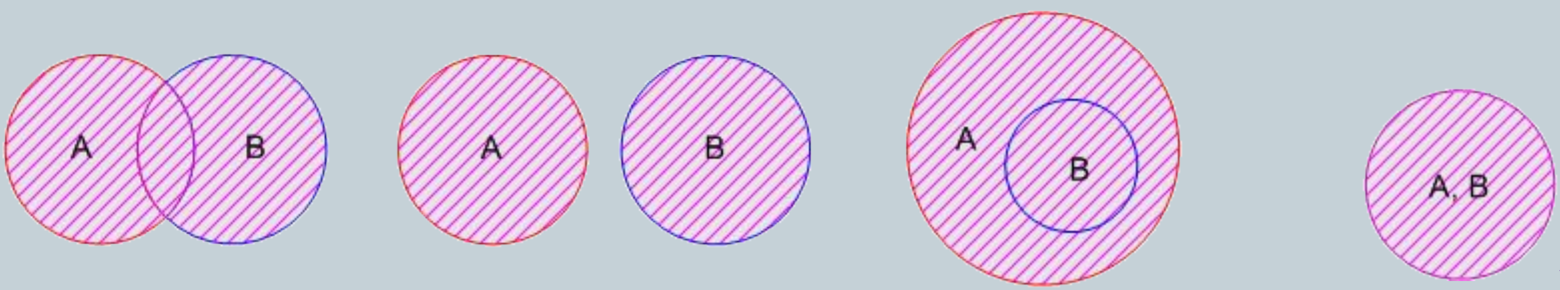
Множества.

- **Объединением (суммой)** множеств A и B называется множество **A ∪ B**, элементы которого принадлежат хотя бы одному из этих множеств.
  Например, если A={1,2,4}, B={3,4,5,6},
  то **A ∪ B** = {1,2,3,4,5,6}



B⊂A

A⊂B

B⊂A

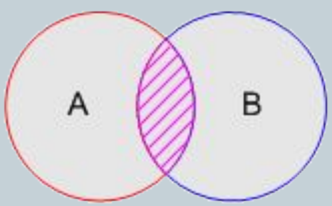
Множества.

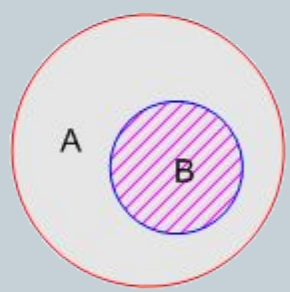
- **Пересечением(произведением)** множеств А и В называется множество

A ∩ B, элементы которого принадлежат как множеству А, так и множеству В.

__Например__, если А={1,2,4}, В={3,4,5,2},

то **A ∩ B** = {2,4}





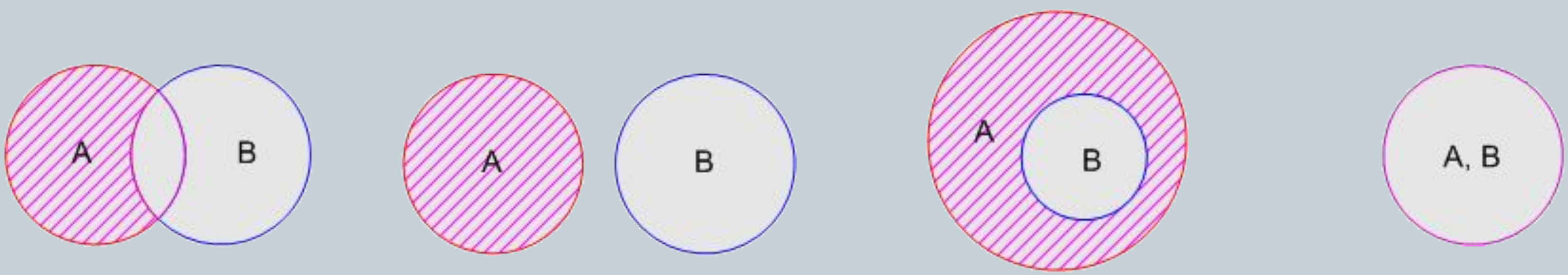
$B \subset A$

$B \subset A$

$A \subset B$

Множества.

- **Разностью** множеств A и B называется множество **A\B**, элементы которого принадлежат множеству A, но не принадлежат множеству B. *Например*, если A={1,2,3,4}, B={3,4,5}, то **A\B** = {1,2}



Комбинаторика

Слово «**комбинаторика**» от латинского **combinare** - «соединять , сочетать»

Комбинаторика – это раздел математики, в котором изучаются вопросы **выбора** или **расположения** элементов множества в **соответствии с заданными правилами.**

Комбинаторика рассматривает **<u>конечные</u>** множества.

Дерево возможных вариантов.

У мамы 2 яблока и 3 груши. Каждый день в течение 5 дней подряд она выдает по одному фрукту. Сколькими способами это может быть сделано?

Простейшие комбинации

Перестановки	Размещения	Сочетания
n элементов **n** клеток	**n** элементов **k** клеток	**n** элементов **k** клеток
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	Порядок не имеет значения
$P_n = n!$	$A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$	$C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

Задача: *У Минотавра в лабиринте томятся 25 пленников.*

а)Сколькими способами он может выбрать себе трёх из них на завтрак, обед и ужин?

б)Сколько существует способов, чтобы отпустить трёх пленников на свободу?

Решение:

А) Порядок важен.

$$A_{25}^{3} = 25 \cdot 24 \cdot 23 = 13800$$

Б) Порядок не важен

$$C_{25}^{3} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 2300$$

КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ

- ***Правило суммы:*** **Если объект А выбран - m способами, а объект В – n способами, то выбор «либо А, либо В» - m+n способами.**
- ***Правило произведения:*** **Если объект А выбран m способами, а после каждого из таких выборов объект В выбран n – способами, то выбор «А и В» в указанном порядке m*n**

Пример ❶

Из вазы с цветами, в которой стоят 10 красных роз и 5 белых , выбирают 2 красные розы и 1 белую. Сколькими способами можно сделать такой выбор букета?

Решение C_{10}^{2} **- выбор двух красных роз из 10**

C_{5}^{1} **- выбор белой розы из 5**

$$C_{10}^{2} \cdot C_{5}^{1} = 45 \cdot 5 = \mathbf{225}$$

Пример ❷

В вазе стоят 10 белых роз и 5 красных. Сколькими способами из вазы можно выбрать букет из трех цветов, в котором будет не менее двух белых роз?

Решение C_{10}^{2} **- выбор двух белых роз из 10**

C_{5}^{1} **- выбор красной розы из 5**

C_{10}^{3} **- выбор трех белых роз из 10**

$$C_{10}^{2}\cdot C_{5}^{1}+C_{10}^{3}=45\cdot 5+120=\mathbf{345}$$

Пример ❸

В вазе стоят 10 белых роз и 5 красных. Сколькими способами из вазы можно выбрать букет из трех цветов, в котором была бы хотя бы одна белая роза?

Решение

$$C_{10}^{1} \cdot C_{5}^{2} + C_{10}^{2} \cdot C_{5}^{1} + C_{10}^{3} =$$

$$= 10 \cdot 10 + 45 \cdot 5 + 120 = \mathbf{445}$$

№ 1

Предприятие может предоставить работу по одной специальности **4 женщинам**, по другой - **6 мужчинам**, по третьей - **3** работникам независимо **от пола**. Сколькими способами можно заполнить вакантные места, если имеются **14** претендентов: **6 женщин** и **8 мужчин**?

$$C_6^4 \cdot C_8^6 \cdot (C_2^1 + C_2^1)$$

№ 2

Студенческая группа состоит из **23** человек, среди которых **10 юношей** и **13 девушек**. Сколькими способами можно выбрать **2-х** человек **одного пола**?

$$C_{10}^{2} + C_{13}^{2} = 45 + 75 = 120$$

№ 3

Сколько человек участвовало в шахматном турнире, если известно, что каждый участник сыграл с каждым из остальных по одной партии, и всего было сыграно **136** партий?

$$C_n^2 = 136$$