1. Многомерный регрессионный анализ

Основные задачи регрессионного анализа:

а) подбираем класс функций для анализа;

б) производим отбор наиболее информативных переменных;

в) вычисляем оценки значений параметров модели;

г) анализируем точность уравнения связи и его параметров;

д) анализируем степень пригодности уравнения для целей прогноза.

1. Многомерный регрессионный анализ

Некоторые виды классификации:

-по виду

линейные

нелинейные

-по составу правой части

однофакторные (одномерные)

многофакторные (многомерные)

-по составу левой части

однооткликовые

многооткликовые

$$y \text{ - } x \rightarrow y = f(x)$$

$$y \text{ - } X\,(y \text{ - } (x_1, x_2, \ldots, x_n)) \rightarrow y = f(X)$$

$$Y \text{ - } X\,((y_1, y_2, \ldots, y_k) \text{ - } (x_1, x_2, \ldots, x_n)) \rightarrow Y = f(X)$$

1. Многомерный регрессионный анализ

Основные виды моделей многомерного линейного регрессионного анализа:

а) многофакторная модель с одномерным откликом (1-отклик)

$$\hat{y} = y + v = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_{n-1} x_{n-1} + a_n \rightarrow y = X \cdot k$$

Здесь 1 ряд y (отклик) моделируется n-1 рядами x_i (факторы) в линейной форме, v – вектор (ряд)

б) многофакторная модель с многомерным откликом (k-отклик)

$$\hat{Y} = Y + V = \begin{bmatrix} \hat{y}_1 & \cdots & y_k \end{bmatrix} = M \cdot X = M \cdot \begin{bmatrix} x_1 & \cdots & x_n \end{bmatrix}$$

Здесь $\hat{Y}$ - матрица из k моделируемых рядов (откликов), M – некоторая матрица коэффициентов преобразования, V – матрица.

1. Многомерный регрессионный анализ

Основные методы решения задачи многомерного линейного регрессионного анализа с 1-откликом:

-Метод наименьших квадратов

-Решение на основе характеристик условного многомерного закона распределения (байесовский метод, обобщенный метод средних).

- другие, например, прокрустов алгоритм, метод полных наименьших квадратов, на основе сингулярного разложения и др.

Оценка точности стандартная: модель-коэффициенты (с некоторыми нюансами)

1. Многомерный регрессионный анализ

Основные методы решения задачи многомерного линейного регрессионного анализа с n-откликом:

- Метод наименьших квадратов с растяжением
- матричный Метод наименьших квадратов для многомерного отклика
-Решение на основе характеристик условного многомерного закона распределения (байесовский метод, обобщенный метод средних).

Оценка точности стандартная: модель-коэффициенты (с некоторыми нюансами)

1. Многомерный регрессионный анализ

Общая схема решений для 1-отклика:

1. Решение по МНК. На основе модели вида

$$\hat{y} = y + v = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_{n-1} x_{n-1} + a_n$$

Строится целевая функция [v^2], которая минимизируется обычным способом с получением системы нормальных уравнений, которая разрешается относительно искомых коэффициентов – обычная схема МНК без нюансов.

Оценка точности стандартная без нюансов.

1. Многомерный регрессионный анализ

2. Решение на основе характеристик условного многомерного закона распределения (байесовский метод, обобщенный метод средних):

- строится выборочная ковариационная матрица для всего процесса, (моделируемый ряд последний или первый).

-из полученной матрицы на основе теоремы о характеристиках условного многомерного нормального закона распределения получают условное математическое ожидание и условную дисперсию.

- из характеристик получают коэффициенты модели и выполняется оценка точности.

Частный случай когда отклик – 1 вектор, факторы – матрица.

1. Многомерный регрессионный анализ

Общая схема решений для n-отклика:

1. Матричный метод наименьших квадратов для n- отклика:

Модель регрессии вида

$$\overset{?}{Y} = Y + V = M \cdot X$$

где Y, V и X – матрицы, решают под несколько модифицированным условием МНК, получая в результате матрицу преобразования М.

Оценка точности стандартная с нюансами.

1. Многомерный регрессионный анализ

2. Метод наименьших квадратов для n- отклика в виде растяжения:

Модель регрессии вида

$$\hat{Y} = Y + V = M \cdot X$$

где Y, V и X – матрицы, переписывают в векторном виде, растягивая матрицы в вектора по столбцам. Далее решают под обычным условием МНК, получая в результате вектор коэффициентов преобразования k, который может быть опять свернут в матрицу преобразования M.

Оценка точности стандартная без нюансов.

1. Многомерный регрессионный анализ

3. Решение на основе характеристик условного многомерного закона распределения (байесовский метод, обобщенный метод средних):

Для модели вида

$$\hat{Y} = Y + V = M \cdot X$$

Строится выборочная ковариационная матрица для всего процесса, причем моделируемые ряды последние (можно первые).

Из полученной матрицы на основе теоремы о характеристиках условного многомерного нормального закона распределения (для условного математического ожидания и условной дисперсии) получают коэффициенты модели и выполняется оценка точности.

1. Многомерный регрессионный анализ

Возможность вычисления по многомерной регрессии с 1-откликом ряда корреляционных характеристик:

-множественный коэффициент корреляции

- парный коэффициент корреляции.

Основа вычислений:

-теорема о характеристиках многомерного условного закона распределения

- использование вида парного коэффициента корреляции для преобразованных данных.

Отсюда следуют практически все известные способы для вычисления коэффициентов, перечисленные выше.