

Северо-Западный государственный заочный технический университет

Кафедра теплотехники и теплоэнергетики

*Моделирование,  
алгоритмизация  
и оптимизация элементов и  
систем в  
теплоэнергетике*

## Программа дисциплины

Объем: 150 часов

Структура:

Введение

Гл. 1 Методологические основы математического моделирования

Гл. 2 Моделирование задач с использованием математического программирования

Гл. 3 Графическое моделирование

Гл. 4 Элементы теории вероятности. Имитационное моделирование

Гл. 5 Элементы теории надежности

Гл. 6 Элементы математической статистики

Гл. 7 Исследование математических моделей

### Практические занятия:

ПЗ №1 Постановка простейших математических моделей и методика их реализации на ЭВМ.

ПЗ №2 Исследование функциональных зависимостей на ЭВМ.

### Текущий контроль

#### Контрольные работы:

КР №1 Построение и оптимизация сетевой модели

КР №2 Решение транспортной задачи методами математического программирования

### Промежуточная аттестация:

#### Экзамен

## Литература:

1. Моделирование, алгоритмизация и оптимизация элементов и систем в теплоэнергетике  
/Методический комплекс. СПб, СЗТУ, 2004  
([http://window.edu.ru/window/catalog?p\\_rid=24926](http://window.edu.ru/window/catalog?p_rid=24926))
2. Вентцель Е.С. Исследование операций: Задачи, принципы, методология.- М.: Высшая школа, 2001.
3. Карманов В.Г. Математическое программирование: учебное пособие.- 5-е изд.- М.:Физматлит, 2004
4. Лисицын В. Основы методов оптимизации.- М.: МАИ, 2003
5. Пантелеев А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах: учебное пособие для студентов высших технических учебных заведений. – М.: Высшая школа, 2005.
6. Салмин И.Д. Математические методы решения оптимизационных задач: учебное пособие.- М.: МИФИ, 2004
7. Загребаев А.М. и др. Методы математического программирования в задачах оптимизации сложных технических систем.- М.: МИФИ, 2007.

# Понятие системы

**Система** – совокупность объектов, взаимодействие которых вызывает наличие новых, интегративных качеств, не свойственных образующим систему компонентам (Афанасьев В.Г. «Философские проблемы управления»)

**Система** (греч. — целое, составленное из частей; соединение элементов ) – организация существования явлений, процессов, вещей, элементов, обособленного целого, которую составляют находящиеся во взаимных отношениях части и элементы. (*Большой толковый словарь*)

**Система**- множество взаимосвязанных объектов, организованных некоторым способом в единое целое.(Википедия – свободная энциклопедия)

**Система** — набор сущностей и их связей, выделенных из среды на определенное время и с определенной целью. объединение или совокупность элементов, скомбинированных природой или человеком таким образом, чтобы образовать единое или составное целое (*Американская энциклопедия*)

**Система**- это соединение компонентов, которые взаимодействуют друг с другом для выполнения функций, которые не могут быть исполнены никакой из отдельно взятых частей (*стандартный словарь терминов IEEE по электротехнике и электронике*)

Итак, **система** – это:

-**совокупность** элементов (подсистем).

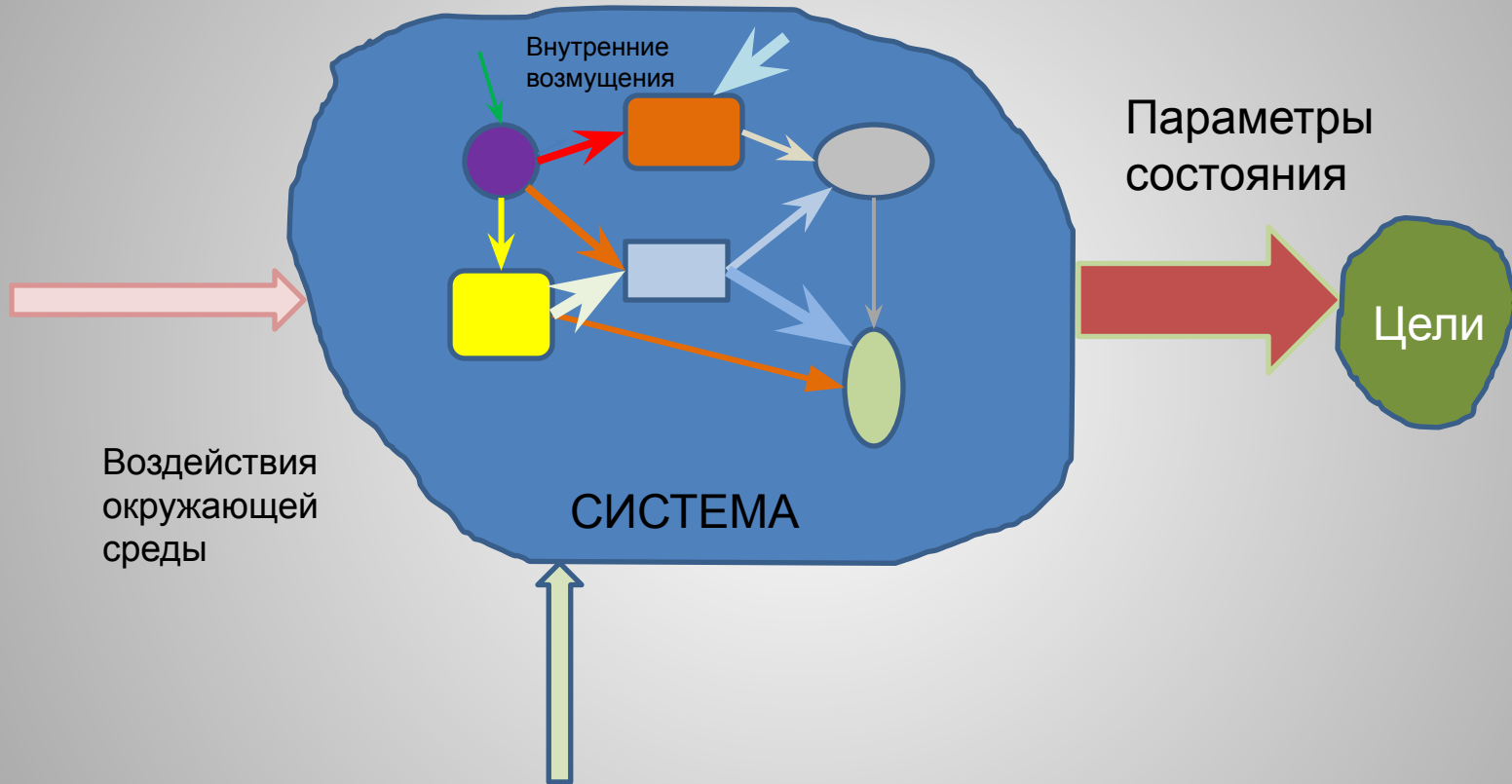
При определенных условиях элементы сами могут рассматриваться как системы, а исследуемая система – как элемент более сложной системы;

-**связи** между элементами в системе превосходят по силе связи этих элементов с элементами, не входящими в систему. Это свойство позволяет выделить систему из среды;

-для любой системы характерно существование интегративных качеств (свойство эмерджентности), которые присущи системе в целом, но не свойственны ни одному ее элементу в отдельности: систему нельзя сводить к простой совокупности элементов;

-система всегда имеет цели, для которых она функционирует и существует

# ОКРУЖАЮЩАЯ СРЕДА



Основными понятиями общей теории систем являются «целостность», «структура», «элемент», «связи», «функции», «цели», «среда» и т.д.

Целостность — несводимость свойств целого к его составляющим, анализ частей системы с точки зрения целого.

Структура — расположенность относительно друг друга входящих в систему элементов и частей.

Элемент — составляющая часть системы, наделённая в системе определенными функциями.

Подсистема — часть рассматриваемой системы; относительно самостоятельная и оформленная система, действующая как часть целого.

Целью системы является сохранение и воспроизводство самой системы, а также взаимодействие с другими системами — внешними и внутренними.

Цели — это те конечные результаты, на достижение которых направлена деятельность

## Классификация систем

Виды систем — совокупность определённых признаков, позволяющих соотносить рассматриваемую систему с той или иной группой.

Прежде всего необходимо определить способ выделения системообразующего критерия (совокупности таких критериев) и классификации систем по данному критерию (совокупности критериев).

### А. По предметной области

- **Экологическая система** - это весь материальный мир обитания человека
- **Физические системы** обеспечивают различные взаимодействия тел и полей
- **Химические системы** осуществляют непрерывный обмен веществ в природе, их преобразование
- **Биологические системы** координируют жизнедеятельность всех организмов и их отдельных органов
- **Социальные системы** - это идеально-реальный мир, в котором живет человек (общество, государство, семья, ...)
- **Искусственные системы** - это системы, созданные человеком в результате направленной деятельности



## Классификация систем

### Б. По свойствам

- Динамические (статические) - выход (не) зависит от предыстории
- Детерминированные (стохастические) - есть (нет) повторяемость нет (есть) случайности
- Линейные (нелинейные)
- Стационарные (нестационарные) - нет (есть) изменения параметров во времени
- Дискретные (непрерывные) - выход системы изменяется во времени дискретно, через шаг  $t$  (непрерывно)

### В. По сложности и размерам

- Сложные – членение системы на компоненты разных уровней происходит до компонент, которые остаются системами со всеми характерными свойствами систем.
- Простые –компоненты систем не являются системами
- Большие – сложные многоуровневые (иерархические) системы, в которых пространственный фактор имеет существенное значение

### Г. По степени участия человека

- Технические (без участия человека, в том числе САУ)
- Организационные (коллективы людей, образованные с определенными целями)
- Человеко-машинные

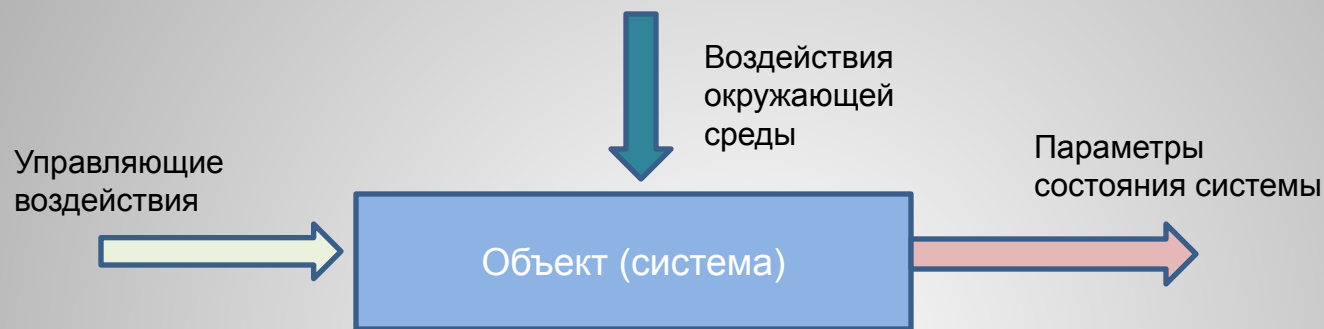
**Системный подход** – направление научного познания и социальной практики, в основе которого лежит рассмотрение объектов как систем; ориентирует исследование на раскрытие целостности объекта, на выявление многообразных типов связей в нем и сведение их в единую теоретическую картину

Методология системного подхода при решении **задач анализа** систем сводится к тому, что исследования объекта ориентируются на раскрытие его интегративных качеств, на выявлении многообразных связей и механизмов, обеспечивающих эти качества.

Методология системного подхода при решении **задач проектирования и синтеза** систем состоит в следующем. Задача проектирования системы расчленяется на подзадачи проектирования ее элементов. Причем, каждый из элементов должен рассматриваться не сам по себе, а во взаимодействии с другими элементами. Решение подзадач должно происходить при условии обеспечения интегративных качеств функционирования всей системы.

# Управление системами

Управление – процесс воздействия на объект (систему) с целью достижения желаемого результата



Основные принципы управления: 1. Программное управление 2. Управление по возмущению 3. Управление по отклонению

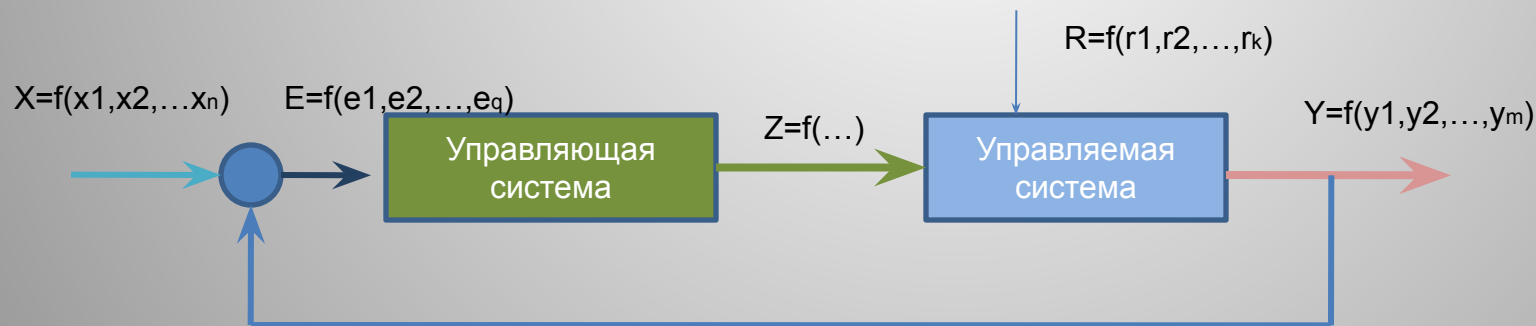
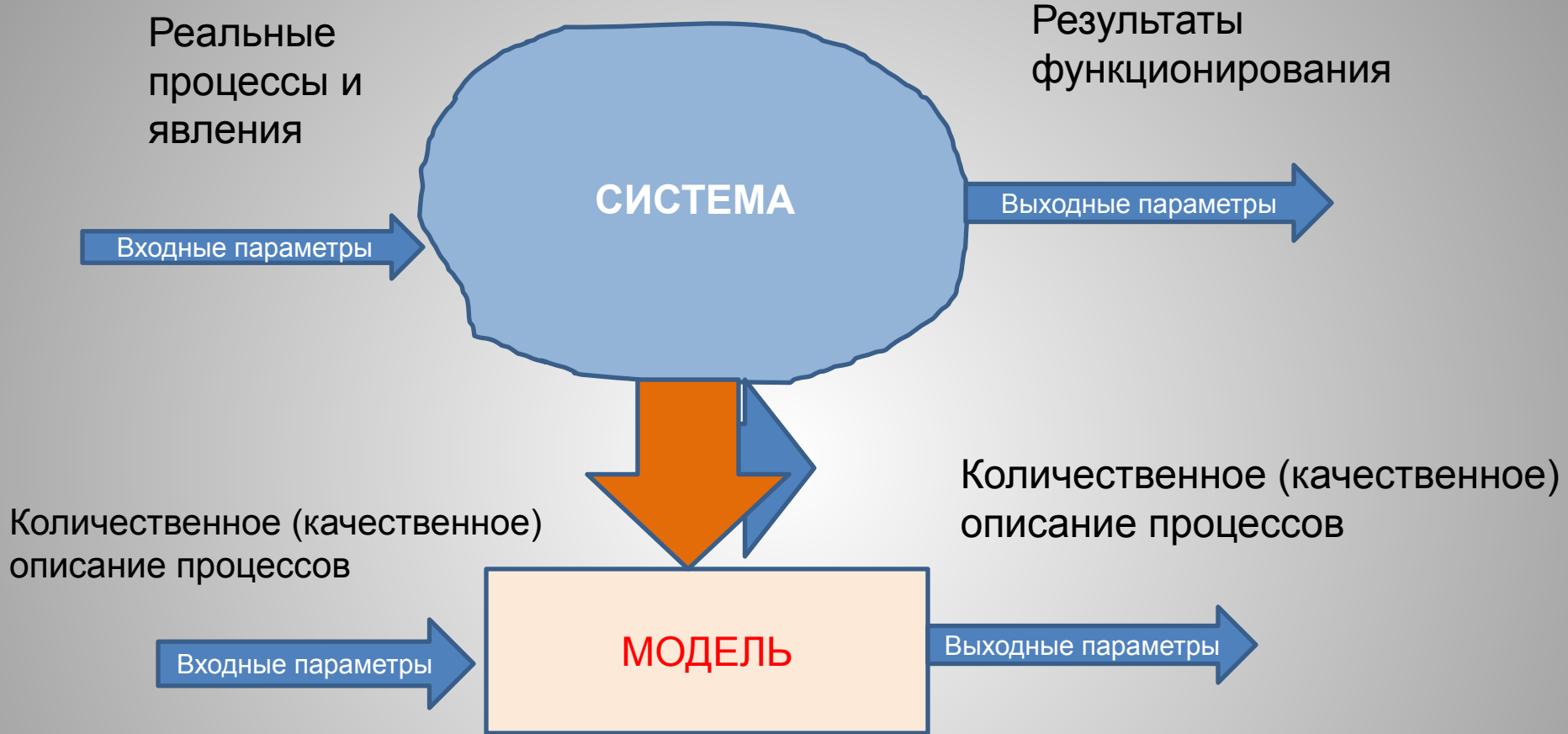




Схема управления организационной системой



## Что такое **модель**?

**Модель** (французское *modele*, от латинского *modulus* - мера, образец)

**Модель** — в конструировании, промышленном дизайне — изделие или деталь изделия которое воспроизводит форму и/или другие характеристики сложного изделия или детали. Модель, как правило, намного дешевле и быстрее в изготовлении, чем моделируемое изделие. Используется для уточнения характеристик изделия или детали. (Википедия)

**Модель** — Устройство, воспроизводящее, имитирующее строение и действие какого-либо другого («моделируемого») устройства в научных, образовательных, производственных (при испытаниях) или спортивных целях (Википедия)

**Модель** — любой образ, аналог (мысленный или условный: изображение, описание, схема, чертеж, график, карта и т.п.) какого-либо объекта, процесса или явления («оригинала» данной модели) (Википедия)

**Модель** — упрощенное представление некоторого объекта или явления.

**Модель** содержит в себе те характеристики и свойства, которые имеют отношение к решаемой задаче

- Модель дает **упрощенное** описание объекта или явления
- Модель **соответствует** реальному объекту или явлению
- Модель создается для **решения** некоторой задачи

**Моделирование** - одна из основных категорий теории познания: на идее моделирования, по существу, базируется любой метод научного исследования как теоретической (при котором используются различного рода знаковые, абстрактные модели), так и экспериментальный (использующий предметные модели).

**Моделирование** – это исследование каких-либо явлений, процессов или систем объектов путем построения и изучения их моделей; использование моделей для определения или уточнения характеристик и рационализации способов построения вновь конструируемых объектов.

Формы представления **моделей**:

- Уменьшенные (увеличенные) копии объектов
- Физические (химические, биологические, социальные, ...) аналогии с объектом;
- Словесные описания;
- Чертежи и блок-схемы;
- Логические блок-схемы и таблицы решений;
- Кривые, таблицы и номограммы;
- Математические описания  
(ЛИ Т.Г., Адамс Г.Э., Гейнз У.Н. «Управление процессами с помощью ЭВМ, моделирование и оптимизация»)





**Математическое моделирование** —

процесс построения и изучения математических моделей реальных процессов и явлений.

**Математической моделью** реальной системы называется совокупность соотношений (формул, уравнений, неравенств, логических условий, операторов и т.д.), определяющих характеристики состояний системы (а через них и выходные сигналы) в зависимости от параметров системы, входных сигналов, начальных условий и времени (Бусленко Н.П. «Моделирование сложных систем»)

**Математическая модель** — это упрощенное описание реальности с помощью математических понятий.

Все естественные и общественные науки, использующие математический аппарат, по сути занимаются математическим моделированием: заменяют реальный объект его моделью и затем изучают последнюю. Как и в случае любого моделирования, математическая модель не описывает полностью изучаемое явление, и вопросы о применимости полученных таким образом результатов являются весьма содержательными.

# Методология математического моделирования



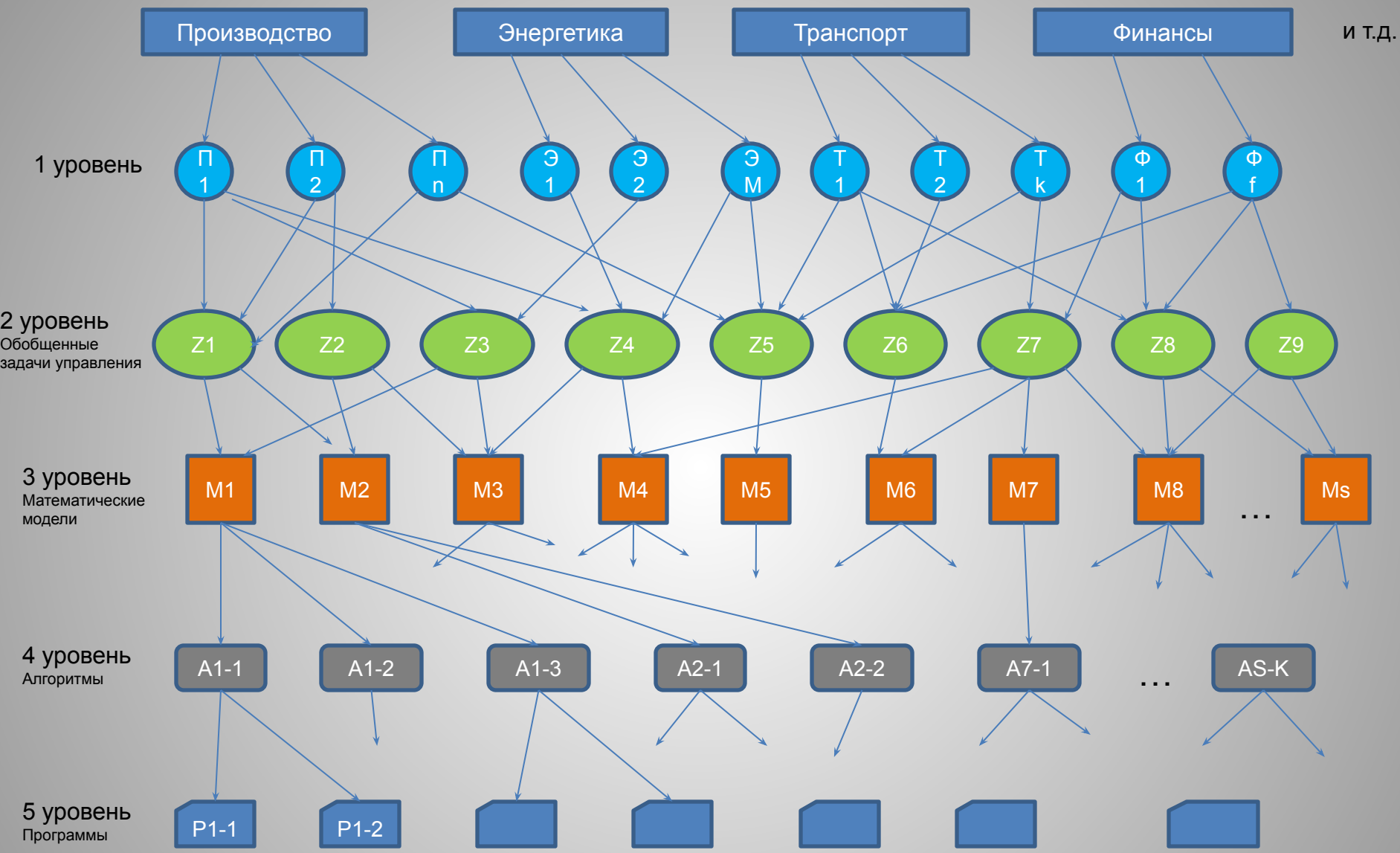
**1-2. Знание предметной области, учет существенных факторов, абстрагирование.**

Специалист предметной области, прикладной математик, изучивший предметную область.

**2-3. Умение количественно (а иногда хотя-бы качественно) описать взаимосвязь входящих в расчетную схему элементов.**  
Прикладной математик (!!).

**3-4. Численные методы (наука, которую вы уже изучили!)**  
Математик, прикладной математик.

**4-5. Программирование (вот это вы можете!!!)**  
Программист, но лучше - прикладной математик.



## 2 уровень - Обобщенные задачи управления

Обозначение	Название задачи
Z1	Автоматического управления
Z2	Распределения и назначения
Z3	Управления запасами
Z4	Надежность и замена оборудования
Z5	Массового обслуживания
Z6	Упорядочения и согласования
Z7	Поиска и диагностики
Z8	Сетей и выбора маршрутов
Z9	Конфликтов, переговоров, торгов, состязаний

### 3 уровень – математические модели

Обозначение	Математические модели и методы
М1	Дифференциальные и разностные уравнения
М2	Теория автоматов и математическая логика
М3	Теория случайных процессов
М4	Математическое программирование- линейное
М5	- нелинейное
М6	- дискретное
М7	- динамическое
М8	- стохастическое
М9	Теория распознавания
М10	Теория расписаний и комбинаторная математика
М11	Теория игр и статистических решений
М12	Теория графов и сетей
М13	Теория массового обслуживания и Марковские процессы
М14	Теория семиотики

# Обобщенные задачи управления и методы их решения

## Z1. Задачи автоматического управления

### Методы решения:

M1 – Дифференциальные и разностные уравнения

M2 – Теория автоматов и математическая логика

## Z2. Задачи распределения и назначения

### Методы решения:

M1 - Дифференциальные и разностные уравнения

M4 – Линейное программирование

M5 – Нелинейное программирование

M6 – Динамическое программирование

M7 – Динамическое программирование

M8 – Стохастическое программирование

M10 – Теория расписаний и комбинаторная математика

M12 – Теория графов и сетей

M14 – Теория семиотики

# Обобщенные задачи управления и методы их решения

## Z3. Задачи управления запасами

### Методы решения:

M1 - Дифференциальные и разностные уравнения

M8 – Стохастическое программирование

M12 – Теория графов и сетей

## Z4. Задачи надежности и замены оборудования

### Методы решения:

M1 - Дифференциальные и разностные уравнения

M7 – Динамическое программирование

M13 - Теория массового обслуживания и Марковские процессы

## Z5. Задачи массового обслуживания

### Методы решения:

M1 - Дифференциальные и разностные уравнения

M10 – Теория расписаний и комбинаторная математика

M12 – Теория графов и сетей

M13 - Теория массового обслуживания и Марковские процессы

# Обобщенные задачи управления и методы их решения

## Z6. Задачи упорядочения и согласования

### Методы решения:

M2 - Теория автоматов и математическая логика

M6 – Дискретное программирование

M10 – Теория расписаний и комбинаторная математика

M12 – Теория графов и сетей

M14 – Теория семиотики

## Z7. Задачи поиска и диагностики

### Методы решения:

M2 - Теория автоматов и математическая логика

M4 – Линейное программирование

M5 – Нелинейное программирование

M9 - Теория распознавания

## Z8. Задачи сетей и выбора маршрутов

### Методы решения:

M4 – Линейное программирование

M7 – Динамическое программирование

M10 – Теория расписаний и комбинаторная математика

M12 – Теория графов и сетей



## Z9. Задачи конфликтов, переговоров, торгов, состязаний

### Методы решения:

M2 - Теория автоматов и математическая логика

M4 – Линейное программирование

M8 – Стохастическое программирование

M11 - Теория игр и статистических решений

# Системы, описываемые дифференциальными уравнениями

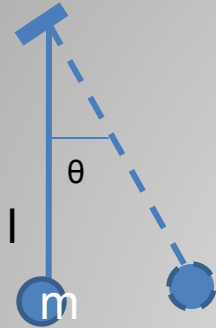


Рис.1

$$ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} + mgl\theta = 0$$

$$a_0 \frac{d^2y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_2y = 0$$

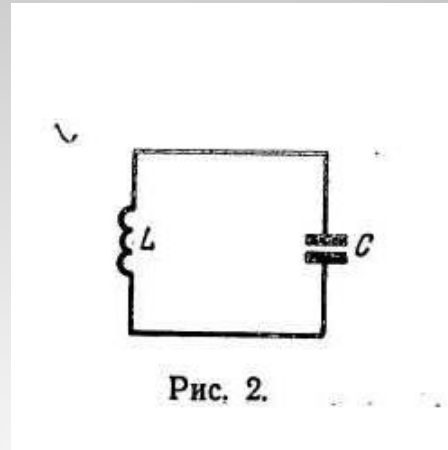


Рис. 2.

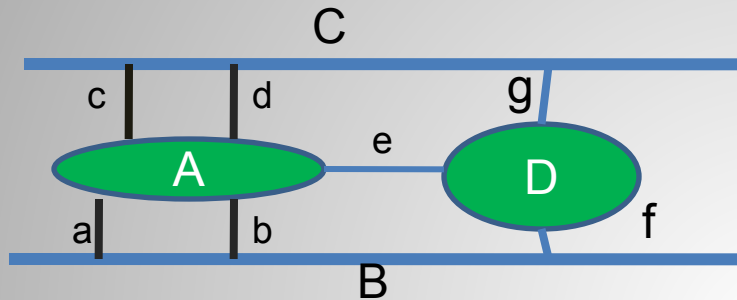
$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$$

- Уравнение свободного движения системы

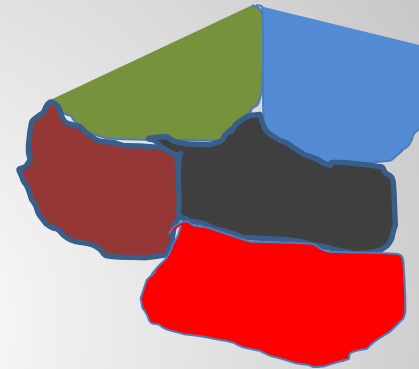
# Модели теории графов и сетей

## История вопроса

Задача о кенигсбергских мостах (Эйлер, 1736 г)

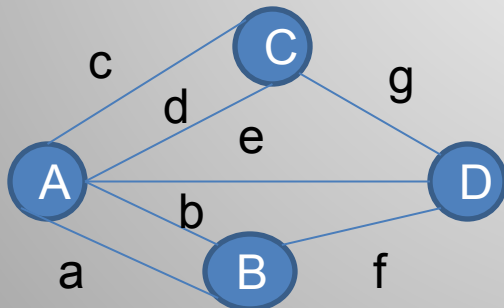


Задача о четырех красках (Де Морган, 1850 г)



## Основные понятия и определения

Графом называется математическая система, состоящая из двух множеств:  $V$  – множество вершин и  $U$  – множество ребер, т.е.  $G=(V,U)$



$$V = (A, B, C, D) \quad U = (a, b, c, d, e, f, g)$$

Граф- модель кенигсбергских мостов

# Основные понятия и определения

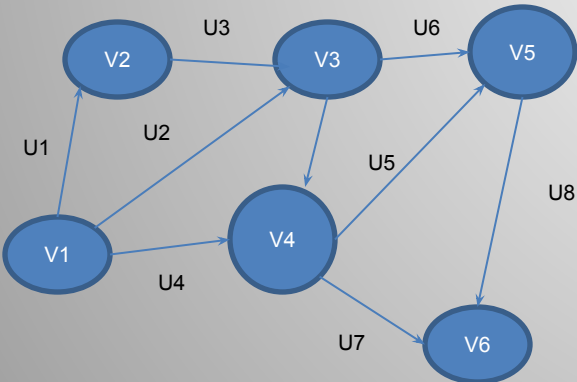
Графы бывают ориентированными, неориентированными и смешанными



Граф – множество элементов  $(V, U)$ , между которыми установлено отношение *инцидентности*

Список ребер и вершин графа

Как можно представить граф?



Ребра	Вершины
U1	V1, V2
U2	V1, V3
U3	V2, V3
U4	V1, V4
U5	V4, V5
U6	V3, V5
U7	V4, V6
U8	V5, V6

# Основные понятия и определения

Матрица **инцидентности** для неориентированного и (ориентированного) графа

Дуги верши ны	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8
V1	1	1	0	1	0	0	0	0
V2	1(-1)	0	1	0	0	0	0	0
V3	0	1(-1)	1(-1)	0	0	1	0	0
V4	0	0	0	1(-1)	1	0	1	0
V5	0	0	0	0	1(-1)	1(-1)	0	1
V6	0	0	0	0	0	0	1(-1)	1(-1)

**Инцидентность.** Ребро U1 инцидентно вершинам V1 и V2, а также V1 и V2 инцидентны U1

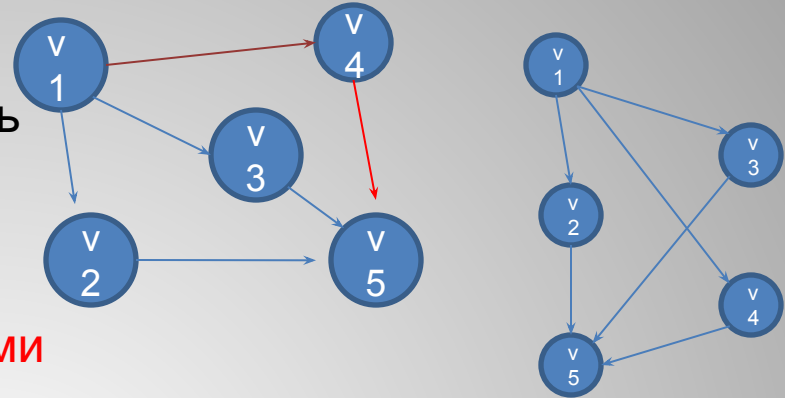
Матрица **смежности** графа (вершин)

**Смежность.** Смежными являются вершины, соединенные ребрами (дугами).

	V1	V2	V3	V4	V5	V6
V1	0	1	1	0	0	0
V2	0	0	1	0	0	0
V3	0	0	0	1	1	0
V4	0	0	0	0	1	1
V5	0	0	0	0	0	1
V6	0	0	0	0	0	0

## Основные понятия и определения

**Изоморфность.** Графы, у которых вершины и ребра (или дуги) могут быть поставлены во взаимно однозначное соответствие таким образом, что соотношения инцидентности у них одинаковые, называются **изоморфными**



**Часть графа.** Граф  $H$  называется **частью** графа  $G$ ,  $H \in G$ , если множество его вершин  $V(H)$  содержится в множестве  $V(G)$ , а множество его ребер  $U(H)$  – в множестве  $U(G)$ .

$H(V_1, V_2, V_3, V_5)$  – часть графа  $G$

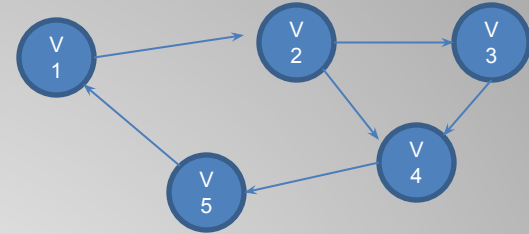
**Суграф.** Если  $V(H) = V(G)$ , часть графа называется **суграфом**

**Подграфом**  $F(S)$  графа  $G(V)$  с множеством вершин  $S \in V$  называется часть, которой принадлежат все ребра с обоими концами из  $S$

**Степень вершины графа** – это количество ребер, инцидентных данной вершине

## Основные понятия и определения

**Маршрут. Маршрутом** в неориентированном графе называется такая конечная или бесконечная последовательность ребер  $U(U_1, U_2, \dots, U_n)$ , что каждые два соседних ребра имеют общую точку. Одно и то же ребро может встречаться в маршруте несколько раз



**Цепь. Цепью** называется маршрут, если каждое ребро встречается в нем не более одного раза. Цепь является простой, если любая вершина графа инцидентна не более чем двум его ребрам. Ориентированная цепь называется также путем.

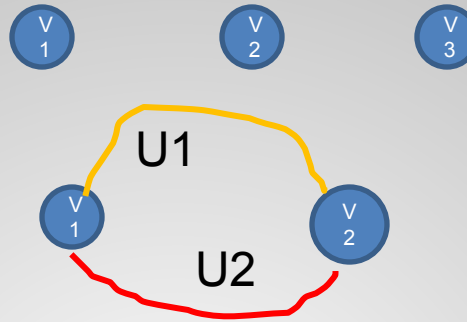
**Циклом** называется конечная цепь, начинающаяся и заканчивающаяся в одной вершине.

**Контуром** называется ориентированный цикл.  $(V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_1)$   
 $(V_1, V_2, V_4, V_5, V_1)$

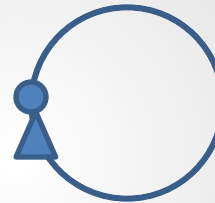
# Некоторые виды графов

## Нулевой граф

U1 и U2 – кратные ребра.  
Граф, содержащий кратные ребра - мультиграф

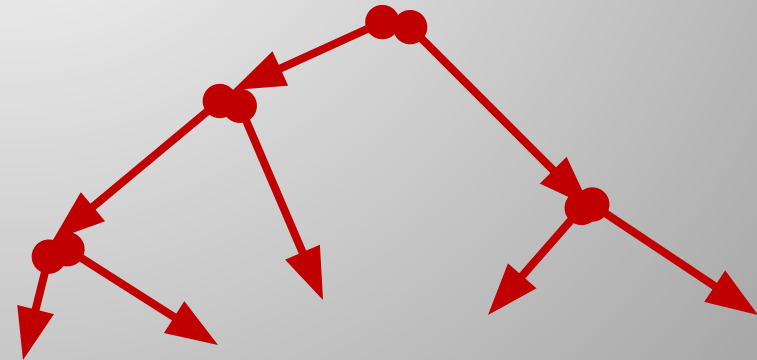
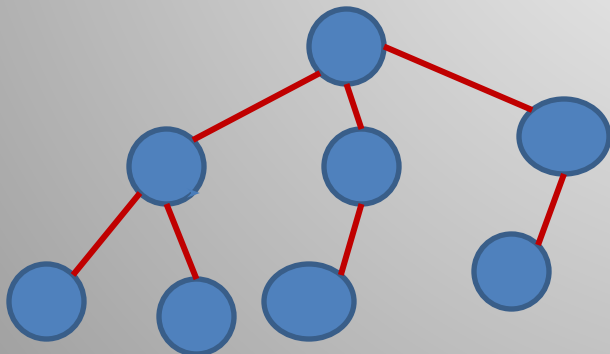


## Кольцо



Дерево – связный граф без циклов,  
а значит, без петель и кратных ребер

## Ориентированное дерево





Операции над графами: Объединение  $G_1 \cup G_2$   
Соединение  $G_1 + G_2$   
Произведение  $G_1 \times G_2$   
Композиция  $G = G_1[G_2]$

## *Некоторые задачи теории графов*

### 1. Задача о Кенигсбергских мостах

Обходу мостов соответствует последовательность ребер графа задачи, в которой два соседних ребра имеют общую вершину, т.е. маршрут.

Этот маршрут является простым циклом, содержащим все ребра графа.. Такие циклы и графы называются Эйлеровыми. Его можно изобразить одним росчерком пера.

Теорема Эйлера. Конечный неориентированный граф эйлеров тогда и только тогда, когда он связан и степени всех его вершин четны

### 2. Задача о выходе из лабиринта.

Может использоваться алгоритм обхода ребер графа.

Более эффективен т.н. Гамильтонов цикл, т.е. цикл, проходящий через все вершины графа.

**Более сложные классы задач, решаемые методами теории графов:**

Взвешенные графы

Покрытия

Раскраски и т.д.