



# Эконометрика-1

**Филатов Александр Юрьевич**

(Главный научный сотрудник, доцент ШЭМ ДВФУ)

[alexander.filatov@gmail.com](mailto:alexander.filatov@gmail.com)

<http://vk.com/alexander.filatov>, <http://vk.com/baikalreadings>

## Практика-2

**Множественные связи.**

**Порядковые и категоризованные  
переменные**

# Множественная линейная связь

# 2

## Задача 1 «Зарплата, стаж и образование»

В дополнение к зарплате и стажу из практики-1 стало известно образование работников – количественная переменная, принимающая значения от 1 до 5 (начальное, среднее, среднее специальное, высшее, степень).

10, 13, 17, 19, 20, 25, 25, 25, 26, 27, 28, 28, 30, 32, 32, 33, 35, 35, 38, 40,  
5, 2, 3, 1, 2, 1, 2, 4, 15, 3, 1, 9, 5, 3, 8, 2, 4, 14, 10, 5,  
1, 1, 2, 4, 2, 4, 3, 2, 1, 2, 4, 2, 4, 4, 2, 4, 4, 2, 2, 4,  
44, 45, 50, 50, 51, 56, 57, 62, 65, 71, 83, 95, 113, 130, 152, 158, 177, 204, 245, 280.  
8, 12, 3, 28, 17, 6, 31, 7, 30, 10, 7, 22, 6, 24, 11, 7, 19, 13, 8, 18,  
4, 4, 5, 2, 3, 4, 4, 5, 3, 4, 5, 4, 5, 3, 4, 5, 4, 4, 5, 5.

**Корреляционная матрица:**

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0,350 & 0,529 \\ 0,350 & 1 & -0,034 \\ 0,529 & -0,034 & 1 \end{pmatrix}$$

**Частные коэффициенты корреляции:**

$$r_{01(2)} = \frac{0,350 + 0,529 \cdot 0,034}{\sqrt{(1 - 0,529^2)(1 - 0,034^2)}} = 0,433 > 0,350,$$

$$r_{02(1)} = \frac{0,529 + 0,350 \cdot 0,034}{\sqrt{(1 - 0,350^2)(1 - 0,034^2)}} = 0,578 > 0,529.$$



# Множественная линейная связь

## Линейная зависимость:

= ЛИНЕЙН ( $y_1, \dots, y_n; x_1^{(1)}, \dots, x_n^{(p)}; 1; 1$ ).

Область  $3 \times (p+1) \Rightarrow$  формула массива  $\Rightarrow$  Ctrl-Shift-Enter

$$\begin{pmatrix} \theta_p & \dots & \theta_1 & \theta_0 \\ s_p & \dots & s_1 & s_0 \\ R^2 & \sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28,58 & 2,905 & -57,1 \\ 6,64 & 0,993 & 26,1 \\ 0,415 & 51,22 \end{pmatrix} \quad \hat{y} = -57,1 + 2,905x^{(1)} + 28,58x^{(2)},$$
$$\hat{R}^2 = \frac{Df}{Dy} = 1 - \frac{D\varepsilon}{Dy} = 0,415.$$

## Расчет $R^2$ по корреляционной матрице:

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0,350 & 0,529 \\ 0,350 & 1 & -0,034 \\ 0,529 & -0,034 & 1 \end{pmatrix} = \text{МОПРЕД}(r_{00}, \dots, r_{pp})$$
$$\hat{R}_{y.X}^2 = 1 - \frac{|R|}{|R_{00}|} = 1 - \frac{0,584}{0,999} = 0,415.$$

## Расчет $R^2$ по частным коэффициентам корреляции:

$$\hat{R}^2 = 1 - \left(1 - 0,350^2\right) \left(1 - 0,578^2\right) = 0,415,$$
$$\hat{R}^2 = 1 - \left(1 - 0,529^2\right) \left(1 - 0,433^2\right) = 0,415.$$

# Множественная линейная связь

4

Парные и частные коэффициенты корреляции между выручкой, численностью рабочей силы и активам для отрасли автомобилестроения

Отрасль	$r(TR,L)$	$r(TR,A)$	$r(A,L)$	$r_{\text{част}}(TR,L)$	$r_{\text{част}}(TR,A)$	$r_{\text{част}}(A,L)$
Toyota	0,900	0,943	0,905	0,332	0,694	0,384
Ford	0,961	0,960	0,964	0,471	0,456	0,542
Daimler	0,833	0,583	0,555	0,754	0,262	0,154
Volkswagen	0,919	0,971	0,902	0,419	0,834	0,102
Honda	0,892	0,920	0,948	0,157	0,516	0,722
Nissan	0,864	0,963	0,870	0,194	0,854	0,279
Peugeot	0,711	0,958	0,770	-0,147	0,914	0,443
BMW	<b>-0,106</b>	0,959	<b>-0,319</b>	0,744	0,982	<b>-0,771</b>
Renault	<b>-0,396</b>	0,655	<b>-0,729</b>	0,159	0,584	<b>-0,677</b>
Mitsubishi	0,900	0,927	0,969	0,032	0,503	0,820
Mazda	-0,394	0,057	-0,302	-0,396	-0,071	-0,305
Suzuki	0,925	0,879	0,946	0,605	0,030	0,735
Isuzu	0,469	0,645	0,809	-0,116	0,511	0,750
Fuji Heavy	0,185	0,859	0,109	0,180	0,859	-0,100
Harley-Dav.	0,813	0,494	0,859	0,875	<b>-0,689</b>	0,905

# Задача 2 «Ранжирование проектов» (коэффициент Спирмена)

5

10 инвестиционных проектов, проранжированных 3 экспертами.

$x^{(1)}$	$x^{(2)}$	$x^{(3)}$	$x^{(2)} - x^{(1)}$
1,5	2	3	-0,5
3	1	5	2
5	5,5	1	-0,5
1,5	5,5	6,5	-4
5	3	8,5	2
9,5	5,5	3	4
7	9	3	-2
5	9	6,5	-4
9,5	5,5	8,5	4
8	9	10	-1
2 3 2	4 3	3 2 2	

$$T^{(1)} = T^{(3)} = \frac{1}{12} \left( (2^3 - 2) \cdot 2 + (3^3 - 3) \right) = 3,$$

$$T^{(2)} = \frac{1}{12} \left( (4^3 - 4) + (3^3 - 3) \right) = 7,$$

$$\hat{r}_{12}^{(S)} = \frac{\frac{990}{6} - (0,25 + 4 + \dots + 1) - 3 - 7}{\sqrt{\left( \frac{990}{6} - 2 \cdot 3 \right) \left( \frac{990}{6} - 2 \cdot 7 \right)}} = 0,500,$$

$$\hat{r}_{13}^{(S)} = 0,214, \quad \hat{r}_{23}^{(S)} = 0,181,$$

$$0,500 < t_{\text{крит}1} = t(0,025; 8) \sqrt{(1 - 0,500^2)/8} = 0,842,$$

$$0,214 < t_{\text{крит}2} = 0,950, \quad 0,181 < t_{\text{крит}3} = 0,957.$$

# Задача 2 «Ранжирование проектов» (коэффициент Кендалла)

6

10 инвестиционных проектов, проранжированных 3 экспертами.

$x^{(1)}$	$x^{(2)}$	$x^{(3)}$	ИНВ-2	ИНВ-3
1,5	2	3	1	1
1,5	5,5	6,5	2	4
3	1	5		3
5	5,5	1	1	
5	3	8,5		3
5	9	6,5	2	2
7	9	3	2	
8	9	10	2	1
9,5	5,5	3		
9,5	5,5	8,5		
2 3 2	4 3	3 2 2		

$$u^{(1)} = u^{(3)} = (2 \cdot 2 \cdot (2-1) + 3 \cdot (3-1)) / 2 = 5,$$

$$u^{(2)} = (4 \cdot (4-1) + 3 \cdot (3-1)) / 2 = 9,$$

$$\hat{r}_{12}^{(K)} = 1 - \frac{4 \cdot 10}{90} = 0,556,$$

$$\hat{r}_{12}^{*(K)} = \frac{0,556 - 2 \cdot (5+9)/90}{\sqrt{\left(1 - \frac{2 \cdot 5}{90}\right) \left(1 - \frac{2 \cdot 9}{90}\right)}} = 0,290,$$

$$\hat{r}_{13}^{(K)} = 0,378, \quad \hat{r}_{13}^{*(K)} = 0,175,$$

$$u_{\text{крит}} = u(0,975) \sqrt{\frac{2 \cdot (2 \cdot 10 + 5)}{9 \cdot 90}} = 0,487,$$

$$0,290 < 0,487, \quad 0,175 < 0,487.$$

# Задача 2 «Ранжирование проектов» (коэффициент конкордации)

7

10 инвестиционных проектов, проранжированных 3 экспертами.

$x^{(1)}$	$x^{(2)}$	$x^{(3)}$	$\Sigma$	$\Sigma - m\bar{x}$
1,5	2	3	6,5	-10
3	1	5	9	-7,5
5	5,5	1	11,5	-5
1,5	5,5	6,5	13,5	-3
5	3	8,5	16,5	0
9,5	5,5	3	18	1,5
7	9	3	19	2,5
5	9	6,5	20,5	4
9,5	5,5	8,5	23,5	7
8	9	10	27	10,5
2 3 2	4 3	3 2 2		

$$T^{(1)} = T^{(3)} = \frac{1}{12} \left( (2^3 - 2) \cdot 2 + (3^3 - 3) \right) = 3,$$

$$T^{(2)} = \frac{1}{12} \left( (4^3 - 4) + (3^3 - 3) \right) = 7,$$

$$\hat{W}(3) = \frac{\left( (-10)^2 + (-7,5)^2 + \dots + 10,5^2 \right)}{\frac{1}{12} \cdot 3^2 \cdot (10^3 - 10) - 3 \cdot (3 + 7 + 3)} = 0,532,$$

$$X_{\text{ЭМП}}^2 = 3 \cdot 9 \cdot 0,532 = 14,35,$$

$$X_{\text{крит}}^2 = \text{ХИ2ОБР}(0,05; 9) = 16,92.$$

14,35 < 16,92, связи нет при  $\alpha = 0,05$ .



# Категоризованные переменные

**Задача 3: Зависимость оплаты труда** (низкая; средняя; высокая) **от образования** (неполное среднее; среднее; среднее специальное; высшее; высшее со степенью),  $n = 300$ .

14	28	13	18	3	76	0,25
11	48	35	51	17	162	0,54
1	10	7	19	25	62	0,21
26	86	55	88	45	300	
0,09	0,29	0,18	0,29	0,15		

**Равномерное распределение**

7	22	14	22	11
14	46	30	48	24
5	18	11	18	9

$$\Delta = \begin{pmatrix} 0,025 & 0,021 & -0,013 & -0,014 & -0,028 \\ -0,010 & 0,005 & 0,018 & 0,012 & -0,024 \\ -0,015 & -0,026 & -0,015 & 0,003 & 0,052 \end{pmatrix} \frac{\delta_{ij}^2}{w_{i \cdot} w_{\cdot j}} = \begin{pmatrix} 0,028 & 0,006 & 0,000 & 0,003 & 0,021 \\ 0,002 & 0,000 & 0,003 & 0,001 & 0,007 \\ 0,012 & 0,011 & 0,006 & 0,000 & 0,088 \end{pmatrix}$$

$$\hat{X}^2 = 300 \cdot 0,188 = 56,48, \quad \hat{C} = \sqrt{\frac{56,48}{300 \min\{4; 2\}}} = 0,307.$$

$\chi_{\text{крит}}^2 = \text{ХИ2ОБР}(0,001; 4 \cdot 2) = 26,12$ , **56,48 > 26,12**  $\Rightarrow$  связь есть при  $\alpha=0,001$ .





*Спасибо  
за внимание!*

[alexander.filatov@gmail.com](mailto:alexander.filatov@gmail.com)

<http://vk.com/alexander.filatov>, <http://vk.com/baikalreadings>