

# Множества и операции над ними

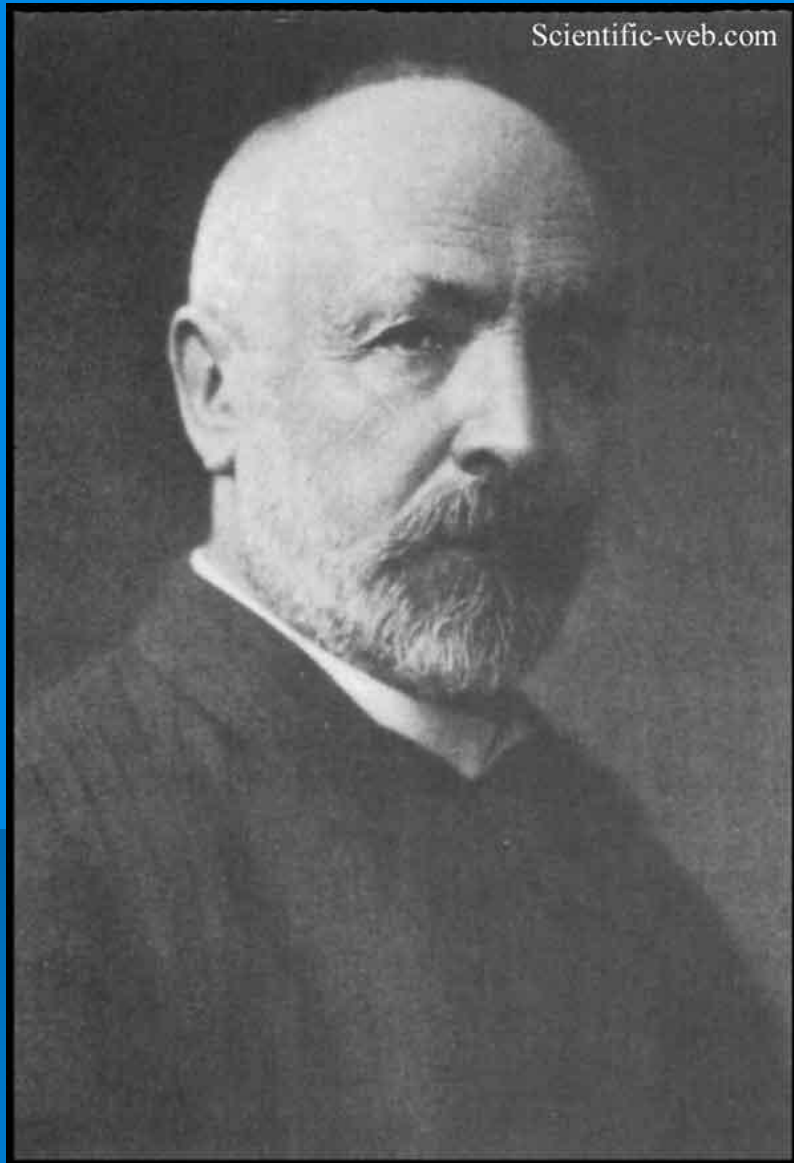
Урок математики в 10 классе

Работа ученицы 10-б класса  
Аблицовой Алены

# Понятия теории множеств

Понятие множества является одним из наиболее общих и наиболее важных математических понятий. Оно было введено в математику немецким ученым Георгом Кантором (1845-1918). Следуя Кантору, понятие "множество" можно определить так:

- ✓ ***Множество – совокупность объектов, обладающих определенным свойством, объединенных в единое целое.***



**«Множество  
есть многое,  
мыслимое  
нами как  
единое».**

**Основоположник  
теории множеств  
немецкий  
математик**

**Георг Кантор  
(1845-1918)**

- Объекты, составляющие множество, называются элементами множества.
- Среди множеств выделяют особое множество - пустое множество.
- Пустое множество - множество, не содержащее ни одного элемента.
- Пустое множество является частью любого множества.

### ***№3. Примеры пустых множеств.***

Решение:

- 1) Множество квадратных уравнений, которые имеют более двух разных корней;
- 2) множество простых делителей числа 1;
- 3) множество точек пересечения двух параллельных прямых;
- 4) множество прямых углов равностороннего треугольника;
- 5) множество людей на Солнце;
- 6) множество двузначных положительных чисел, расположенных на числовом луче левее 9.

Понятие множества принадлежит к числу основных, неопределяемых понятий математики.

Множество – набор, совокупность, собрание каких-либо объектов (элементов), обладающих общим для всех их характеристическим свойством.

Примеры множеств:

множество учащихся в данной аудитории;

множество людей, живущих на нашей планете в данный момент времени;

множество точек данной геометрической фигуры;

множество чётных чисел;

множество корней уравнения  $x^2 - 5x + 6 = 0$ ;

множество действительных корней уравнения  $x^2 + 9 = 0$ ;

Множество считается определенным, если указаны все его элементы. Эти элементы могут быть указаны с помощью некоторого общего признака или с помощью некоторого списка, где обозначены все элементы.

Конечное множество- множество, состоящее из конечного числа элементов.

Бесконечное множество- непустое множество, не являющееся конечным.

*Пример: Множество натуральных уральских чисел является бесконечным.*

**Упорядоченное множество** - множество, каждому элементу которого поставлено в соответствие некоторое число (номер этого элемента) от 1 до  $n$ , где  $n$  - число элементов множества, так что различным элементам соответствуют различные числа. Каждое конечное множество можно сделать упорядоченным, если, например, переписать все элементы в некоторый список  $(a, b, c, d, \dots)$ , а затем поставить в соответствие каждому элементу номер места, на котором он стоит в списке.

# Язык теории множеств

Множество состоит из элементов.

Словесное описание множества	Поэлементное описание множества	Задание множества перечислением его элементов
Цифры десятичной системы счисления	Множество состоит из цифр 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9	{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}
Гласные буквы русского алфавита	Множество состоит из букв А,Е,Е,И,О,У,Ы,Э,Ю,Я,	{А,Е,Е,И,О,У,Ы,Э,Ю,Я}
Корни уравнения $x^2 + 10x = 39$	Множество состоит из чисел 3 и -13	{-13;3}





# СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ МНОЖЕСТВ

	<b>Задание множества</b>	<b>Словесное описание множества</b>
1	$\{10, 15, 20, \dots, 90, 95\}$	Множество всех двузначных чисел, кратных пяти
2	$\{1, 4, 9, 16, 25, 49, \dots\}$	Множество всех квадратов натуральных чисел
3	$\mathbb{N}$	Множество натуральных чисел
4	$\mathbb{Q}$	Множество рациональных чисел
5	$\{x \mid 2 < x < 7\}$	Множество всех чисел, которые больше 2 и меньше 7
6	$(2; 7)$	Множество всех чисел, которые больше 2 и меньше 7

# Задание множества с помощью характеристического свойства

$$\{x \mid 2 < x < 7\}$$



Символы	Как они читаются
$\{ \dots \}$	Множество ...
$\{x\dots\}$	Множество всех $x$ ...
$\{x \mid \dots\}$	Множество всех $x$ таких, что ...
$\{x \mid 2 < x < 7\}$	Множество всех $x$ таких, что $2 < x < 7$

# Словесные обороты

- Элемент  $x$  принадлежит множеству  $A$
- $x$  является элементом множества  $A$

$$x \in A$$

$$3 \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

- Элемент  $x$  не принадлежит множеству  $A$
- $x$  не является элементом множества  $A$

$$x \notin A$$

$$13 \notin \{1, 3, 5, 7, 9\}$$



Пример: Множество учеников данного класса определяется их списком в классном журнале, множество всех стран на земном шаре - их списком в атласе, множество всех костей в человеческом теле - их списком в учебнике анатомии.

Пример: Хотя множество всех рыб в океане конечно, вряд ли его можно задать списком.

Пример: Свойство "быть квадратом целого числа" задает (бесконечное) множество всех квадратов целых чисел.

Пример: Множество толстокожих животных, имеющих два бивня, совпадает с множеством толстокожих животных, имеющих хобот, - это множество слонов.

# Подмножества

□ Элементы, образующие данное множество  $A$ , можно объединять не сразу все вместе, а группируя их в разных комбинациях. Так можно получать подмножества данного множества.

□ **Пример:**  $A$  – множество всех учеников девятого класса

$B$  – множество девочек этого девятого класса

$C$  – множество мальчиков этого девятого класса

$B$  и  $C$  – подмножества множества  $A$



□ **Определение:** Если каждый элемент множества  $B$  является элементом множества  $A$ , то множество  $B$  называют подмножеством множества  $A$ .

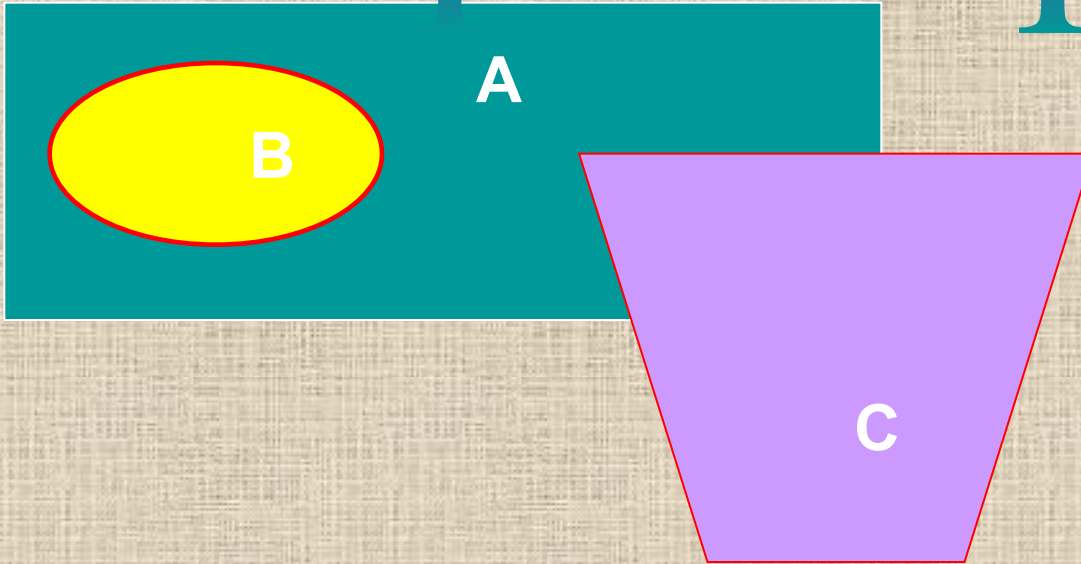
□ Обозначение  $B \subset A$



□ Знак  $\subset$  называют знаком **включения**

# Примеры:

1



$$B \subset A$$

$$C \not\subset A$$

$$2. A = \{ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 \}$$

$$B = \{ 6, 12 \}$$

$$C = \{ 2, 5, 8, 11 \}$$

$$B \subset A$$

$$C \not\subset A$$






# задания

№5. а) Множество задано словесным описанием. Задайте это множество, перечислив его элементы: а) цифры, которые

больше  ;

б) целые отрицательные числа, которые больше  .





## № 532 (а, в, г)

□ Множество задано перечислением своих элементов. Приведите какое-нибудь его словесное описание:

□ а)  $\{0, 2, 4, 6, 8\}$

□ в)  $\{3, 6, 9, \dots, 27, 30\}$

□ г)  $\{A, B, C, D, X, Y, Z\}$



№ 536(а)

Верно ли, что:

$$0,7 \in \{x \mid x^2 - 1 < 0\}$$



№ 538 Дано множество  $\{-8,1; \sqrt{2}; 17/7\}$ .  
Перечислите все его подмножества,  
состоящие из двух чисел:

а) разного знака

б) положительных

в) рациональных

г) среди которых есть иррациональное  
число



# № 541



□ На числовой прямой изобразите следующие промежутки:

$A = (-\sqrt{2}; 1)$ ,  $B = [0; 1,9)$ ,  $C = [-1,5; 200/101]$ .

Верно ли, что:

а)  $A \subset B$

б)  $B \subset C$

с)  $C \subset A$

г)  $A \subset C$



Изображение множеств в виде плоских фигур очень удобно для наглядного объяснения различных операций над множествами.

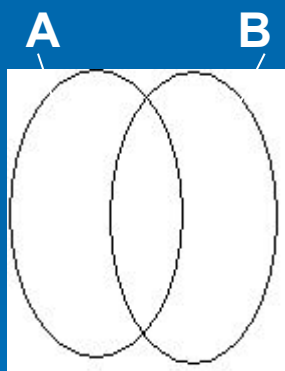
Обычно множества изображают в виде кругов.

Такие круги называют

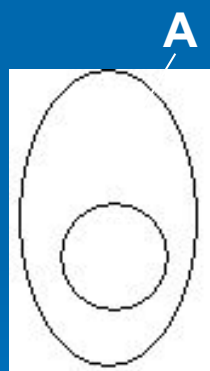
**кругами Эйлера.**

# Круги Эйлера

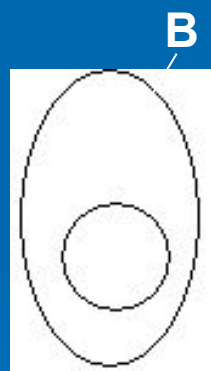
*Круги Эйлера – это особые чертежи, при помощи которых наглядно представляют отношения между множествами.*



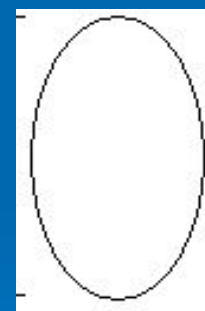
Множества **A** и **B** имеют общие элементы, но ни одно из них не является подмножеством другого



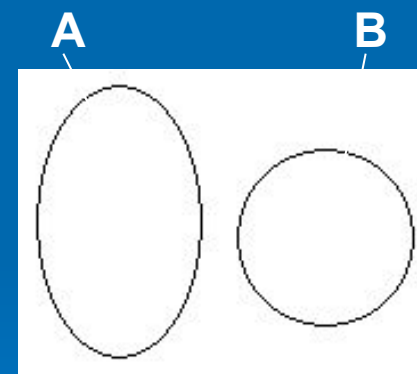
**B** **M** **A**



**A** **M** **B**



**A** = **B**



Множества **A** и **B** не пересекаются

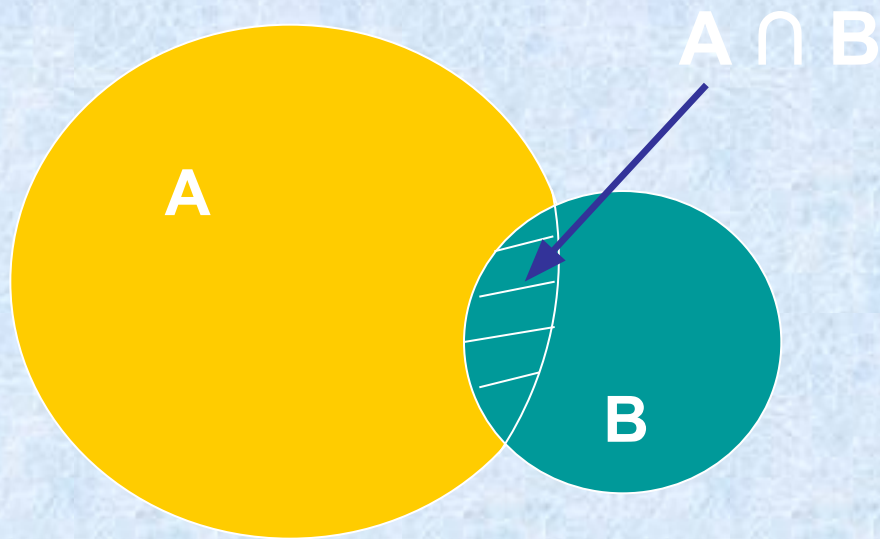


**Определение:** Пересечением множеств  $A$  и  $B$  называют множество, состоящее из **всех общих** элементов множеств  $A$  и  $B$ , т.е. из всех элементов, которые принадлежат и множеству  $A$ , и множеству  $B$



□ Обозначение:  $A \cap B$

□ Запись:  $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$



Найти пересечение  $A \cap B$  множеств A и B.

а)  $A = \{11, 22, 33, \dots, 88, 99\}$ ,  $B = \{3, 6, 9, \dots\}$

б) A – множество различных букв в слове

«алгебра», B – множество различных букв в слове «геометрия».

**Ответы:** а)  $A \cap B = \{33, 66, 99\}$

б) ~~а~~/л, г, е, ~~б~~, р    г, е, ~~о~~, ~~м~~, ~~т~~, р, и, ~~я~~  
 $A \cap B = \{г, е, р\}$



□

**Определение:** Объединением множеств  $A$  и  $B$  называют множество, состоящее из **всех элементов**, которые принадлежат хотя бы одному из этих множеств – или множеству  $A$ , или множеству  $B$ .

□

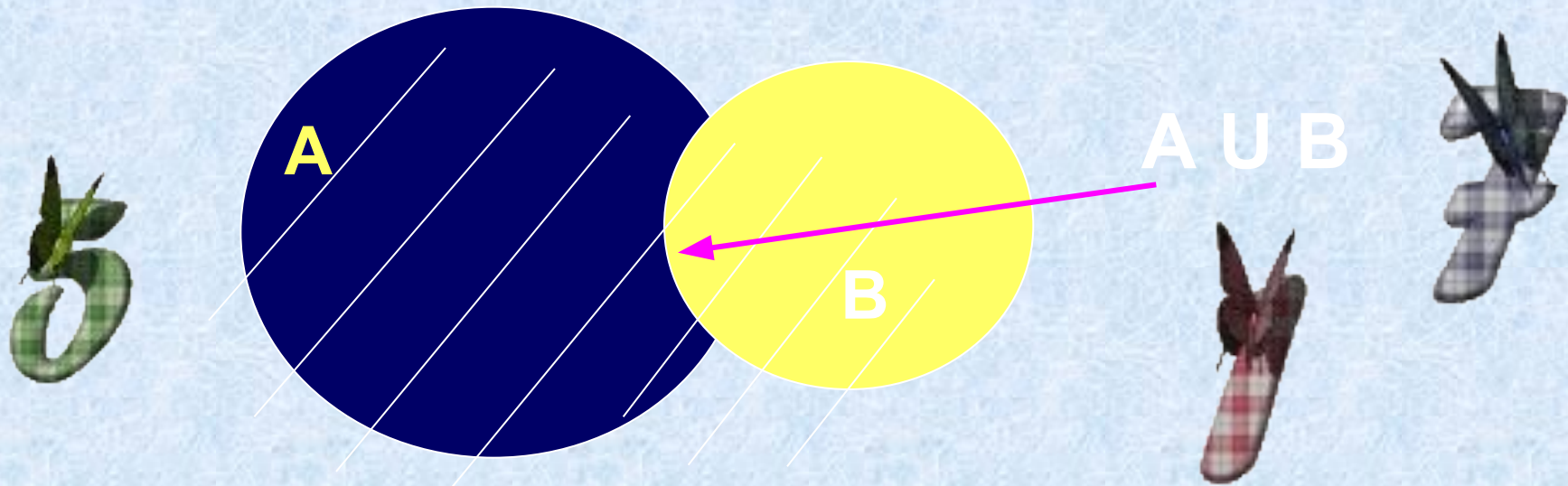
$A \cup B$

□

$B$

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in$$





- Найти объединение  $A \cup B$  множеств  $A$  и  $B$ .
- а)  $A$  – множество делителей числа 105,  
 $B$  – множество делителей числа 55

**Решение:**  $A = \{1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105\}$

$B = \{1, 5, 11, 55\}$

$A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 11, 15, 21, 35, 55, 105\}$



# задания

№ 542(а, в)

Найдите пересечение  $A \cap B$   
множеств  $A$  и  $B$ .

а)  $A = \{10, 20, 30, \dots\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, \dots, 41\}$

в)  $A = \{-11, -10, -9, \dots, -1, 0, 1, \dots, 9\}$ ,

$B$  – целые числа, кратные 10





## № 543 - 544(а, г)

□ Даны числовые промежутки:

$$A = (0; 1), B = [-0,5; 0,9], C = [-1; 1],$$

$D = (0,1; 1,1]$ . Изобразите на  
числовой прямой множества:

□ а)  $A \cap B$ ;      г)  $A \cap B \cap C \cap D$

□ а)  $A \cup B$ ;      г)  $A \cup B \cup C \cup D$



№ 545

Даны множества:  $A = \{a, b, c, d\}$ ,

$B = \{c, d, e, f\}$ ,  $C = \{c, e, g, k\}$ .

Найдите множество: а)  $(A \cap B) \cap C$

б)  $(A \cap B) \cup C$

в)  $(A \cup B) \cap C$

г)  $(A \cup B) \cup C$

