Множества и операции над ними

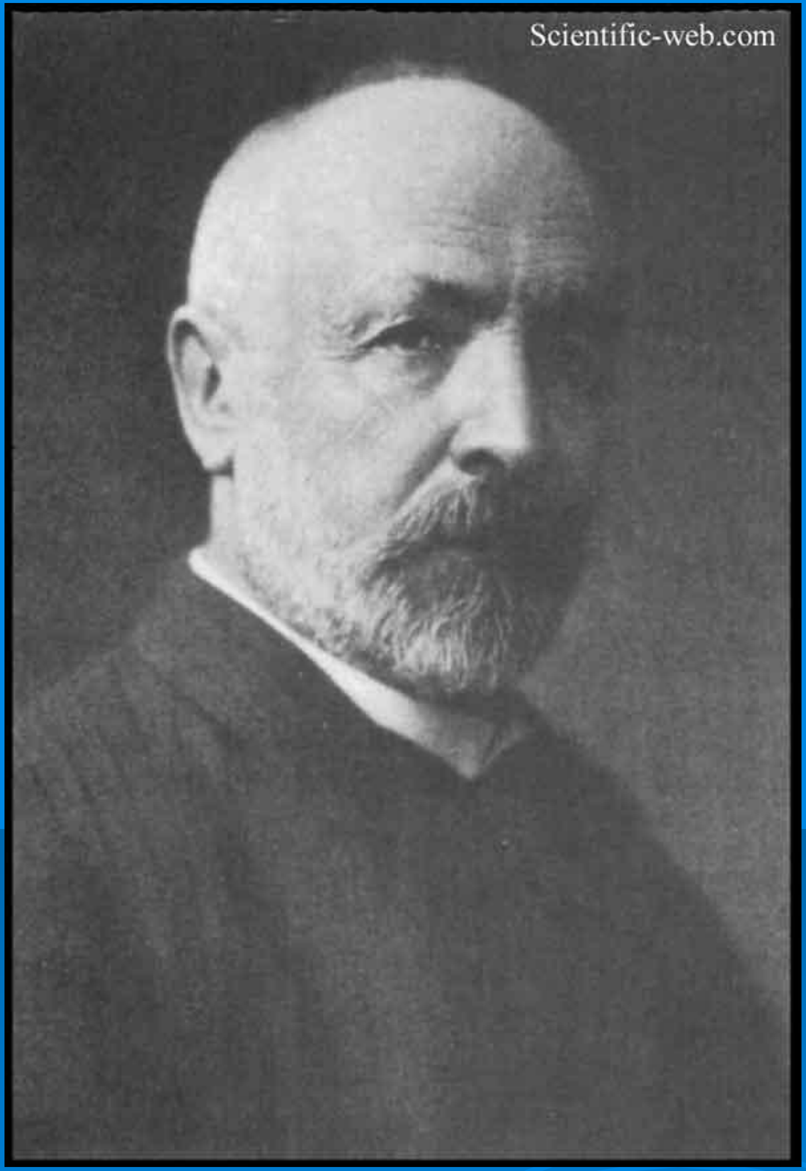
Урок математики в 10 классе

Работа ученицы 10-б класса
Аблицовой Алены

Понятия теории множеств

Понятие множества является одним из наиболее общих и наиболее важных математических понятий. Оно было введено в математику немецким ученым Георгом Кантором (1845-1918).Следуя Кантору, понятие "множество" можно определить так:

- ***Множество- совокупность объектов, обладающих определенным свойством, объединенных в единое целое.***



«Множество есть многое, мыслимое нами как единое».

Основоположник теории множеств немецкий математик

Георг Кантор

(1845-1918)

- Объекты, составляющие множество, называются элементами множества.
- Среди множеств выделяют особое множество - пустое множество.
- Пустое множество- множество, не содержащее ни одного элемента.
- Пустое множество является частью любого множества.

№3. Примеры пуст ых множест в.

Решение:

1) Множество квадратных уравнений, которые имеют более двух разных корней;

2) множество простых делителей числа 1;

3) множество точек пересечения двух параллельных прямых;

4) множество прямых углов равностороннего треугольника;

5) множество людей на Солнце;

6) множество двузначных положительных чисел, расположенных на числовом луче левее 9.

Понятие множества принадлежит к числу основных, неопределяемых понятий математики.

Множество – набор, совокупность, собрание каких-либо объектов (элементов), обладающих общим для всех их характеристическим свойством.

Примеры множеств:

множество учащихся в данной аудитории;

множество людей, живущих на нашей планете в данный момент времени;

множество точек данной геометрической фигуры;

множество чётных чисел;

множество корней уравнения x2-5x+6=0;

множество действительных корней уравнения x2+9=0;

- Множество считается определенным , если указаны все его элементы. Эти элементы могут быть указаны с помощью некоторого общего признака или с помощью некоторого списка, где обозначены все элементы.
- Конечное множество- множество, состоящее из конечного числа элементов.
- Бесконечное множество- непустое множество, не являющееся конечным.

Пример: Множество натуральных чисел является бесконечным.

Упорядоченное множество - множество, каждому элементу которого поставлено в соответствие некоторое число (номер этого элемента) от 1до n, где n - число элементов множества, так что различным элементам соответствуют различные числа. Каждое конечное множество можно сделать упорядоченным, если, например, переписать все элементы в некоторый список (a, b, c, d,...), а затем поставить в соответствие каждому элементу номер места, на котором он стоит в списке.

Язык теории множеств

Множество состоит из элементов.

Словесное описание множества	Поэлементное описание множества	Задание множества перечислением его элементов
Цифры десятичной системы счисления	Множество состоит из цифр 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9	{0,1,2,3,4,5,6, 7,8,9}
Гласные буквы русского алфавита	Множество состоит из букв А,Е,Е,И,О,У, Ы,Э,Ю,Я,	{А,Е,Е,И,О,У,Ы, Э,Ю,Я}
Корни уравнения $X^2 + 10x = 39$	Множество состоит из чисел 3 и -13	{-13;3}

способы задания множеств

	Задание множества	Словесное описание множества
1	**{10,15,20, …, 90,95}**	Множество всех двузначных чисел, кратных пяти
2	**{1,4, 9,16 25,49, …}**	Множество всех квадратов натуральных чисел
3	**N**	Множество натуральных чисел
4	**Q**	Множество рациональных чисел
5	$\{x \mid 2 < x < 7\}$	Множество всех чисел, которые больше 2 и меньше 7
6	**(2; 7)**	Множество всех чисел, которые больше 2 и меньше 7

Задание множества с помощью **характеристического свойства**

$$\{x \mid 2 < x < 7\}$$

Символы	Как они читаются
$\{\ \ldots\}$	Множество …
$\{x\ldots\}$	Множество всех **x** …
$\{x \mid \ldots\}$	Множество всех **x** таких, что …
$\{x \mid 2 < x < 7\}$	Множество всех **x** таких, что 2 < x < 7

Словесные обороты

- Элемент x принадлежит множеству A
- x является элементом множества A

$$x \in A$$

$$3 \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

- Элемент x не принадлежит множеству A
- x не является элементом множества A

$$x \notin A$$

$$13 \notin \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

Пример: Множество учеников данного класса определяется их списком в классном журнале, множество всех стран на земном шаре - их списком в атласе, множество всех костей в человеческом теле - их списком в учебнике анатомии.

Пример: Хотя множество всех рыб в океане конечно, вряд ли его можно задать списком.

Пример: Свойство "быть квадратом целого числа" задает (бесконечное) множество всех квадратов целых чисел.

Пример: Множество толстокожих животных, имеющих два бивня, совпадает со множеством толстокожих животных, имеющих хобот, - это множество слонов.

Подмножества

- Элементы, образующие данное множество А, можно объединять не сразу все вместе, а группируя их в разных комбинациях. Так можно получать подмножества данного множества.

- **Пример:** А – множество всех учеников девятого класса

В – множество девочек этого девятого класса

С – множество мальчиков этого девятого класса

В и С – подмножества множества А

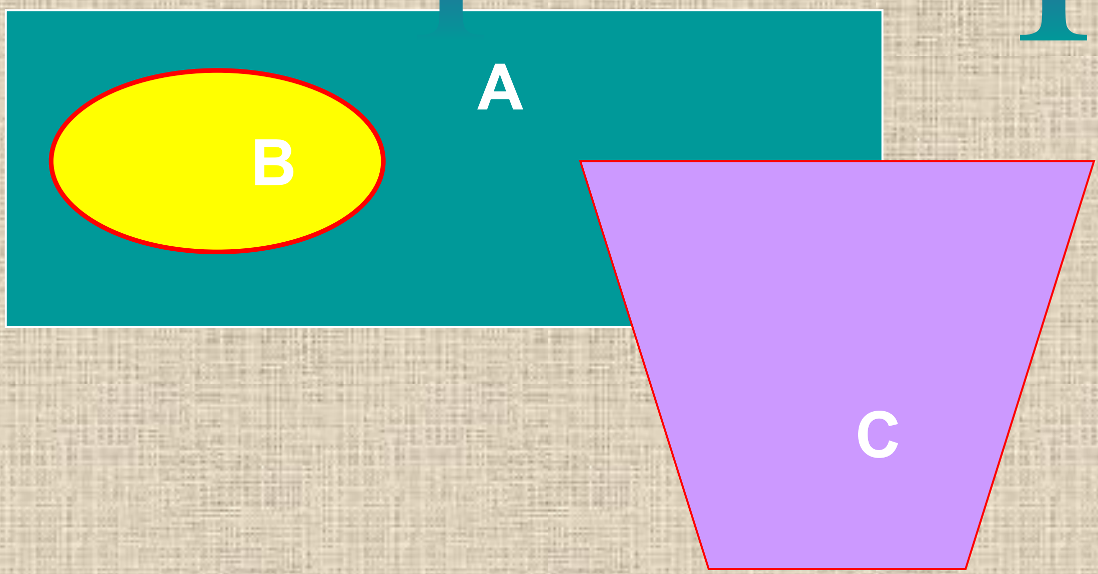
- **Определение**: Если каждый элемент множества В является элементом множества А, то множество В называют подмножеством множества А.

- Обозначение $B \subset A$

- Знак $\subset$ называют знаком **включения**

Примеры:

1.



$$B \subset A$$
$$C \not\subset A$$

2. **A = { 2, 4, 6, 8, 10, 12,14 }**

B = { 6, 12 }

C = { 2, 5, 8, 11 }

$$B \subset A \qquad C \not\subset A$$

Задания

№5[illegible]1 (а, б) Множество задано словесным описанием. Задайте это множество, перечислив его элементы: а) цифры, которые больше 5 ;

б) целые отрицательные числа, которые больше -7 .

№ 532 (а, в, г)

- **Множество задано перечислением своих элементов. Приведите какое-нибудь его словесное описание:**
- **а) {0, 2, 4, 6, 8}**
- **в) {3, 6, 9, ..., 27, 30}**
- **г) {A, B, C, D, X, Y, Z}**

№ 536(а)

Верно ли, что:

$0{,}7 \in \{x \mid x^2 - 1 < 0\}$

№ 538 Дано множество { -8,1; $\sqrt{2}$; 17/7}. Перечислите все его подмножества, состоящие из двух чисел:

а)разного знака

б)положительных

в)рациональных

г)среди которых есть иррациональное число

№ 541

- На числовой прямой изобразите следующие промежутки:

A = (-√2; 1), B = [0; 1,9), C = [-1,5; 200/101].

Верно ли, что:

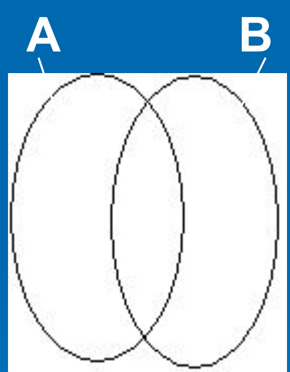
а) $A \subset B$ б) $B \subset C$

с) $C \subset A$ г) $A \subset C$

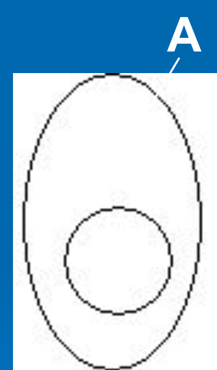
Изображение множеств в виде плоских фигур очень удобно для наглядного объяснения различных операций над множествами. Обычно множества изображают в виде кругов. Такие круги называют кругами Эйлера.

Круги Эйлера

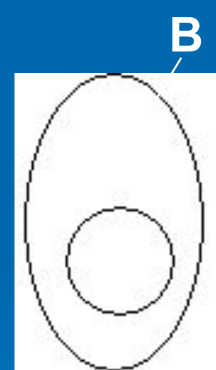
Круги Эйлера – это особые чертежи, при помощи которых наглядно представляют отношения между множествами.



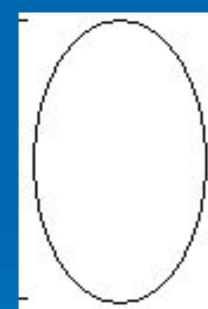
Множества А и В имеют общие элементы, но ни одно из них не является подмножеством другого



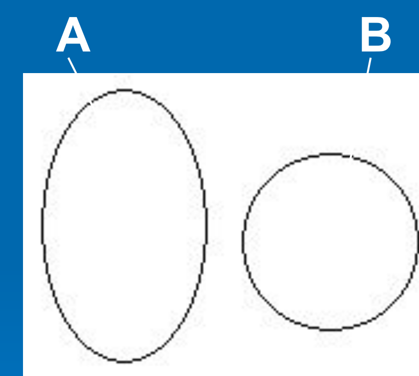
В М А



А М В



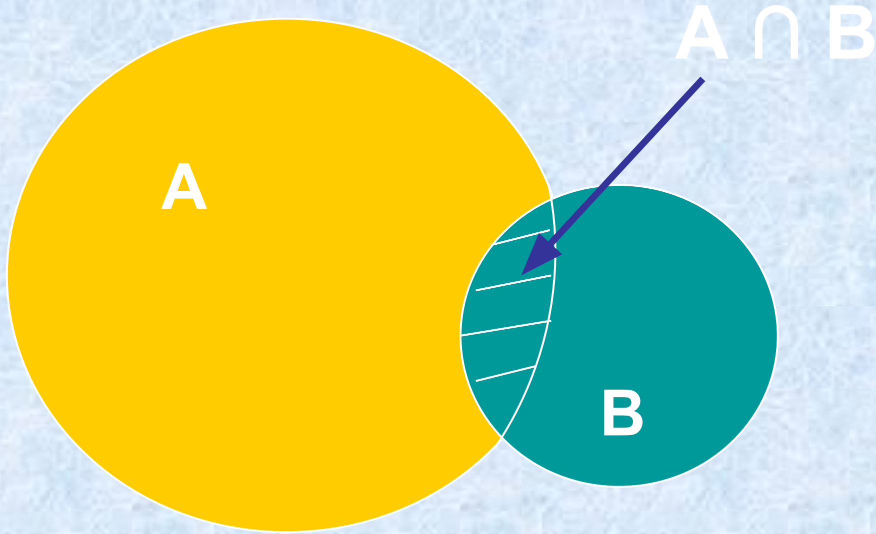
А = В



Множества А и В не пересекаются

Определение*:** ***Пересечением множеств А и В называют множество, состоящее из ***всех общих*** элементов множеств А и В, т.е. из всех элементов, которые принадлежат и множеству А, и множеству В

- Обозначение: **$A \cap B$**
- Запись: **$A \cap B = \{x \mid x \in A$ и $x \in B\}$**



Найти пересечение A∩B множеств A и B.

а) A = {11, 22, 33, …, 88, 99}, B = {3, 6, 9, …}

б) A – множество различных букв в слове «алгебра», B – множество различных букв в слове «геометрия».

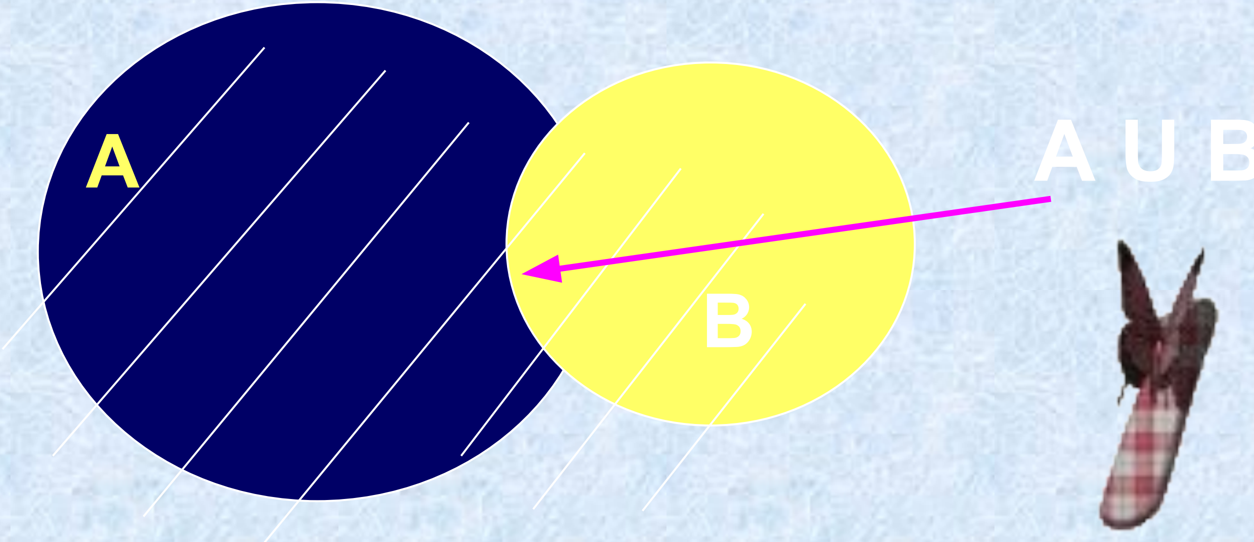
Ответы: а) A∩B = {33, 66, 99}

б) ~~а~~, л, г, е, ~~б~~, р г, е, ~~о~~, ~~м~~, ~~т~~, р, ~~и~~, ~~я~~

A∩B = {г, е, р}

Определение: **Объединением** множеств A и B называют множество, состоящее из **всех элементов**, которые принадлежат хотя бы одному из этих множеств – или множеству A, или множеству B.

- **A U B**
- **AUB = {x | x $\in$ A или x $\in$ B}**



- Найти объединение AUB множеств A и B.
- а) A – множество делителей числа 105,

  B – множество делителей числа 55

Решение: A = {1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105}

B = {1, 5, 11, 55}

AUB = {1, 3, 5, 7, 11, 15, 21, 35, 55, 105}

Задания

№ 542(а, в)

Найдите пересечение $A \cap B$ множеств A и B.

а) $A = \{10, 20, 30, \ldots\}$, $B = \{1\ 2, 3, \ldots, 41\}$

в) $A = \{-11, -10, -9, \ldots, -1, 0, 1, \ldots 9\}$,

B – целые числа, кратные 10

№ 543 - 544(а, г)

- Даны числовые промежутки:

A = (0; 1), B = [-0,5; 0,9], C = [-1; 1],

D = (0,1; 1,1]. Изобразите на числовой прямой множества:

- **а)A ∩ B;   г)A ∩ B ∩ C ∩ D**

- **а)A U B;   г)A U BU C U D**

№ 545

Даны множества: A = {a,b,c,d},

B = {c,d,e,f}, C = {c,e,g,k}.

Найдите множество: а) (A ∩ B) ∩ C

б) (A ∩ B) U C

в) (A U B) ∩ C

г) (A U B) U C