



алгебра это интересно!

# Содержание:

- Натуральные числа и действия над ними
- Делимость. Простые и составные числа
- Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное
- Задачи
- Понятие множества, пересечение и объединение множеств
- Одночлены и многочлены
- Разложение многочлена на множители
- Формулы сокращённого умножения
- Подумай и реши
- Задания
- Авторы



# натуральные числа и действия над ними

- Натуральные числа в порядке возрастания можно записать в виде последовательности 1, 2, 3, 4, ... Множество всех натуральных чисел обозначается через  $N$ .
- Для натуральных чисел определены арифметические операции (сложение, вычитание, умножение и деление), возведение в Степень (число  $a$  в степени  $n$ ,  $a^n$  – это результат умножения числа  $a$  на себя  $n$  раз), обратная операция к возведению в степень – извлечение корня ( $b = \sqrt[n]{a}$ , если  $a = b^n$ )
- Сложение и умножение удовлетворяют переместительному закону (закону коммутативности):  $a + b = b + a$ ,  $a \cdot b = b \cdot a$  и сочетательному закону (закону ассоциативности):  $(a + b) + c = a + (b + c)$ ,  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ , а также распределительному (дистрибутивному) закону:  $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

2

3

1

5

4



# ДЕЛИМОСТЬ. ПРОСТЫЕ И СОСТАВНЫЕ ЧИСЛА.

1. Разделить число  $a$  на число  $b$  – значит найти такое  $x$ ,  $a : b = x$ , что  $xb = a$ . Если такое число существует, то говорят, что  $a$  делится на  $b$ , а число  $b$  называется делителем числа  $a$ .
2. На 2 (или на 5) делятся те и только те числа, последняя цифра которых выражает число, делящееся на 2 (или на 5)
3. На 4 (или на 25) делятся те и только числа, две последние цифры которых выражают число, делящееся на 4 (или на 25)
4. На 3 (или на 9) делятся те и только те числа, сумма цифр которых делится на 3 (или на 9)
5. На 11 делятся те и только те числа, у которых разность между суммой цифр, стоящих на чётных местах, и суммой цифр, стоящих на нечётных местах, делится на 11
6. Число  $a$ , отличное от 1, называется *простым*, если делителями являются только единица и само число  $a$ . Число  $a$ , имеющее и другие делители, называется *составным*.
7. Любое составное число можно представить в виде произведения простых чисел, например:  $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$ .



# НОД и НОК

- Среди общих делителей чисел  $a$  и  $b$  можно выбрать наибольший общий делитель НОД ( $a ; b$ ). Например, НОД ( $45 ; 60$ ) = 15.
- Если НОД ( $a ; b$ ) = 1, то числа  $a$  и  $b$  называются взаимно простыми.
- Любой общий делитель произвольных чисел  $a$  и  $b$  делит наибольший общий делитель этих чисел.
- Число, делящееся на число  $a$  и на число  $b$ , называется общим кратным чисел  $a$  и  $b$ . Среди общих кратных  $a$  и  $b$  можно выбрать наименьшее общее кратное НОК ( $a ; b$ ). Например, НОК ( $4 ; 6$ ) = 12.
- Любое общее кратное произвольных чисел  $a$  и  $b$  делится на НОК ( $a ; b$ ).
- Числа  $a$  и  $b$  взаимно просты тогда и только тогда, когда НОК ( $a ; b$ ) =  $a \cdot b$ .



# задачи



 Найдите НОД двух чисел:

1. 45 ; 135

2. 84 ; 168

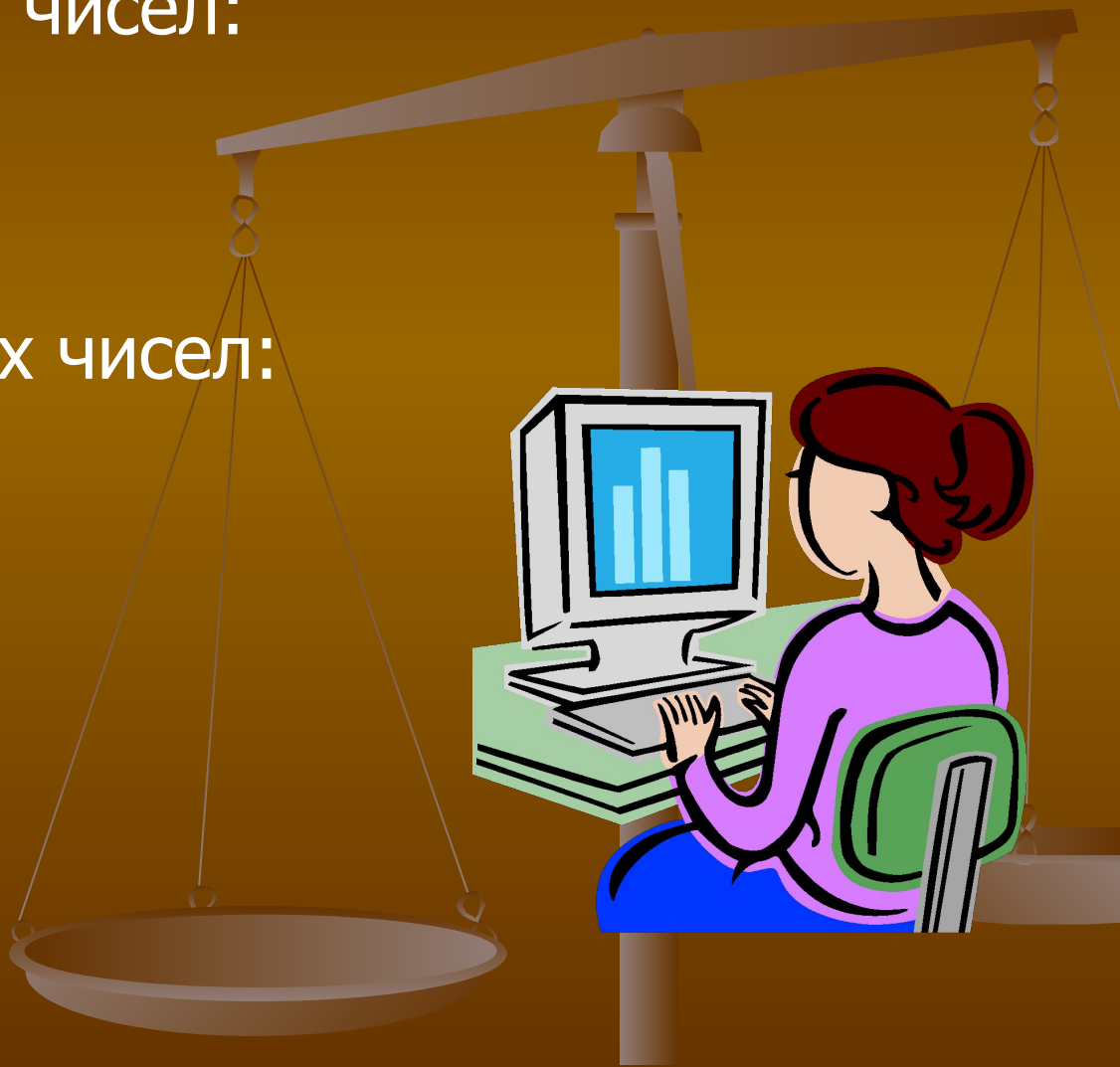
3. 5 ; 60

 Найдите НОК двух чисел:

1. 4 ; 5

2. 6 ; 7

3. 7 ; 8.



# Понятие множества

1. Одним из фундаментальных понятий математики является понятие множества. Множество можно представить себе как совокупность (собрание) некоторых объектов, объединённых по какому-либо признаку. Множество – понятие неопределяемое.
2. Множество может состоять из чисел, предметов и т. д. Каждое число (предмет), входящее в множество, называется *элементом* множества.



3. Тот факт, что элемент  $a$  принадлежит множеству  $A$ , записывается в виде  $a \in A$ .

**для множества однозначных чисел:**

$A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$  число 4  
принадлежит  $A$ , а число 20 не  
принадлежит  $A$



## Продолжение

4. Множество, которое не содержит элементов, называется пустым и обозначается символом  $\emptyset$ .
5. Если каждый элемент одного множества  $A$  является элементом другого множества  $B$ , то говорят, что множество  $A$  является подмножеством множества  $B$ . Это выражается записью  $A \subset B$ .
6. Пересечением множеств  $A$  и  $B$  называется множество, состоящее из элементов, которые принадлежат каждому из данных множеств (рис. 1)

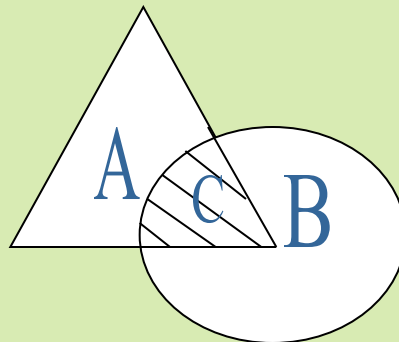


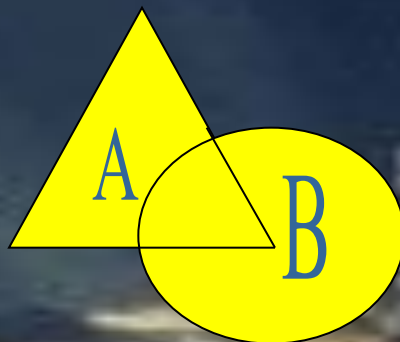
Рис. 1





7. Объединением множеств А и В называется множество, состоящее из всех элементов множеств А и В и только из них. Объединение множеств обозначают символом  $\cup$  и пишут

$$C = A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ или } x \in B \text{ (рис. 2)} \}$$

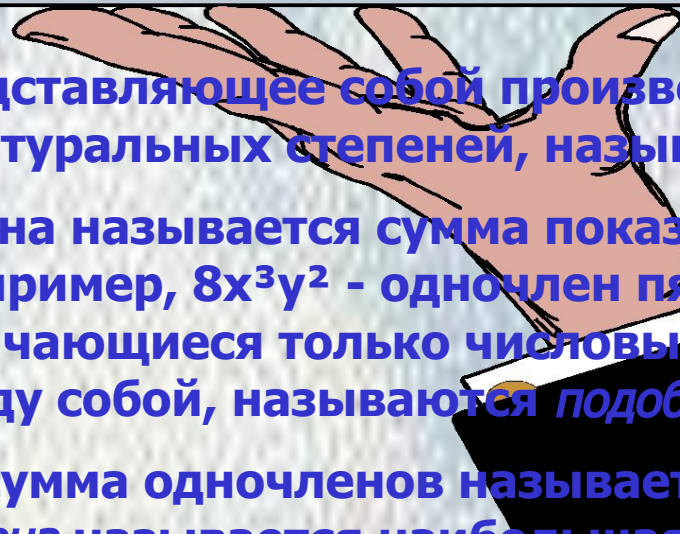


**Вопрос: какое множество является объединением данных множеств?**

1.  $A = \{1 ; 2 ; 5 ; 7\}$ ,  $B = \{3 ; 5 ; 7 ; 8\}$
2.  $H = \{4 ; 7 ; 67 ; 34 ; 5 ; 2\}$ ,  $M = \{7 ; 89 ; 34\}$
3.  $K = \{78 ; 89 ; 56 ; 90\}$ ,  $P = \{87 ; 98 ; 65 ; 9\}$



# ОДНОЧЛЕНЫ И МНОГОЧЛЕНЫ



1. Выражение, представляющее собой произведение чисел, переменных и натуральных степеней, называется *одночленом*.
2. *Степенью* одночлена называется сумма показателей степеней переменных. Например,  $8x^3y^2$  - одночлен пятой степени. Одночлены, отличающиеся только числовым коэффициентом или равные между собой, называются *подобными*.
3. Алгебраическая сумма одночленов называется *многочленом*. *Степенью* многочлена называется наибольшая степень одночлена, входящего в этот многочлен. Например,  $1 + 2x^2 - 5x^2y^3$  - многочлен пятой степени.
4. При взятии суммы многочленов надо привести подобные члены (слагаемые). Для этого достаточно сложить их коэффициенты и полученное число умножить на буквенное выражение.





5. При взятии разности многочленов надо вычитаемый многочлен взять в скобки, далее раскрыть скобки, меняя знак каждого слагаемого на противоположный, после чего привести подобные члены.

$$\begin{aligned} \text{Например, } (4x^2 - 3x + 3) - (3x^2 - x + 2) &= \\ &= 4x^2 - 3x + 3 - 3x^2 + x - 2 = x^2 - 2x + 1. \end{aligned}$$

6. Чтобы умножить многочлен на одночлен, достаточно каждый член многочлена умножить на одночлен и полученные произведения сложить. Деление многочлена на одночлен произведение по аналогичному правилу.

7. Чтобы умножить многочлен на многочлен, достаточно каждый член первого многочлена умножить на каждый член второго и полученные произведения сложить.

$$\begin{aligned} \text{Например, } 5x(x - y) + (2x + y)(x - y) &= \\ &= 5x^2 - 5xy + 2x^2 + xy - 2xy - y^2 = 7x^2 - 6xy - y^2 \end{aligned}$$





# Разложение многочлена на множители

*При вынесения общего множителя за скобки выражение в скобках получается делением каждого члена многочлена на общий множитель.*

*Например,*

$$3ax^3 - 6a^2x + 12ax^2 = 3ax(x^2 - 2a + 12x)$$

*Решите самостоятельно:*

1.  $ab + 2a - 3b - 6$

2.  $3(x - 2y)^2 - 3x + 6y$

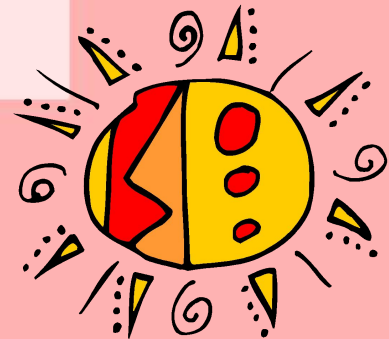


# формулы сокращённого умножения

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

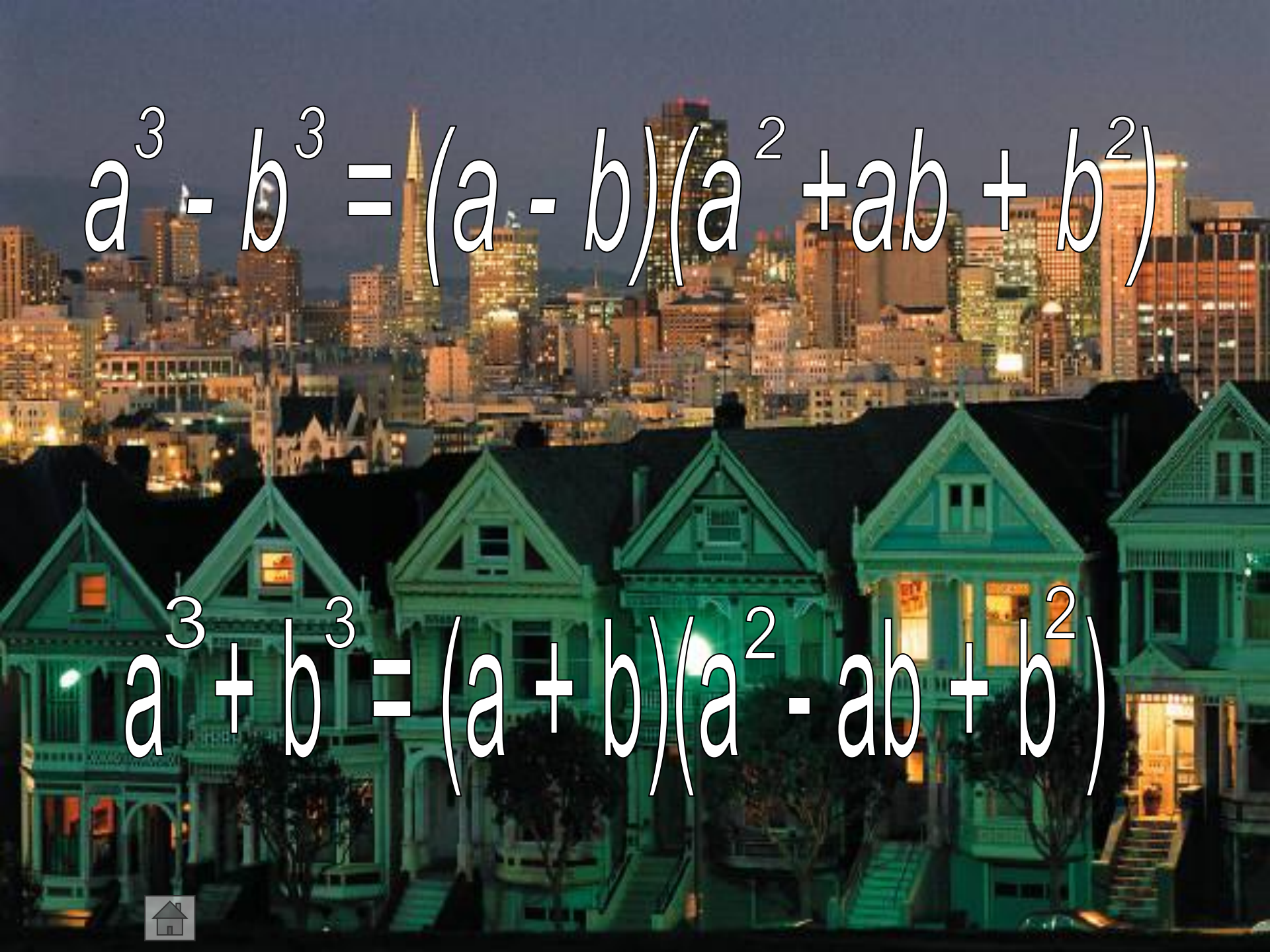
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$




$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$



# Подумай и реши

1.  $8x^3 - 27y^3 =$

2.  $4a^2 - 9b^2 =$

3.  $(13a + 7b)^2 =$

4.  $(7x + 8y)^2 =$

5.  $(12k - 9h)^2 =$

6.  $(2d + 6p)^3 =$

7.  $(3k - 9h)^3 =$

8.  $7a^3 - y^3 =$

9.  $5q^3 + 12k^3 =$

10.  $2p^2 - 7t^2 =$





# Напишите определения:

- Простое число
- Составное число
- Наибольший общий делитель
- Наименьшее общее кратное
- Взаимно простые числа
- Элемент множества
- Пересечение множеств
- Объединение множеств



# Продолжите предложение

1. Одночленом называется ...
2. Степенью одночлена называется...
3. Подобные одночлены – это...
4. Многочлен – это...
5. Степенью многочлена называется...



**Найдите объединение множеств:**

1.  $A = \{32; 5; 8; 9; 33; 77\}$  и  $B = \{2\}$

2.  $K = \{4; 6; 87; 22; 678\}$  и  $Y = \{45; 6; 87\}$

3.  $T = \{6; 9\}$  и  $P = \{89; 0; 5; 9\}$

**Найдите пересечение множеств:**

1.  $A = \{5; 7; 89; 456\}$  и  $B = \{78; 4; 5\}$

2.  $A = \{12; 34; 56\}$  и  $N = \{12; 34; 67\}$

3.  $H = \{78; 5; 9; 0; 7; 1; 3\}$  и  $M = \{7, 6, 8, 4, 3\}$



**ВЫПОЛНИЛИ:**

Иванов А.

Тюрина С.

