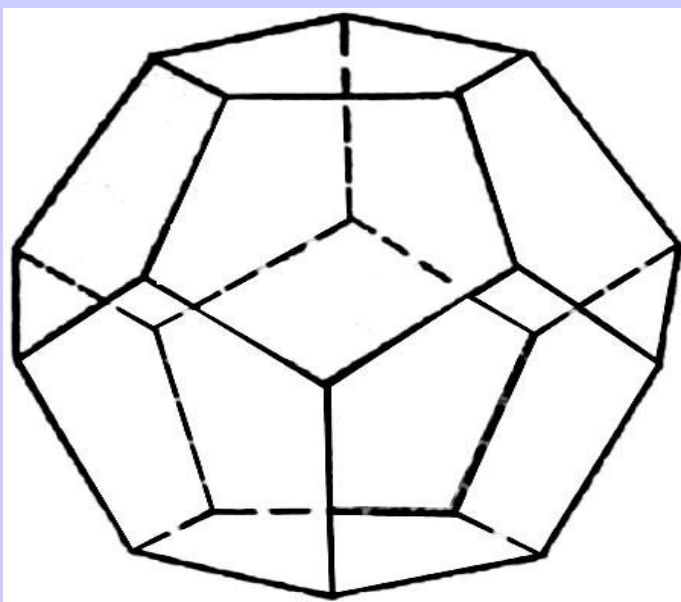
Икосаэдр

*Правильный многогранник, у которого грани – треугольники и в каждой вершине сходится по пять ребер и пять граней. У него: **12** граней, **12** вершин и **22** ребер.*



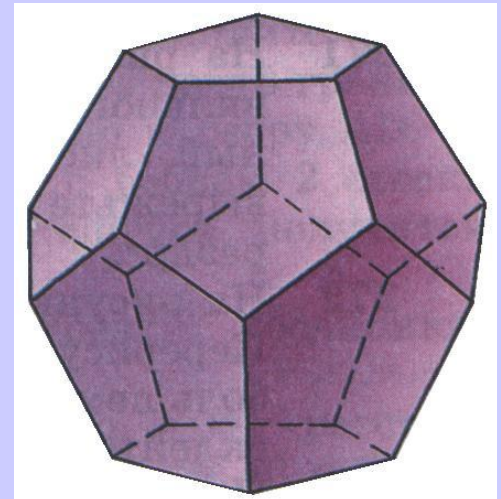
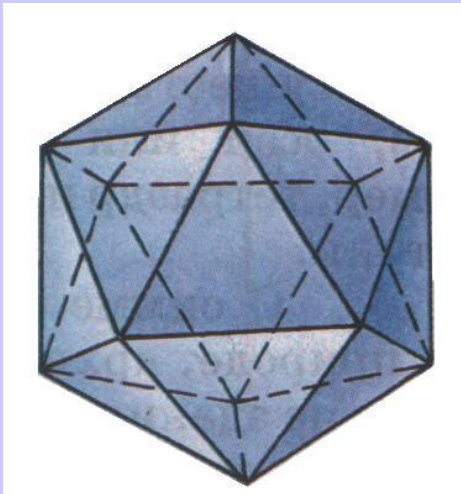
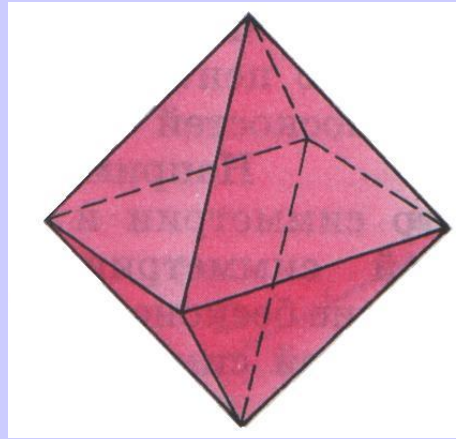
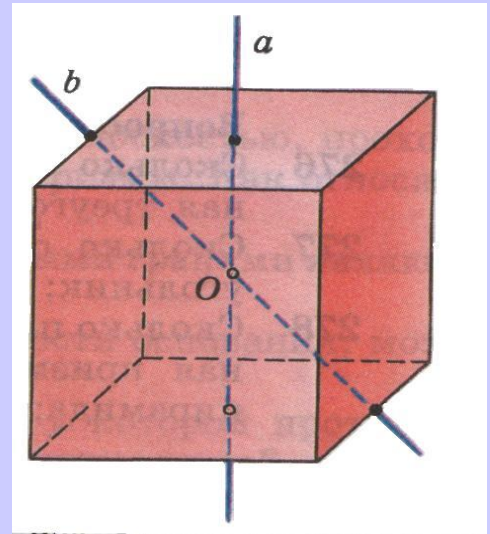
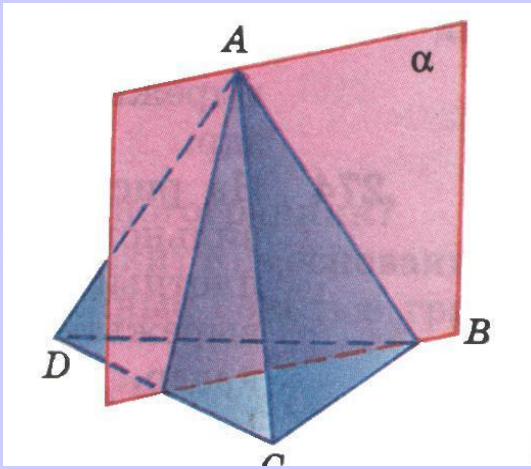
Додекаэдр

*Правильный многогранник, у которого грани правильные пятиугольники и в каждой вершине сходится по три ребра и три грани. У додекаэдра: **12** граней, **20** вершин и **30** ребер.*



Элементы симметрии правильных многогранников

	тетраэдр	октаэдр	икосаэдр	гексаэдр	додекаэдр
Центры симметрии	-	1	1	1	1
Оси симметрии	3	9	15	9	15
Плоскости симметрии	6	9	15	9	15



Немного истории

Все типы правильных многогранников были известны в Древней Греции – именно им посвящена завершающая, **XIII** книга «Начал» Евклида.



Правильные многогранники называют также «платоновыми телами» - они занимали видное место в идеалистической картине мира древнегреческого философа Платона.



Додекаэдр символизировал всё мироздание, почитался главнейшим. Уже по латыни в средние века его стали называть «пятая сущность» или **quinta essentia**, «квинта эссенция», отсюда происходит вполне современное слово «квинтэссенция», означающее всё самое главное, основное, истинную сущность чего-либо.



Олицетворение многогранников



ОГОНЬ



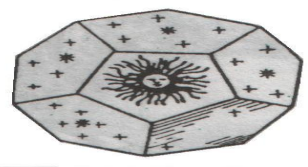
ЗЕМЛЯ



Воздух



Вода



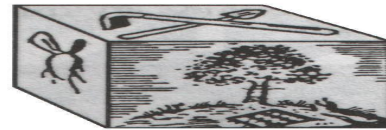
Вселенная

Рис. 1.65

матика вокруг нас 49



ОГОНЬ



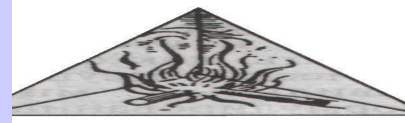
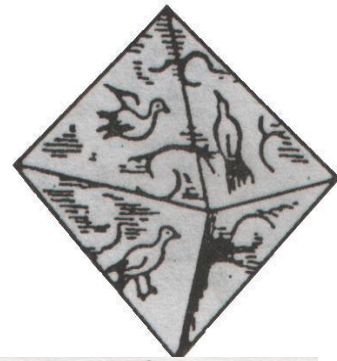
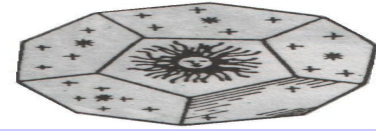
ЗЕМЛЯ



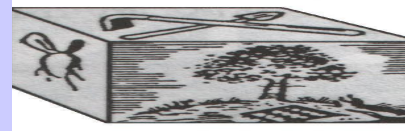
Воздух



Вода



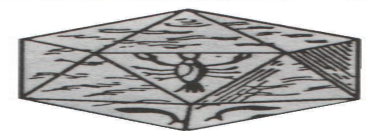
ОГОНЬ



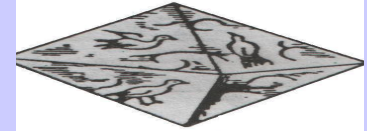
ЗЕМЛЯ



Воздух



ЗЕМЛЯ



Воздух



Вода

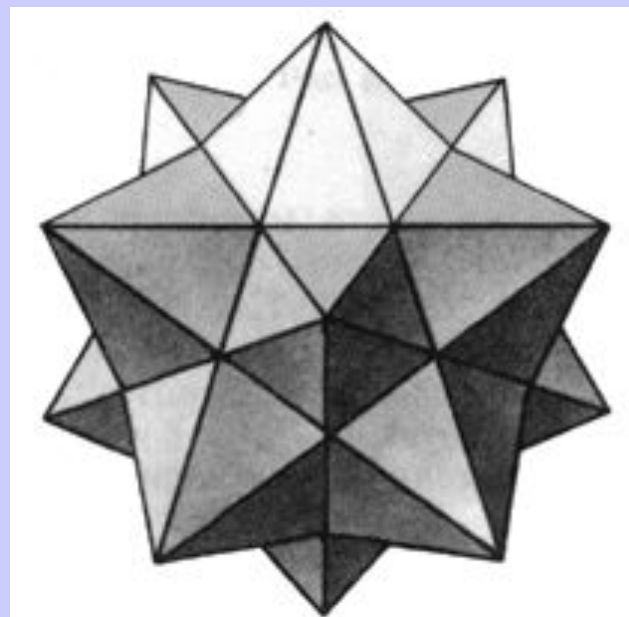
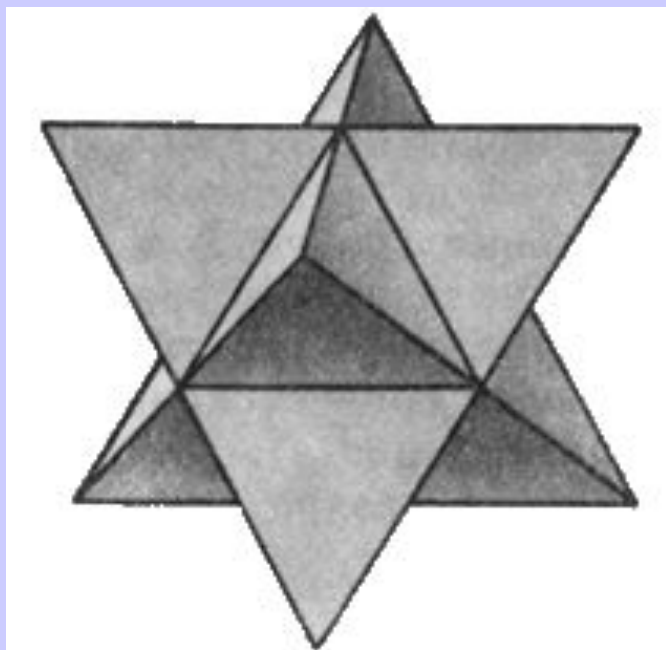


Вселенная

рис. 1.65

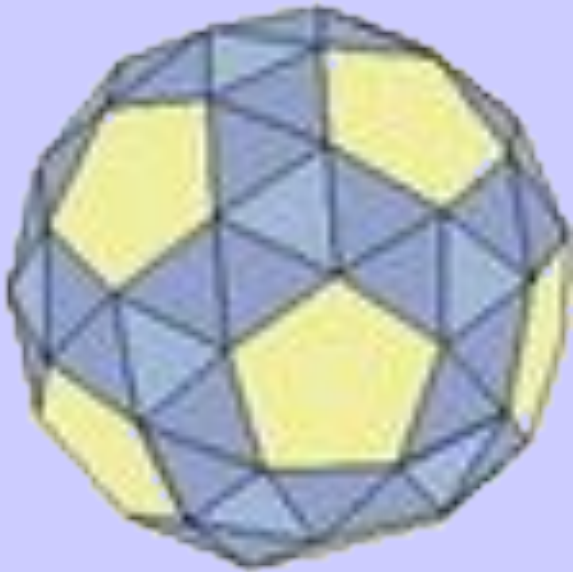
матика вокруг нас 4

Звездчатые правильные многогранники





Существует семейство тел, родственных платоновым - это полуправильные выпуклые многогранники, или Архимедовы тела. У них все многогранные углы равны, все грани - правильные многоугольники, но нескольких различных типов.





Если наблюдать и рассматривать многогранные формы, то можно не только почувствовать их красоту, но и обнаружить некоторые закономерности, возможно, имеющие прикладное значение.

Некоторые из правильных и полуправильных тел встречаются в природе в виде кристаллов, другие — в виде вирусов, простейших микроорганизмов.

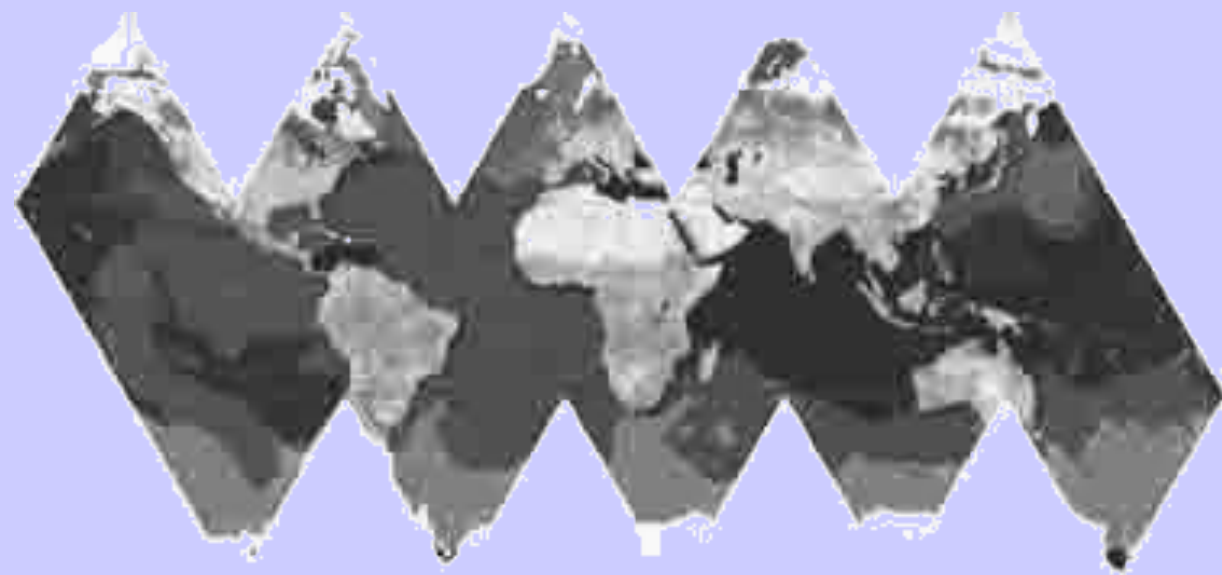
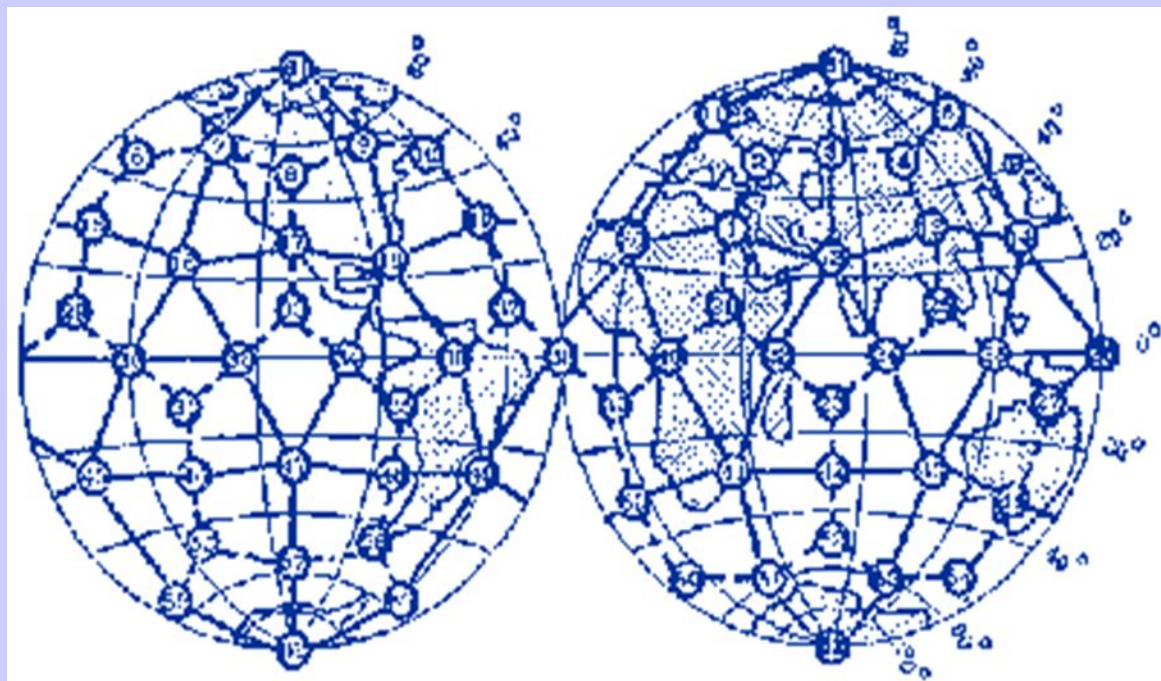


Кристаллы — тела, имеющие многогранную форму. Вот один из примеров таких тел: кристалл пирита (сернистый колчедан **FeS**) — природная модель додекаэдра. **Пирит** (от греч. “пир” — огонь) — сернистое железо или серный колчедан, наиболее распространенный минерал из группы сульфидов. Размеры кристаллов пирита часто достигают нескольких сантиметров и являются хорошим коллекционным материалом. От других подобных ему минералов отличается твердостью: царапает стекло.

Замечено, что наша матушка-Земля последовательно проходит эволюцию правильных объемных фигур. Существует много данных о сравнении структур и процессов Земли с вышеуказанными фигурами. Полагают, что четырем геологическим эрам Земли соответствуют четыре силовых каркаса правильных Платоновских тел: Протозою - тетраэдр (четыре плиты), Палеозою - гексаэдр (шесть плит) , Мезозою - октаэдр (восемь плит) , Кайнозою - додекаэдр (двенадцать плит).

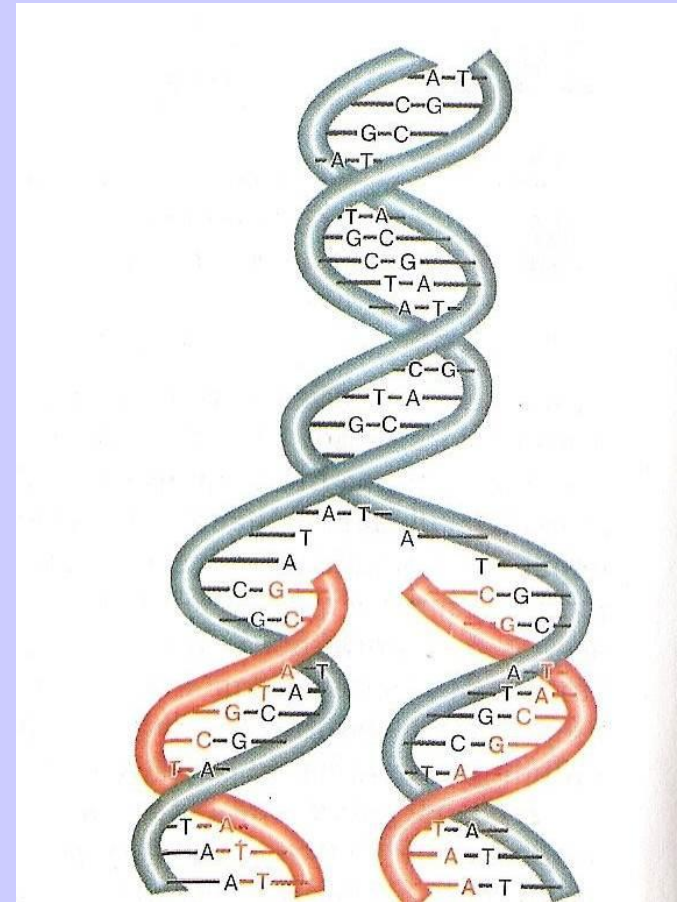
Существует гипотеза, по которой ядро Земли имеет форму и свойства растущего кристалла, оказывающего воздействие на развитие всех природных процессов, идущих на планете. «Лучи» этого кристалла, а точнее его силовое поле, обуславливают икосаэдро-додекаэдрическую структуру Земли, проявляющуюся в том, что в земной коре как бы проступают проекции вписанных в земной шар правильных многогранников: икосаэдра и додекаэдра. **62** их вершины и середины ребер, называемые узлами, оказывается, обладают рядом специфических свойств, позволяющих объяснить многие непонятные явления.

Если нанести на глобус очаги наиболее крупных и примечательных культур и цивилизаций Древнего мира, можно заметить закономерность в их расположении относительно географических полюсов и экватора планеты. Многие залежи полезных ископаемых тянутся вдоль икосаэдрово-додикаэдровой сетки. Еще более удивительные вещи происходят в местах пересечения этих ребер: тут располагаются очаги древнейших культур и цивилизаций: Перу, Северная Монголия, Гаити, Обская культура и другие. В этих точках наблюдаются максимумы и минимумы атмосферного давления, гигантские завихрения Мирового океана, здесь шотландское озеро Лох-Несс, Бермудский треугольник. Дальнейшие исследования Земли, возможно, определят отношение к этой красивой научной гипотезе, в которой, как видно, правильные многогранники занимают важное место.



Додекаэдрическая структура, по мнению Д. Винтера (американского математика), присуща не только энергетическому каркасу Земли, но и строению живого вещества.

В процессе деления яйцеклетки сначала образуется тетраэдр из четырех клеток, затем октаэдр, куб и, наконец, додекаэдрикоэдрическая структура гастрюлы. И наконец, самое, пожалуй, главное – структура ДНК генетического кода жизни – представляет собой четырехмерную развертку (по оси времени) вращающегося додекаэдра! Таким образом, оказывается, что вся Вселенная – от Метагалактики и до живой клетки – построена по одному принципу – бесконечно вписываемых друг в друга додекаэдра и икосаэдра, находящихся между собой в пропорции золотого сечения!



Впрочем, многогранники - отнюдь не только объект научных исследований. Их формы - завершенные и причудливые, широко используются в декоративном искусстве.



Надгробный памятник в кафедральном соборе Солсбери



Титульный лист книги Ж. Кузена «Книга о перспективе»

Ярчайшим примером художественного изображения многогранников в **XX** веке являются, конечно, графические фантазии Маурица Корнилиса Эшера (**1898-1972**), голландского художника, родившегося в Леувардене.



Мауриц Эшер в своих рисунках как бы открыл и интуитивно проиллюстрировал законы сочетания элементов симметрии, т.е. те законы, которые властвуют над кристаллами, определяя и их внешнюю форму, и их атомную структуру, и их физические свойства.

Математик, так же как и художник или поэт, создает узоры, и если его узоры более устойчивы, то лишь потому, что они составлены из идей.

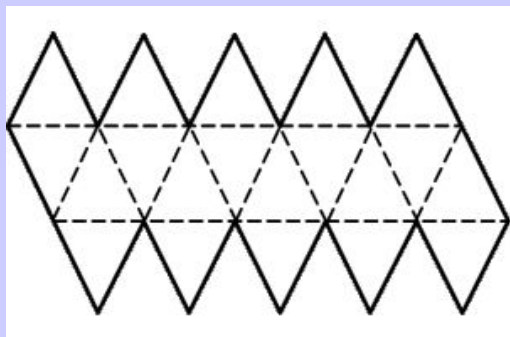
Тест «Выбери правильный правильный многогранник»

1. Многогранник, составленный из четырех правильных многоугольников:
А) Тетраэдр В) Куб С) Октаэдр D) Икосаэдр E) Додекаэдр
2. Многогранник, составленный из пятиугольников:
А) Тетраэдр В) Куб С) Октаэдр D) Икосаэдр E) Додекаэдр
3. Многогранник, составленный из восьми треугольников:
А) Тетраэдр В) Куб С) Октаэдр D) Икосаэдр E) Додекаэдр
4. Многогранник, каждая вершина которого является вершиной пяти треугольников:
А) Тетраэдр В) Куб С) Октаэдр D) Икосаэдр E) Додекаэдр
5. Многогранник, каждая вершина которого является вершиной трех квадратов:
А) Тетраэдр В) Куб С) Октаэдр D) Икосаэдр E) Додекаэдр
6. Многогранник с восьмью гранями:
А) Тетраэдр В) Куб С) Октаэдр D) Икосаэдр E) Додекаэдр
7. Многогранник, с четырьмя гранями:
А) Тетраэдр В) Куб С) Октаэдр D) Икосаэдр E) Додекаэдр

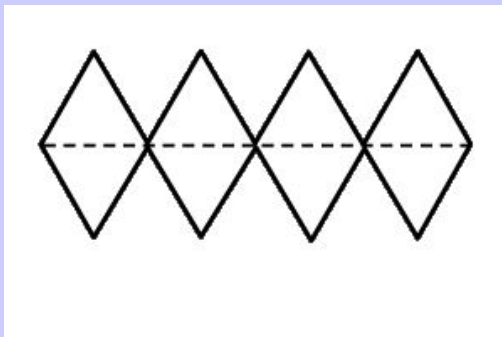
8. Многогранник, с шестью вершинами:
A) Тетраэдр B) Куб C) Октаэдр D) Икосаэдр E) Додекаэдр
9. Многогранник, у которого 30 ребер:
A) Тетраэдр B) Куб C) Октаэдр D) Икосаэдр E) Додекаэдр
10. Многогранник, у которого 8 вершин:
A) Тетраэдр B) Куб C) Октаэдр D) Икосаэдр E) Додекаэдр
11. Многогранник, не имеющий центра симметрии:
A) Тетраэдр B) Куб C) Октаэдр D) Икосаэдр E) Додекаэдр
12. Многогранник, имеющий 9 осей и плоскостей симметрии:
A) Тетраэдр B) Куб C) Октаэдр D) Икосаэдр E) Додекаэдр
13. Многогранник, имеющий 15 осей и плоскостей симметрии:
A) Тетраэдр B) Куб C) Октаэдр D) Икосаэдр E) Додекаэдр
14. Многогранник, у которого 3 оси симметрии:
A) Тетраэдр B) Куб C) Октаэдр D) Икосаэдр E) Додекаэдр
15. Многогранник, имеющий 6 плоскостей симметрии:
A) Тетраэдр B) Куб C) Октаэдр D) Икосаэдр E) Додекаэдр

Тест «Узнай фигуру»

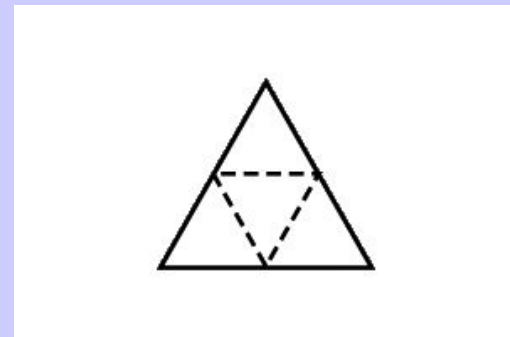
1



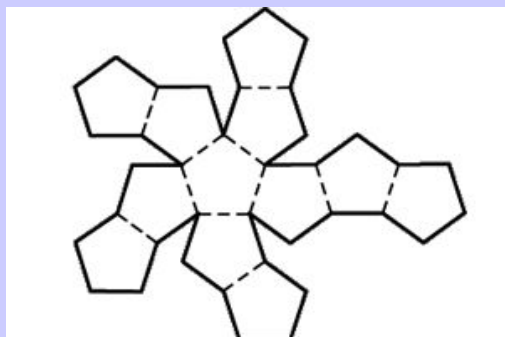
2



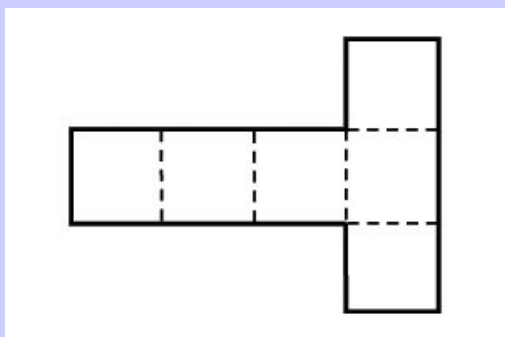
3



4



5



1.Тетраэдр

2.Куб

3.Октаэдр

4.Икосаэдр

5.Додекаэдр