

Множества и операции над ними

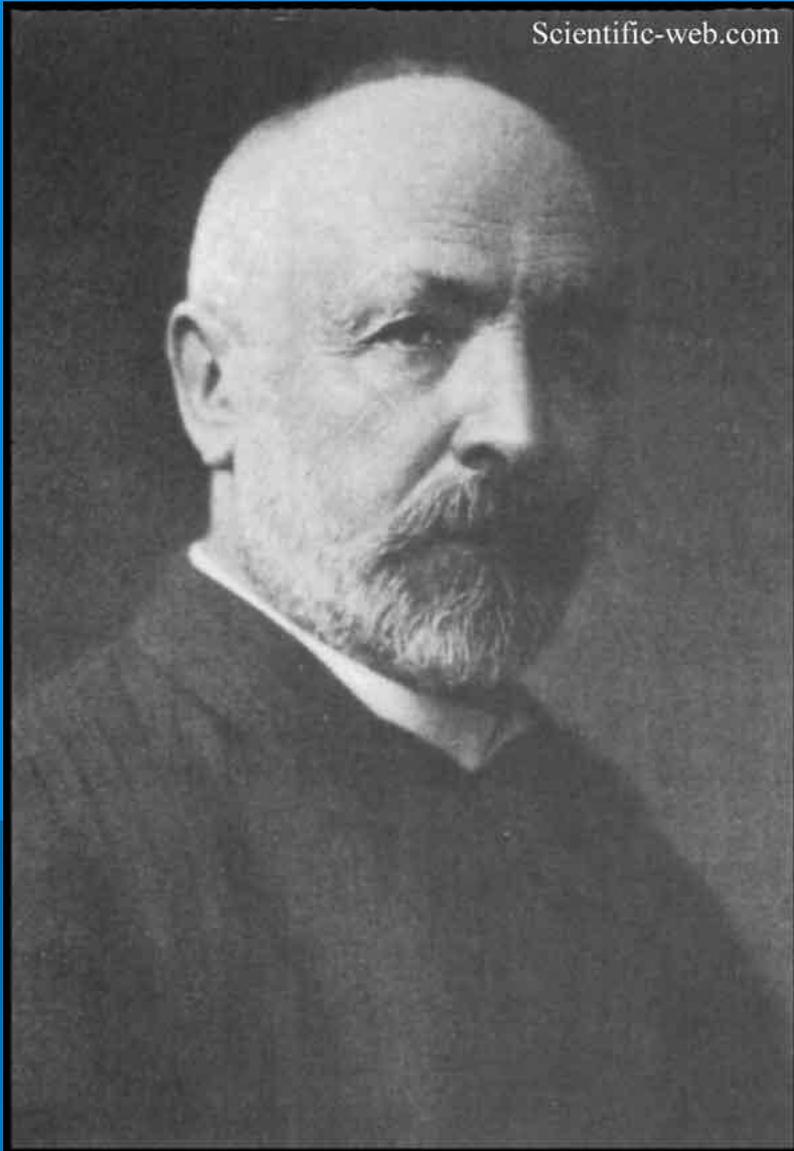
Урок математики в 10 классе

Работа ученицы 10-б класса
Аблицовой Алены

Понятия теории множеств

Понятие множества является одним из наиболее общих и наиболее важных математических понятий. Оно было введено в математику немецким ученым Георгом Кантором (1845-1918). Следуя Кантору, понятие "множество" можно определить так:

- ✓ ***Множество – совокупность объектов, обладающих определенным свойством, объединенных в единое целое.***



*«Множество
есть многое,
мыслимое
нами как
единое».*

*Основоположник
теории множеств
немецкий
математик*

*Георг Кантор
(1845-1918)*

- Объекты, составляющие множество, называются элементами множества.
- Среди множеств выделяют особое множество - пустое множество.
- Пустое множество - множество, не содержащее ни одного элемента.
- Пустое множество является частью любого множества.

№3. Примеры пустых множеств.

Решение:

- 1) Множество квадратных уравнений, которые имеют более двух разных корней;
- 2) множество простых делителей числа 1;
- 3) множество точек пересечения двух параллельных прямых;
- 4) множество прямых углов равностороннего треугольника;
- 5) множество людей на Солнце;
- 6) множество двузначных положительных чисел, расположенных на числовом луче левее 9.

Понятие множества принадлежит к числу основных, неопределяемых понятий математики.

Множество – набор, совокупность, собрание каких-либо объектов (элементов), обладающих общим для всех их характеристическим свойством.

Примеры множеств:

множество учащихся в данной аудитории;

множество людей, живущих на нашей планете в данный момент времени;

множество точек данной геометрической фигуры;

множество чётных чисел;

множество корней уравнения $x^2 - 5x + 6 = 0$;

множество действительных корней уравнения $x^2 + 9 = 0$;

Множество считается определенным , если указаны все его элементы. Эти элементы могут быть указаны с помощью некоторого общего признака или с помощью некоторого списка, где обозначены все элементы.

Конечное множество- множество, состоящее из конечного числа элементов.

Бесконечное множество- непустое множество, не являющееся конечным.

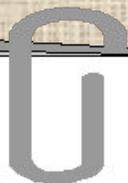
Пример: Множество натуральных уральских чисел является бесконечным.

Упорядоченное множество - множество, каждому элементу которого поставлено в соответствие некоторое число (номер этого элемента) от 1 до n , где n - число элементов множества, так что различным элементам соответствуют различные числа. Каждое конечное множество можно сделать упорядоченным, если, например, переписать все элементы в некоторый список (a, b, c, d, \dots) , а затем поставить в соответствие каждому элементу номер места, на котором он стоит в списке.

Язык теории множеств

Множество состоит из элементов.

Словесное описание множества	Поэлементное описание множества	Задание множества перечислением его элементов
Цифры десятичной системы счисления	Множество состоит из цифр 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9	{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}
Гласные буквы русского алфавита	Множество состоит из букв А,Е,Е,И,О,У,Ы,Э,Ю,Я,	{А,Е,Е,И,О,У,Ы,Э,Ю,Я}
Корни уравнения $x^2 + 10x = 39$	Множество состоит из чисел 3 и -13	{-13;3}



СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ МНОЖЕСТВ

	Задание множества	Словесное описание множества
1	$\{10, 15, 20, \dots, 90, 95\}$	Множество всех двузначных чисел, кратных пяти
2	$\{1, 4, 9, 16, 25, 49, \dots\}$	Множество всех квадратов натуральных чисел
3	\mathbb{N}	Множество натуральных чисел
4	\mathbb{Q}	Множество рациональных чисел
5	$\{x \mid 2 < x < 7\}$	Множество всех чисел, которые больше 2 и меньше 7
6	$(2; 7)$	Множество всех чисел, которые больше 2 и меньше 7

Задание множества с помощью характеристического свойства

$$\{x \mid 2 < x < 7\}$$



Символы	Как они читаются
$\{ \dots \}$	Множество ...
$\{x\dots\}$	Множество всех x ...
$\{x \mid \dots\}$	Множество всех x таких, что ...
$\{x \mid 2 < x < 7\}$	Множество всех x таких, что $2 < x < 7$

Словесные обороты

- Элемент x принадлежит множеству A
- x является элементом множества A

$$x \in A$$

$$3 \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

- Элемент x не принадлежит множеству A
- x не является элементом множества A

$$x \notin A$$

$$13 \notin \{1, 3, 5, 7, 9\}$$



Пример: Множество учеников данного класса определяется их списком в классном журнале, множество всех стран на земном шаре - их списком в атласе, множество всех костей в человеческом теле - их списком в учебнике анатомии.

Пример: Хотя множество всех рыб в океане конечно, вряд ли его можно задать списком.

Пример: Свойство "быть квадратом целого числа" задает (бесконечное) множество всех квадратов целых чисел.

Пример: Множество толстокожих животных, имеющих два бивня, совпадает с множеством толстокожих животных, имеющих хобот, - это множество слонов.

Подмножества

□ Элементы, образующие данное множество A , можно объединять не сразу все вместе, а группируя их в разных комбинациях. Так можно получать подмножества данного множества.

□ **Пример:** A – множество всех учеников девятого класса

B – множество девочек этого девятого класса

C – множество мальчиков этого девятого класса

B и C – подмножества множества A



□ **Определение:** Если каждый элемент множества B является элементом множества A , то множество B называют подмножеством множества A .

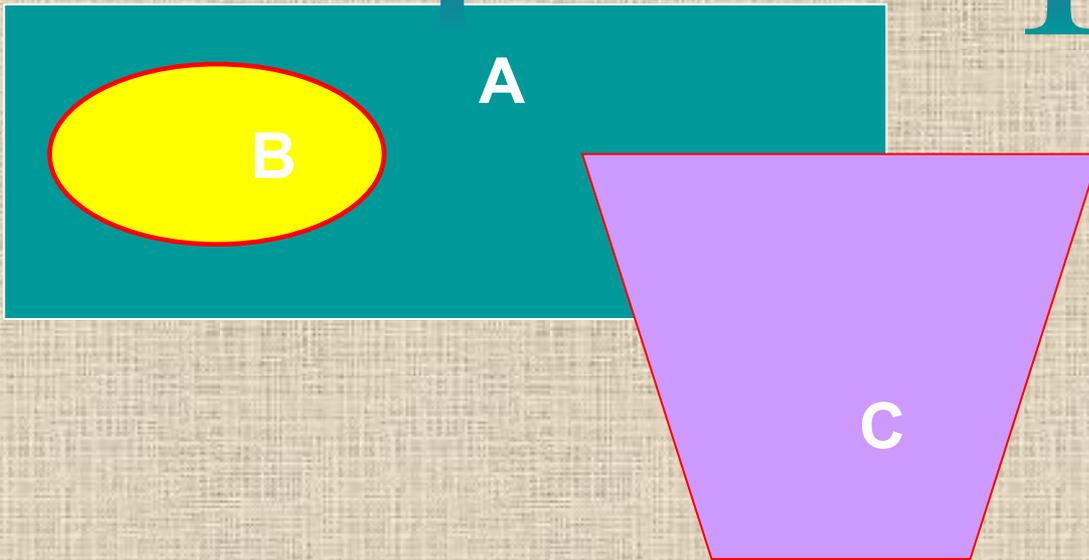
□ Обозначение $B \subset A$



□ Знак \subset называют знаком **включения**

Примеры:

1



$$B \subset A$$

$$C \not\subset A$$

$$2. A = \{ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 \}$$

$$B = \{ 6, 12 \}$$

$$C = \{ 2, 5, 8, 11 \}$$

$$B \subset A$$

$$C \not\subset A$$



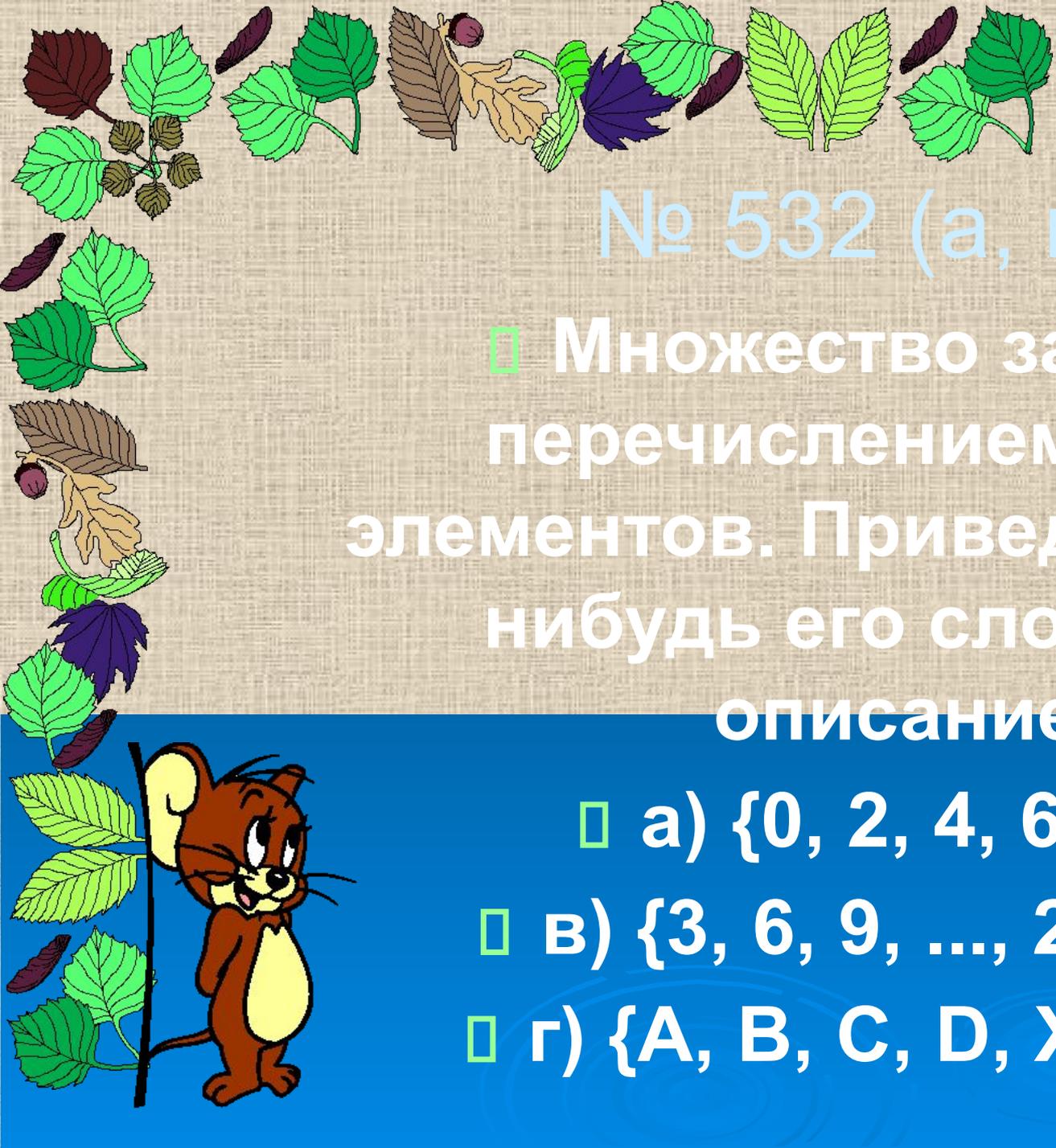
задания

№5. а) Множество задано словесным описанием. Задайте это множество, перечислив его элементы: а) цифры, которые

больше  ;

б) целые отрицательные числа, которые больше  .





№ 532 (а, в, г)

□ Множество задано перечислением своих элементов. Приведите какое-нибудь его словесное описание:

□ а) $\{0, 2, 4, 6, 8\}$

□ в) $\{3, 6, 9, \dots, 27, 30\}$

□ г) $\{A, B, C, D, X, Y, Z\}$



№ 536(а)

Верно ли, что:

$$0,7 \in \{x \mid x^2 - 1 < 0\}$$



№ 538 Дано множество $\{-8,1; \sqrt{2}; 17/7\}$.
Перечислите все его подмножества,
состоящие из двух чисел:

- а) разного знака
- б) положительных
- в) рациональных
- г) среди которых есть иррациональное число



№ 541



□ На числовой прямой изобразите следующие промежутки:

$A = (-\sqrt{2}; 1)$, $B = [0; 1,9)$, $C = [-1,5; 200/101]$.

Верно ли, что:

а) $A \subset B$

б) $B \subset C$

с) $C \subset A$

г) $A \subset C$



Изображение множеств в виде плоских фигур очень удобно для наглядного объяснения различных операций над множествами.

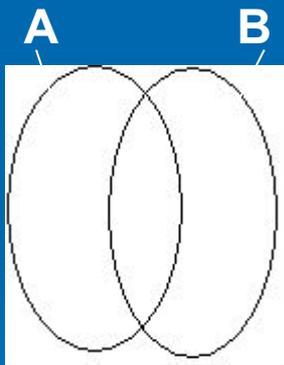
Обычно множества изображают в виде кругов.

Такие круги называют

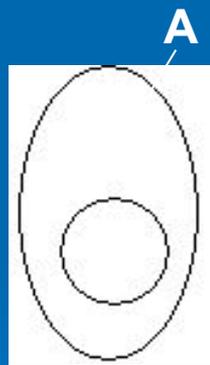
кругами Эйлера.

Круги Эйлера

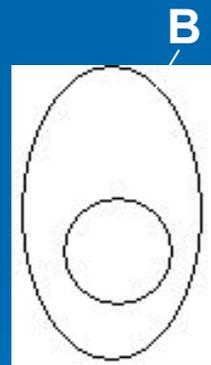
Круги Эйлера – это особые чертежи, при помощи которых наглядно представляют отношения между множествами.



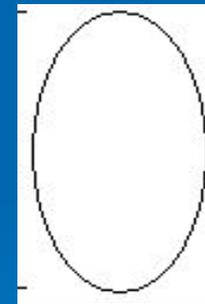
Множества A и B имеют общие элементы, но ни одно из них не является подмножеством другого



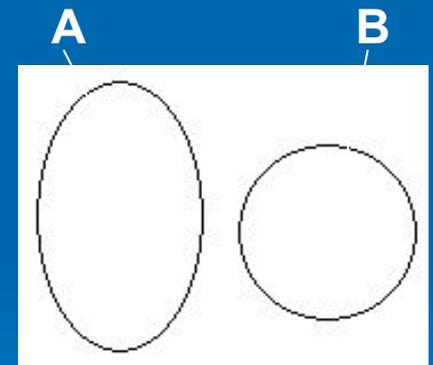
$B \subset A$



$A \subset B$



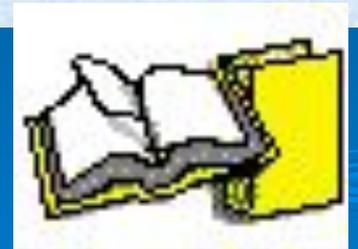
$A = B$



Множества A и B не пересекаются

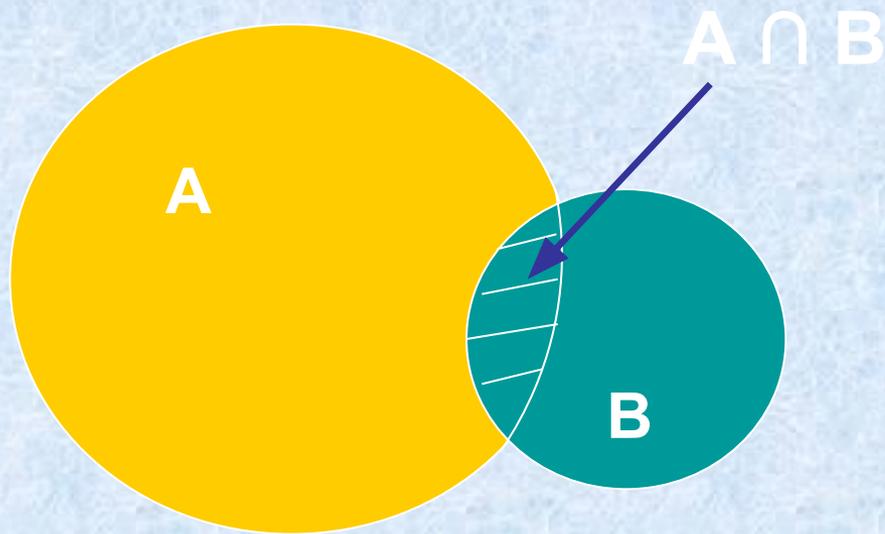


Определение: Пересечением множеств A и B называют множество, состоящее из **всех общих** элементов множеств A и B , т.е. из всех элементов, которые принадлежат и множеству A , и множеству B



□ Обозначение: $A \cap B$

□ Запись: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$



Найти пересечение $A \cap B$ множеств A и B.

а) $A = \{11, 22, 33, \dots, 88, 99\}$, $B = \{3, 6, 9, \dots\}$

б) A – множество различных букв в слове

«алгебра», B – множество различных букв в слове «геометрия».

Ответы: а) $A \cap B = \{33, 66, 99\}$

б) ~~а~~/л, г, е, ~~б~~, р г, е, ~~о~~, ~~м~~, ~~т~~, р, и, ~~я~~
 $A \cap B = \{г, е, р\}$

□

Определение: Объединением множеств A и B называют множество, состоящее из **всех элементов**, которые принадлежат хотя бы одному из этих множеств – или множеству A , или множеству B .

□

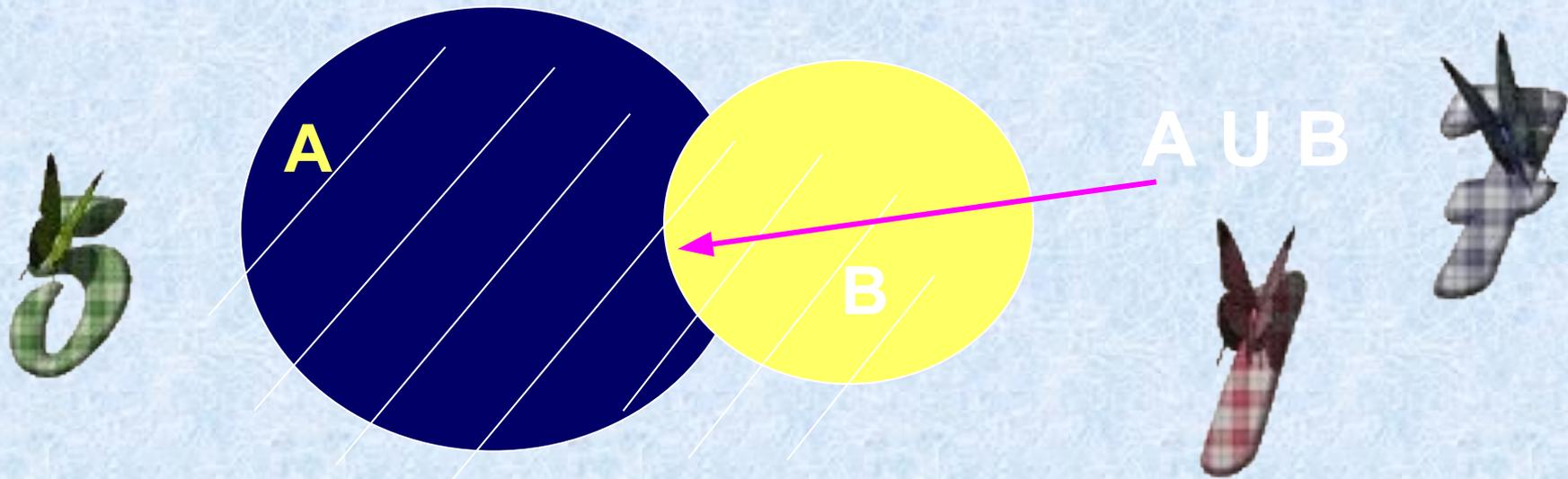
$A \cup B$

□

B

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in$$





- Найти объединение $A \cup B$ множеств A и B .
- а) A – множество делителей числа 105,
 B – множество делителей числа 55

Решение: $A = \{1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105\}$

$B = \{1, 5, 11, 55\}$

$A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 11, 15, 21, 35, 55, 105\}$



задания

№ 542(а, в)

Найдите пересечение $A \cap B$
множеств A и B .

а) $A = \{10, 20, 30, \dots\}$, $B = \{1, 2, 3, \dots, 41\}$

в) $A = \{-11, -10, -9, \dots, -1, 0, 1, \dots, 9\}$,

B – целые числа, кратные 10





№ 543 - 544(а, г)

□ Даны числовые промежутки:

$$A = (0; 1), B = [-0,5; 0,9], C = [-1; 1],$$

$D = (0,1; 1,1]$. Изобразите на
числовой прямой множества:

□ а) $A \cap B$; г) $A \cap B \cap C \cap D$

□ а) $A \cup B$; г) $A \cup B \cup C \cup D$



№ 545

Даны множества: $A = \{a, b, c, d\}$,

$B = \{c, d, e, f\}$, $C = \{c, e, g, k\}$.

Найдите множество: а) $(A \cap B) \cap C$

б) $(A \cap B) \cup C$

в) $(A \cup B) \cap C$

г) $(A \cup B) \cup C$

