



\* СРС

**Тема: «Множественные сравнения.  
Сравнение двух групп: критерий  
Стьюдента»**

Кафедра: Общественного здравоохранения;  
Дисциплина: Биостатистика;  
Проверила: Базарбек Женисбек Базарбекулы;  
Выполнила: Булатова Екатерина; группа 201  
СТОМ.

«Семей-2017»

## \* План:

1. Множественные сравнения;
2. t-критерий Стьюдента;
3. История;
4. Применение t-критерия Стьюдента
5. Примеры;
6. Список использованной литературы.

# \* Множественные сравнения

## \* Методы множественного сравнения

- \* Множественные сравнения возникают, когда необходимо на одной и той же выборке параллельно проверить ряд статистических гипотез.
- \* Например, критерий Стьюдента может быть использован для проверки гипотезы о различии средних только для двух групп. Если план исследования большего числа групп, совершенно недопустимо просто сравнивать их попарно. Для корректного решения этой задачи можно воспользоваться, например, дисперсионным анализом.
- \* Однако дисперсионный анализ позволяет проверить лишь гипотезу о равенстве всех сравниваемых средних. Но, если гипотеза не подтверждается, нельзя узнать, какая именно группа отличалась от других. Это позволяют сделать **методы множественного сравнения**, которые в свою очередь также бывают параметрические и непараметрические.
- \* Эти методы дают возможность провести множественные сравнения так, чтобы вероятность хотя бы одного неверного заключения оставалась на первоначальном выбранном уровне значимости, например, 5%.

# \* t-критерий Стьюдента

- \* общее название для класса методов статистической проверки гипотез
- \* (статистических критериев), основанных на распределении Стьюдента. Наиболее частые случаи применения t-критерия связаны с проверкой равенства средних значений в двух выборках.
- \* t-статистика строится обычно по следующему общему принципу: в числителе случайная величина с нулевым математическим ожиданием (при выполнении нулевой гипотезы), а в знаменателе — выборочное стандартное отклонение этой случайной величины, получаемое как квадратный корень из несмещенной оценки дисперсии.

# \* КРИТЕРИЙ СТЬЮДЕНТА

- Критерий Стьюдента применяется, если нужно сравнить **только две группы количественных признаков с нормальным распределением** (частный случай дисперсионного анализа).
- **Примечание:** этим критерием *нельзя пользоваться*, сравнивая попарно несколько групп, в этом случае необходимо применять дисперсионный анализ.

**Ошибочное использование** критерия Стьюдента увеличивает вероятность «выявить» несуществующие различия. Например, вместо того, чтобы признать несколько методов лечения равно эффективными (или неэффективными), один из них объявляют лучшим.

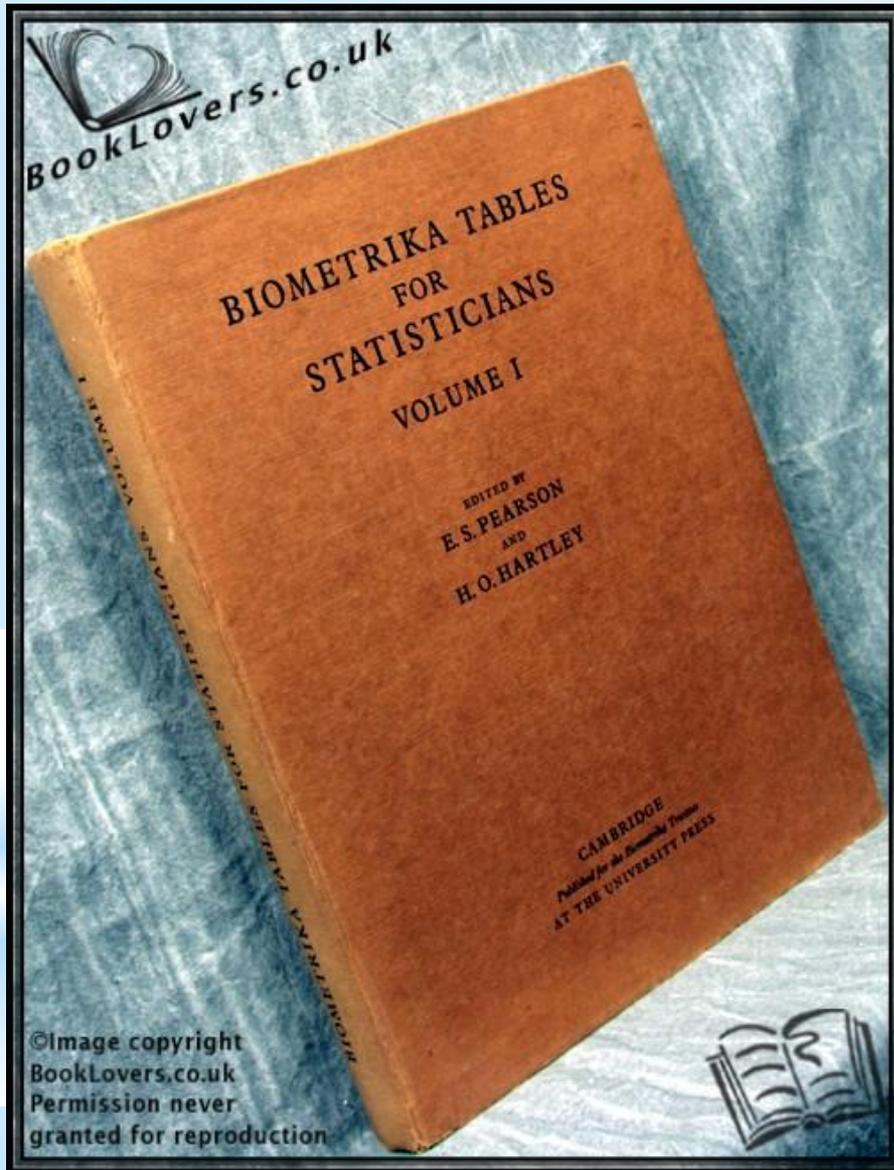
\* Данный критерий был разработан Уильямом Госсетом для оценки качества пива в компании Гиннесс.



## \* История



## \*История



В связи с обязательствами перед компанией по неразглашению коммерческой тайны (руководство Гиннеса считало таковой использование статистического аппарата в своей работе), статья Госсета вышла в 1908 году в журнале «Биометрика» под псевдонимом «Student» (Студент).

# \* Применение критерия

- \* При использовании критерия можно выделить два случая. В первом случае его применяют для проверки гипотезы о равенстве генеральных средних двух независимых, несвязанных выборок (так называемый двухвыборочный  $t$ -критерий). В этом случае есть контрольная группа и экспериментальная (опытная) группа, количество испытуемых в группах может быть различно.
- \* Во втором случае, когда одна и та же группа объектов порождает числовой материал для проверки гипотез о средних, используется так называемый парный  $t$ -критерий. Выборки при этом называют зависимыми, связанными.
- \* Критерий позволяет найти вероятность того, что оба средних значения в выборке относятся к одной и той же совокупности. Данный критерий наиболее часто используется для проверки гипотезы: «Средние двух выборок относятся к одной и той же совокупности».

# \* Правила применения критерия Стьюдента:

- Критерий Стьюдента может быть использован для проверки гипотезы о различии средних **только для двух групп**;
- Если число групп **больше двух**, необходимо **применять дисперсионный анализ**;
- Если критерий Стьюдента был использован для проверки различий **между несколькими группами**, то **истинный уровень значимости можно получить, умножив полученный уровень значимости на число возможных сравнений** (для корректности применения нужно использовать поправку Бонферрони).

# \* Поправка Бонферрони:

Если число сравниваемых групп **больше 2-х**, можно применить **поправку Бонферрони**, то есть взять за критический уровень значимости различий  **$p=0.05/\text{число сравнений}$** .

Например, при сравнении 3-х групп, число сравнений равно 3, то есть  **$p=0.05/3=0.018$** .

Если число попарных сравнений велико (при пяти группах их уже 10), то получаем слишком жесткое требование для уровня значимости: **можно не найти различий там, где они есть**.

Лучше применить **дисперсионный анализ**.

# \*Случай независимых выборок

Статистика критерия для случая несвязанных,

независимых выборок равна:

$$t_{\text{эмп}} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sigma_{x-y}} \quad (1)$$

где  $\bar{x}$   $\bar{y}$  — средние арифметические в экспериментальной и контрольной группах,

$\sigma_{x-y}$  - стандартная ошибка разности средних арифметических.

Находится из формулы:

$$\sigma_{x-y} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 + \sum(y_i - \bar{y})^2}{n_1 + n_2 - 2} \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}, \quad (2)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  соответственно величины первой и второй выборки.

## \*Случай независимых выборок

Если  $n_1=n_2$ , то стандартная ошибка разности средних

арифметических будет считаться по формуле:

$$\sigma_{x-y} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 + \sum (y_i - \bar{y})^2}{(n-1) \cdot 2}} \quad (3)$$

где  $n$  величина выборки.

Подсчет **числа степеней свободы** осуществляется по формуле:

$$k = n_1 + n_2 - 2. \quad (4)$$

При численном равенстве выборок  $k = 2n - 2$ .

## \*Случай независимых выборок

Далее необходимо сравнить полученное значение  $t_{эмп}$  с теоретическим значением  $t$ —распределения Стьюдента.

Если  $t_{эмп} < t_{крит}$ , то гипотеза  $H_0$  принимается,

в противном случае нулевая гипотеза отвергается и принимается альтернативная гипотеза.

# Случай связанных (парных) выборок

В случае связанных выборок с равным числом измерений в каждой можно использовать более простую формулу t-критерия Стьюдента.

Вычисление значения t осуществляется по формуле:

$$t_{\text{эмп}} = \frac{\bar{d}}{Sd} \quad (5)$$

где  $d_i = x_i - y_i$  — разности между соответствующими

значениями переменной X и переменной Y, а d - среднее этих разностей;

## \*Случай связанных (парных) выборок

Sd вычисляется по следующей формуле:

$$Sd = \sqrt{\frac{\sum d_i^2 - \frac{(\sum d_i)^2}{n}}{n \cdot (n-1)}} \quad (6)$$

Число степеней свободы  $k$  определяется по формуле  $k=n-1$ .

Рассмотрим пример использования t-критерия Стьюдента для связанных и, очевидно, равных по численности выборок.

Если  $t_{\text{эмп.}} \leq t_{\text{крит.}}$ , то нулевая гипотеза принимается, в противном случае принимается альтернативная.

## \*Непараметрические аналоги:

Аналогом двухвыборочного критерия для независимых выборок является:

U-критерий  
Манна – Уитни

Для ситуации с  
зависимыми выборками  
аналогами являются:

критерий знаков

и

T-критерий  
Вилкоксона

## \* Пример критерия Стьюдента

- Пусть есть две группы независимых наблюдений. Признаки – количественные с нормальным распределением (среднее пульсовое давление);
- **Среднее** в первой группе равно **64**, среднее во второй группе равно **55**;
- В первой и во второй группах по **15** пациентов;  
**Стандартные ошибки среднего** в первой группе **3.6**, во второй группе **1.8**;
- Определить статистическую значимость различия между группами.

## \* Вычисление результата:

\* Вычисляем по формуле Стьюдента:

$$* t = \frac{(64-55)}{\sqrt{3.62 + 1.82}} = 2.26$$

$$* v = n_1 + n_2 - 2 = 28$$

\* По таблице Стьюдента для критических значений находим, что для уровня значимости  $P = 0.05$  и степени свободы 28, критическое значение  $t = 2.05$ .

\*  $2.26 > 2.05$  - верное неравенство.

\* Следовательно, существует статистически значимое различие в группах с уровнем значимости 0.05.

## \* Парный критерий Стьюдента

- Парный критерий Стьюдента применяется, если нужно сравнить связанные (зависимые) группы по количественному признаку с нормальным распределением;
- Например, изменение веса пациентов после проведенного лечения. То есть единицы наблюдения (больные) одни и те же, показатель - в динамике.

# \* Алгоритм парного критерия Стьюдента:

- Вычисляется величина изменения ( $d$ ) каждого больного.
- Вычисляется среднее этих изменений  $Md$  и его стандартная ошибка  $m$ .
- Вычисляется значение критерия Стьюдента:  $t = Md/m$
- Полученное значение сравнивается с критическим для числа степеней свободы  $v=n-1$ .
- Если обычный критерий Стьюдента требует нормального распределения самих данных, то парный критерий Стьюдента требует нормального распределения их изменений.

# \* Список использованной литературы;

- \* [http://www.tsput.ru/res/math/mop/lections/lecture\\_6.htm#Тoc72829037](http://www.tsput.ru/res/math/mop/lections/lecture_6.htm#Тoc72829037)
- \* <https://ru.wikipedia.org/wiki/>
- \* Койчубеков Б.К. «Биостатистика», 2014г.