

Северо-Западный государственный заочный технический университет

Кафедра теплотехники и теплоэнергетики

*Моделирование,
алгоритмизация
и оптимизация элементов и
систем в
теплоэнергетике*

Программа дисциплины

Объем: 150 часов

Структура:

Введение

Гл. 1 Методологические основы математического моделирования

Гл. 2 Моделирование задач с использованием математического программирования

Гл. 3 Графическое моделирование

Гл. 4 Элементы теории вероятности. Имитационное моделирование

Гл. 5 Элементы теории надежности

Гл. 6 Элементы математической статистики

Гл. 7 Исследование математических моделей

Практические занятия:

ПЗ №1 Постановка простейших математических моделей и методика их реализации на ЭВМ.

ПЗ №2 Исследование функциональных зависимостей на ЭВМ.

Текущий контроль

Контрольные работы:

КР №1 Построение и оптимизация сетевой модели

КР №2 Решение транспортной задачи методами математического программирования

Промежуточная аттестация:

Экзамен

Литература:

1. Моделирование, алгоритмизация и оптимизация элементов и систем в теплоэнергетике
/Методический комплекс. СПб, СЗТУ, 2004
(http://window.edu.ru/window/catalog?p_rid=24926)
2. Вентцель Е.С. Исследование операций: Задачи, принципы, методология.- М.: Высшая школа, 2001.
3. Карманов В.Г. Математическое программирование: учебное пособие.- 5-е изд.- М.:Физматлит, 2004
4. Лисицын В. Основы методов оптимизации.- М.: МАИ, 2003
5. Пантелеев А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах: учебное пособие для студентов высших технических учебных заведений. – М.: Высшая школа, 2005.
6. Салмин И.Д. Математические методы решения оптимизационных задач: учебное пособие.- М.: МИФИ, 2004
7. Загребаев А.М. и др. Методы математического программирования в задачах оптимизации сложных технических систем.- М.: МИФИ, 2007.

Понятие системы

Система – совокупность объектов, взаимодействие которых вызывает наличие новых, интегративных качеств, не свойственных образующим систему компонентам (Афанасьев В.Г. «Философские проблемы управления»)

Система (греч. — целое, составленное из частей; соединение элементов) – организация существования явлений, процессов, вещей, элементов, обособленного целого, которую составляют находящиеся во взаимных отношениях части и элементы. (*Большой толковый словарь*)

Система- множество взаимосвязанных объектов, организованных некоторым способом в единое целое.(Википедия – свободная энциклопедия)

Система — набор сущностей и их связей, выделенных из среды на определенное время и с определенной целью. объединение или совокупность элементов, скомбинированных природой или человеком таким образом, чтобы образовать единое или составное целое (*Американская энциклопедия*)

Система- это соединение компонентов, которые взаимодействуют друг с другом для выполнения функций, которые не могут быть исполнены никакой из отдельно взятых частей (*стандартный словарь терминов IEEE по электротехнике и электронике*)

Итак, **система** – это:

-**совокупность** элементов (подсистем).

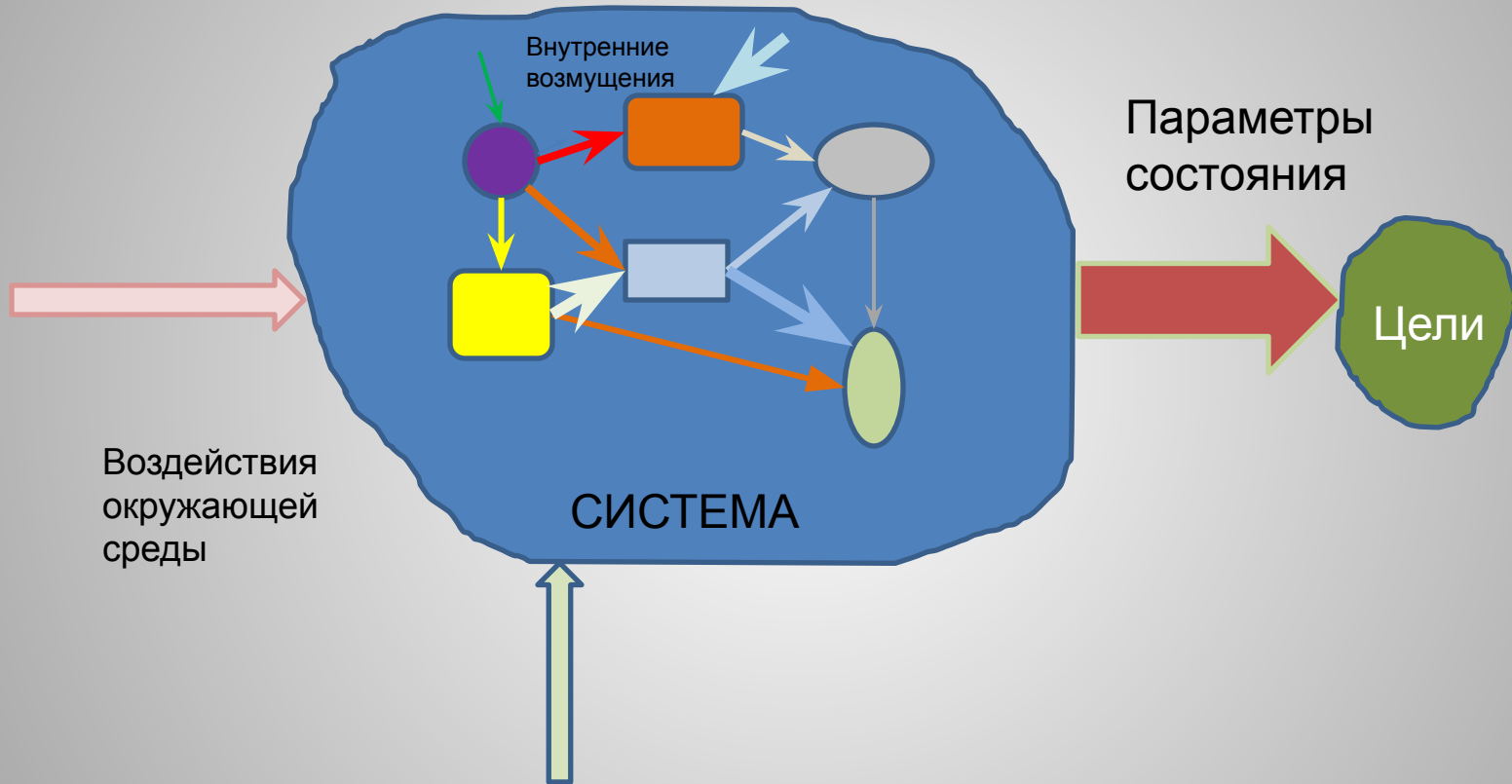
При определенных условиях элементы сами могут рассматриваться как системы, а исследуемая система – как элемент более сложной системы;

-**связи** между элементами в системе превосходят по силе связи этих элементов с элементами, не входящими в систему. Это свойство позволяет выделить систему из среды;

-для любой системы характерно существование интегративных качеств (свойство эмерджентности), которые присущи системе в целом, но не свойственны ни одному ее элементу в отдельности: систему нельзя сводить к простой совокупности элементов;

-система всегда имеет цели, для которых она функционирует и существует

ОКРУЖАЮЩАЯ СРЕДА



Основными понятиями общей теории систем являются «целостность», «структура», «элемент», «связи», «функции», «цели», «среда» и т.д.

Целостность — несводимость свойств целого к его составляющим, анализ частей системы с точки зрения целого.

Структура — расположенность относительно друг друга входящих в систему элементов и частей.

Элемент — составляющая часть системы, наделённая в системе определенными функциями.

Подсистема — часть рассматриваемой системы; относительно самостоятельная и оформленная система, действующая как часть целого.

Целью системы является сохранение и воспроизводство самой системы, а также взаимодействие с другими системами — внешними и внутренними.

Цели — это те конечные результаты, на достижение которых направлена деятельность

Классификация систем

Виды систем — совокупность определённых признаков, позволяющих соотносить рассматриваемую систему с той или иной группой.

Прежде всего необходимо определить способ выделения системообразующего критерия (совокупности таких критериев) и классификации систем по данному критерию (совокупности критериев).

А. По предметной области

- **Экологическая система** - это весь материальный мир обитания человека
- **Физические системы** обеспечивают различные взаимодействия тел и полей
- **Химические системы** осуществляют непрерывный обмен веществ в природе, их преобразование
- **Биологические системы** координируют жизнедеятельность всех организмов и их отдельных органов
- **Социальные системы** - это идеально-реальный мир, в котором живет человек (общество, государство, семья, ...)
- **Искусственные системы** - это системы, созданные человеком в результате направленной деятельности

Классификация систем

Б. По свойствам

- Динамические (статические) - выход (не) зависит от предыстории
- Детерминированные (стохастические) - есть (нет) повторяемость нет (есть) случайности
- Линейные (нелинейные)
- Стационарные (нестационарные) - нет (есть) изменения параметров во времени
- Дискретные (непрерывные) - выход системы изменяется во времени дискретно, через шаг t (непрерывно)

В. По сложности и размерам

- Сложные – членение системы на компоненты разных уровней происходит до компонент, которые остаются системами со всеми характерными свойствами систем.
- Простые –компоненты систем не являются системами
- Большие – сложные многоуровневые (иерархические) системы, в которых пространственный фактор имеет существенное значение

Г. По степени участия человека

- Технические (без участия человека, в том числе САУ)
- Организационные (коллективы людей, образованные с определенными целями)
- Человеко-машинные

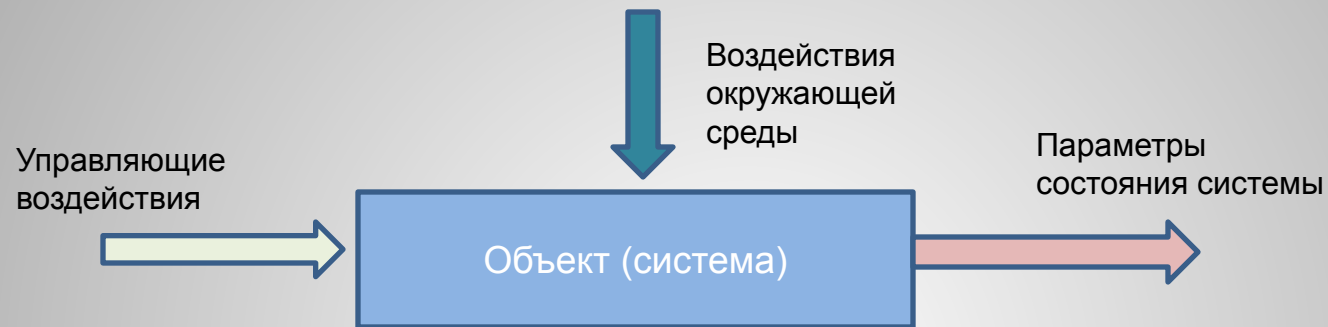
Системный подход – направление научного познания и социальной практики, в основе которого лежит рассмотрение объектов как систем; ориентирует исследование на раскрытие целостности объекта, на выявление многообразных типов связей в нем и сведение их в единую теоретическую картину

Методология системного подхода при решении **задач анализа** систем сводится к тому, что исследования объекта ориентируются на раскрытие его интегративных качеств, на выявлении многообразных связей и механизмов, обеспечивающих эти качества.

Методология системного подхода при решении **задач проектирования и синтеза** систем состоит в следующем. Задача проектирования системы расчленяется на подзадачи проектирования ее элементов. Причем, каждый из элементов должен рассматриваться не сам по себе, а во взаимодействии с другими элементами. Решение подзадач должно происходить при условии обеспечения интегративных качеств функционирования всей системы.

Управление системами

Управление – процесс воздействия на объект (систему) с целью достижения желаемого результата



Основные принципы управления: 1. Программное управление 2. Управление по возмущению 3. Управление по отклонению

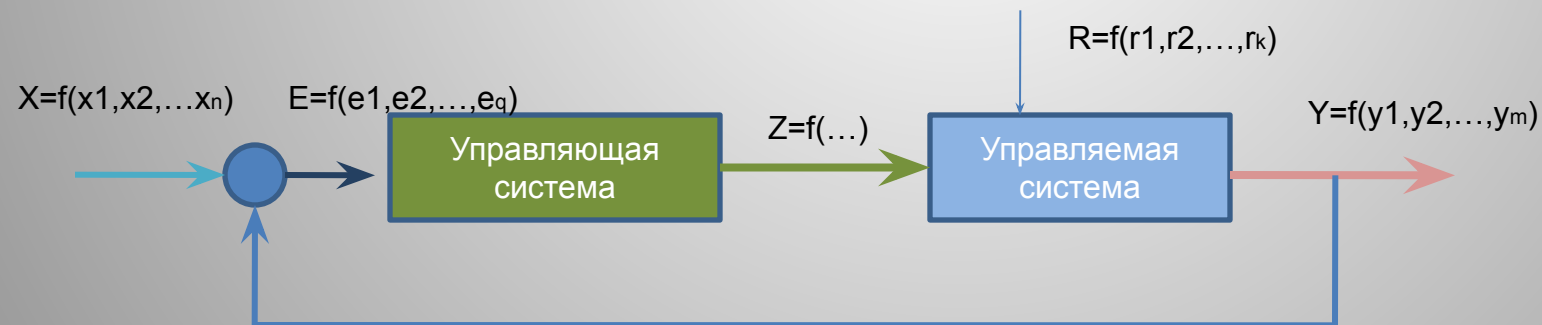
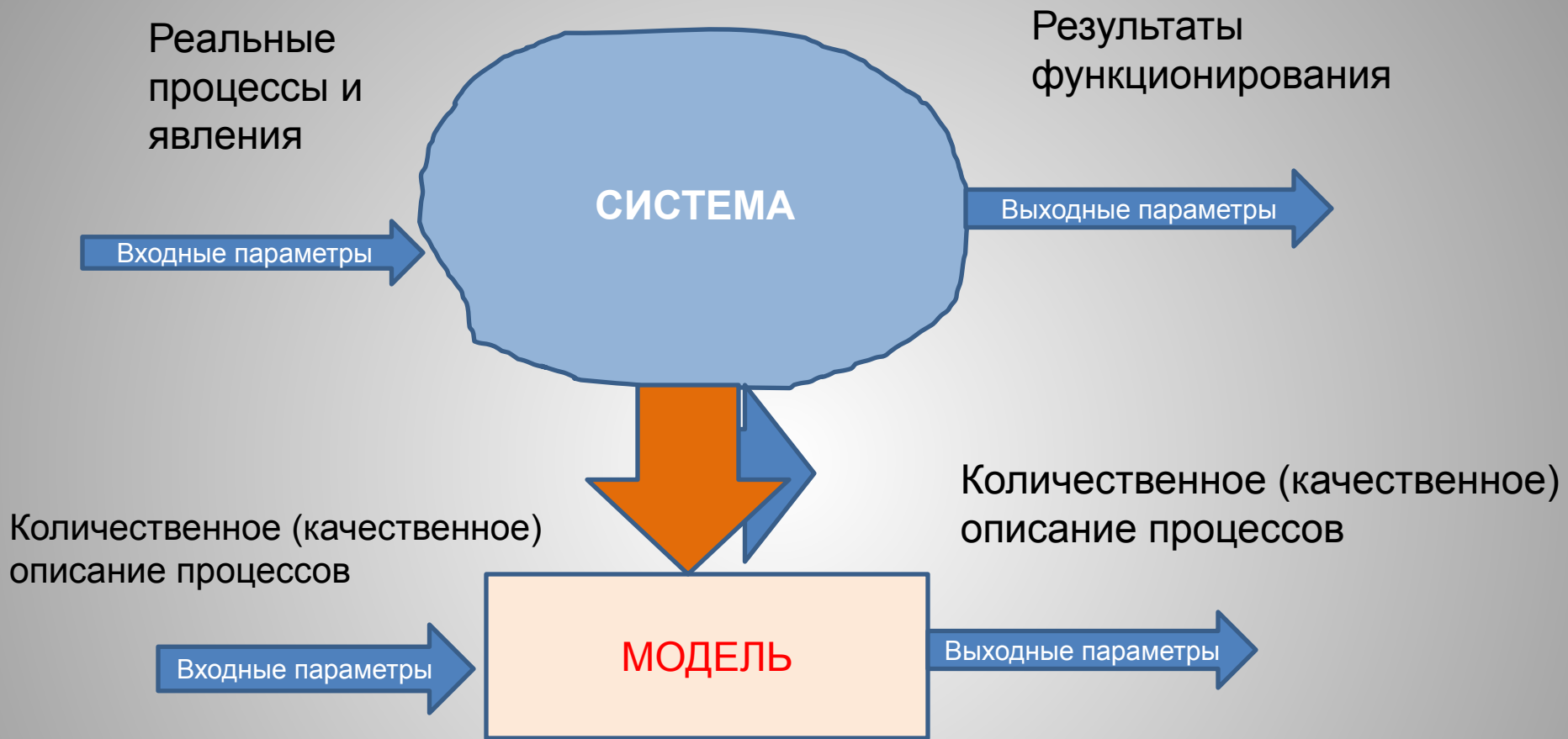




Схема управления организационной системой



Что такое **модель**?

Модель (французское *modele*, от латинского *modulus* - мера, образец)

Модель — в конструировании, промышленном дизайне — изделие или деталь изделия которое воспроизводит форму и/или другие характеристики сложного изделия или детали. Модель, как правило, намного дешевле и быстрее в изготовлении, чем моделируемое изделие. Используется для уточнения характеристик изделия или детали. (Википедия)

Модель — Устройство, воспроизводящее, имитирующее строение и действие какого-либо другого («моделируемого») устройства в научных, образовательных, производственных (при испытаниях) или спортивных целях (Википедия)

Модель — любой образ, аналог (мысленный или условный: изображение, описание, схема, чертеж, график, карта и т.п.) какого-либо объекта, процесса или явления («оригинала» данной модели) (Википедия)

Модель — упрощенное представление некоторого объекта или явления.

Модель содержит в себе те характеристики и свойства, которые имеют отношение к решаемой задаче

- Модель дает **упрощенное** описание объекта или явления
- Модель **соответствует** реальному объекту или явлению
- Модель создается для **решения** некоторой задачи

Моделирование - одна из основных категорий теории познания: на идее моделирования, по существу, базируется любой метод научного исследования как теоретической (при котором используются различного рода знаковые, абстрактные модели), так и экспериментальный (использующий предметные модели).

Моделирование – это исследование каких-либо явлений, процессов или систем объектов путем построения и изучения их моделей; использование моделей для определения или уточнения характеристик и рационализации способов построения вновь конструируемых объектов.

Формы представления **моделей**:

- Уменьшенные (увеличенные) копии объектов
- Физические (химические, биологические, социальные, ...) аналогии с объектом;
- Словесные описания;
- Чертежи и блок-схемы;
- Логические блок-схемы и таблицы решений;
- Кривые, таблицы и номограммы;
- Математические описания
(ЛИ Т.Г., Адамс Г.Э., Гейнз У.Н. «Управление процессами с помощью ЭВМ, моделирование и оптимизация»)



Математическое моделирование —

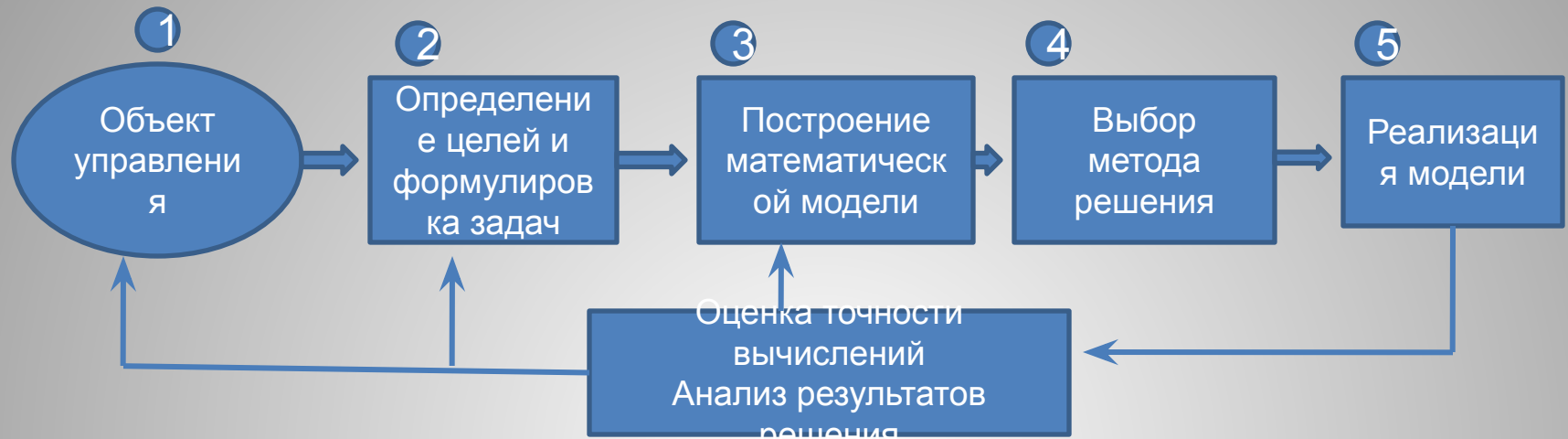
процесс построения и изучения математических моделей реальных процессов и явлений.

Математической моделью реальной системы называется совокупность соотношений (формул, уравнений, неравенств, логических условий, операторов и т.д.), определяющих характеристики состояний системы (а через них и выходные сигналы) в зависимости от параметров системы, входных сигналов, начальных условий и времени (Бусленко Н.П. «Моделирование сложных систем»)

Математическая модель — это упрощенное описание реальности с помощью математических понятий.

Все естественные и общественные науки, использующие математический аппарат, по сути занимаются математическим моделированием: заменяют реальный объект его моделью и затем изучают последнюю. Как и в случае любого моделирования, математическая модель не описывает полностью изучаемое явление, и вопросы о применимости полученных таким образом результатов являются весьма содержательными.

Методология математического моделирования



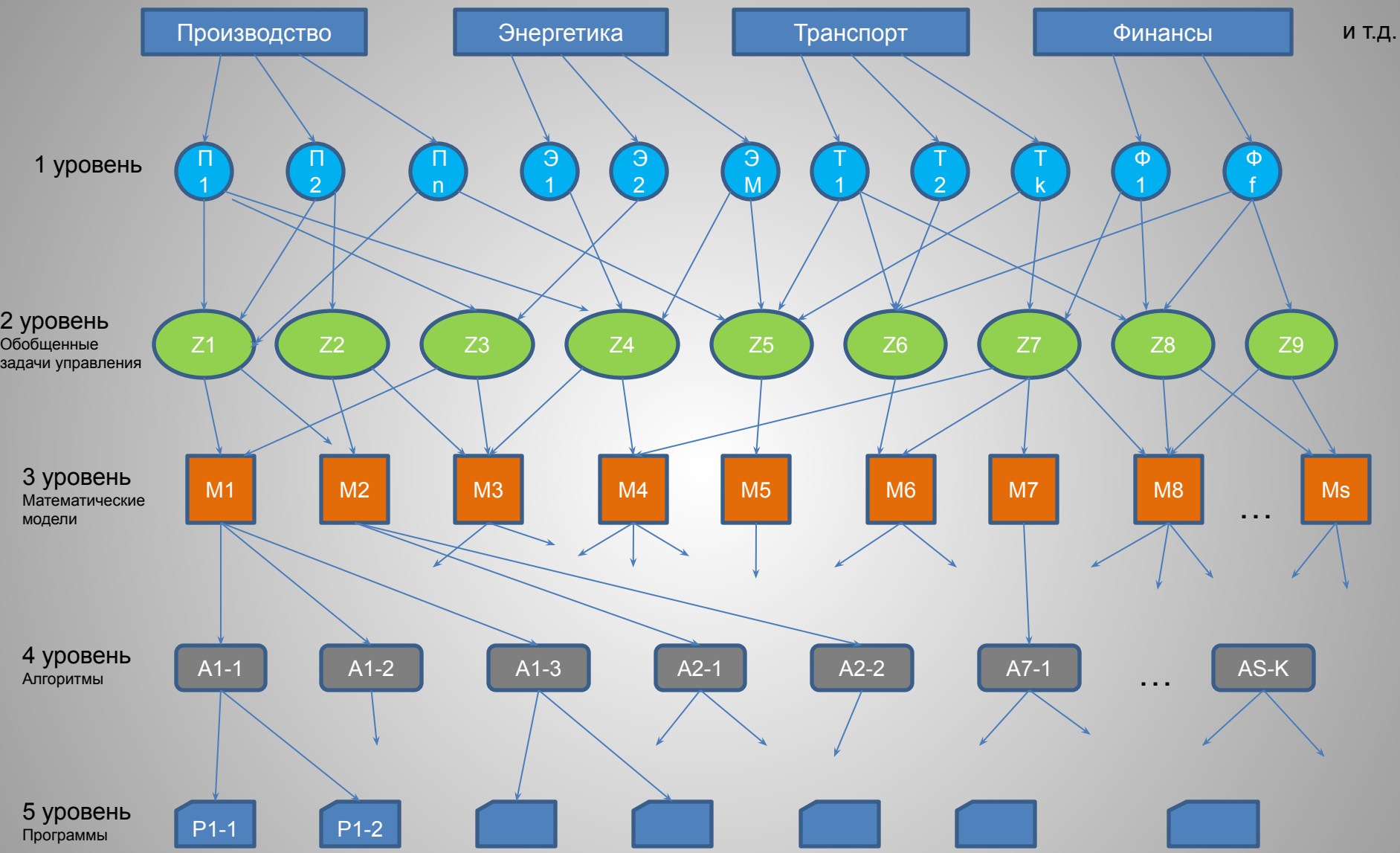
1-2. Знание предметной области, учет существенных факторов, абстрагирование.

Специалист предметной области, прикладной математик, изучивший предметную область.

2-3. Умение количественно (а иногда хотя-бы качественно) описать взаимосвязь входящих в расчетную схему элементов.
Прикладной математик (!!).

3-4. Численные методы (наука, которую вы уже изучили!)
Математик, прикладной математик.

4-5. Программирование (вот это вы можете!!!)
Программист, но лучше - прикладной математик.



2 уровень - Обобщенные задачи управления

| Обозначение | Название задачи |
|-------------|---|
| Z1 | Автоматического управления |
| Z2 | Распределения и назначения |
| Z3 | Управления запасами |
| Z4 | Надежность и замена оборудования |
| Z5 | Массового обслуживания |
| Z6 | Упорядочения и согласования |
| Z7 | Поиска и диагностики |
| Z8 | Сетей и выбора маршрутов |
| Z9 | Конфликтов, переговоров, торгов, состязаний |

3 уровень – математические модели

| Обозначение | Математические модели и методы |
|-------------|---|
| М1 | Дифференциальные и разностные уравнения |
| М2 | Теория автоматов и математическая логика |
| М3 | Теория случайных процессов |
| М4 | Математическое программирование- линейное |
| М5 | - нелинейное |
| М6 | - дискретное |
| М7 | - динамическое |
| М8 | - стохастическое |
| М9 | Теория распознавания |
| М10 | Теория расписаний и комбинаторная математика |
| М11 | Теория игр и статистических решений |
| М12 | Теория графов и сетей |
| М13 | Теория массового обслуживания и Марковские процессы |
| М14 | Теория семиотики |

Обобщенные задачи управления и методы их решения

Z1. Задачи автоматического управления

Методы решения:

M1 – Дифференциальные и разностные уравнения

M2 – Теория автоматов и математическая логика

Z2. Задачи распределения и назначения

Методы решения:

M1 - Дифференциальные и разностные уравнения

M4 – Линейное программирование

M5 – Нелинейное программирование

M6 – Динамическое программирование

M7 – Динамическое программирование

M8 – Стохастическое программирование

M10 – Теория расписаний и комбинаторная математика

M12 – Теория графов и сетей

M14 – Теория семиотики

Обобщенные задачи управления и методы их решения

Z3. Задачи управления запасами

Методы решения:

M1 - Дифференциальные и разностные уравнения

M8 – Стохастическое программирование

M12 – Теория графов и сетей

Z4. Задачи надежности и замены оборудования

Методы решения:

M1 - Дифференциальные и разностные уравнения

M7 – Динамическое программирование

M13 - Теория массового обслуживания и Марковские процессы

Z5. Задачи массового обслуживания

Методы решения:

M1 - Дифференциальные и разностные уравнения

M10 – Теория расписаний и комбинаторная математика

M12 – Теория графов и сетей

M13 - Теория массового обслуживания и Марковские процессы

Обобщенные задачи управления и методы их решения

Z6. Задачи упорядочения и согласования

Методы решения:

M2 - Теория автоматов и математическая логика

M6 – Дискретное программирование

M10 – Теория расписаний и комбинаторная математика

M12 – Теория графов и сетей

M14 – Теория семиотики

Z7. Задачи поиска и диагностики

Методы решения:

M2 - Теория автоматов и математическая логика

M4 – Линейное программирование

M5 – Нелинейное программирование

M9 - Теория распознавания

Z8. Задачи сетей и выбора маршрутов

Методы решения:

M4 – Линейное программирование

M7 – Динамическое программирование

M10 – Теория расписаний и комбинаторная математика

M12 – Теория графов и сетей

Z9. Задачи конфликтов, переговоров, торгов, состязаний

Методы решения:

M2 - Теория автоматов и математическая логика

M4 – Линейное программирование

M8 – Стохастическое программирование

M11 - Теория игр и статистических решений

Системы, описываемые дифференциальными уравнениями

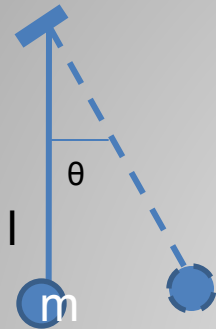


Рис.1

$$ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} + mgl\theta = 0$$

$$a_0 \frac{d^2y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_2y = 0$$

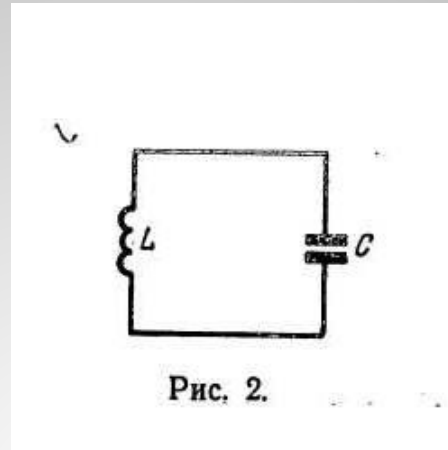


Рис. 2.

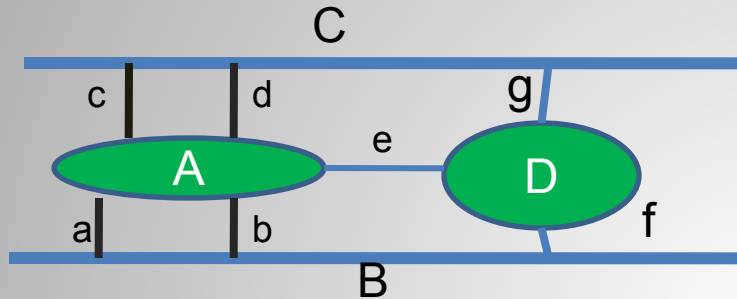
$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$$

- Уравнение свободного движения системы

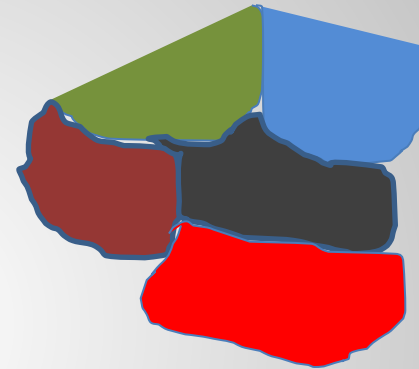
Модели теории графов и сетей

История вопроса

Задача о кенигсбергских мостах (Эйлер, 1736 г)

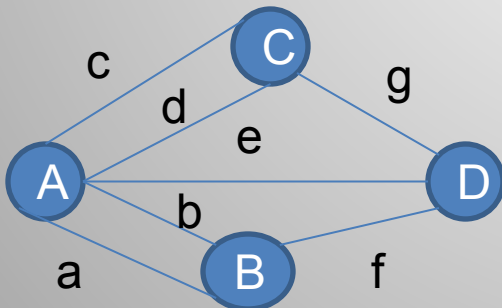


Задача о четырех красках (Де Морган, 1850 г)



Основные понятия и определения

Графом называется математическая система, состоящая из двух множеств: V – множество вершин и U – множество ребер, т.е. $G=(V,U)$



$$V = (A, B, C, D) \quad U = (a, b, c, d, e, f, g)$$

Граф- модель кенигсбергских мостов

Основные понятия и определения

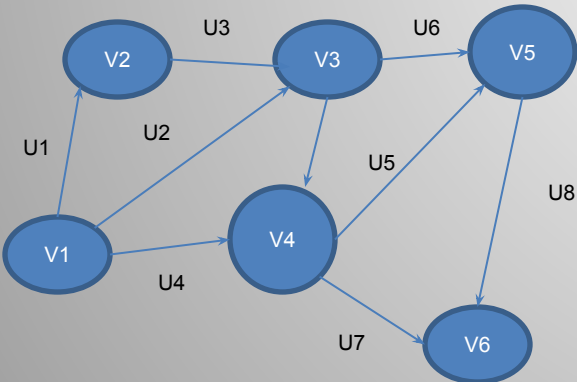
Графы бывают ориентированными, неориентированными и смешанными



Граф – множество элементов (V, U) , между которыми установлено отношение *инцидентности*

Список ребер и вершин графа

Как можно представить граф?



| Ребра | Вершины |
|-------|---------|
| U1 | V1, V2 |
| U2 | V1, V3 |
| U3 | V2, V3 |
| U4 | V1, V4 |
| U5 | V4, V5 |
| U6 | V3, V5 |
| U7 | V4, V6 |
| U8 | V5, V6 |

Основные понятия и определения

Матрица **инцидентности** для неориентированного и (ориентированного) графа

| Дуги верши ны | U1 | U2 | U3 | U4 | U5 | U6 | U7 | U8 |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| V1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| V2 | 1(-1) | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| V3 | 0 | 1(-1) | 1(-1) | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| V4 | 0 | 0 | 0 | 1(-1) | 1 | 0 | 1 | 0 |
| V5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1(-1) | 1(-1) | 0 | 1 |
| V6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1(-1) | 1(-1) |

Инцидентность. Ребро U1 инцидентно вершинам V1 и V2, а также V1 и V2 инцидентны U1

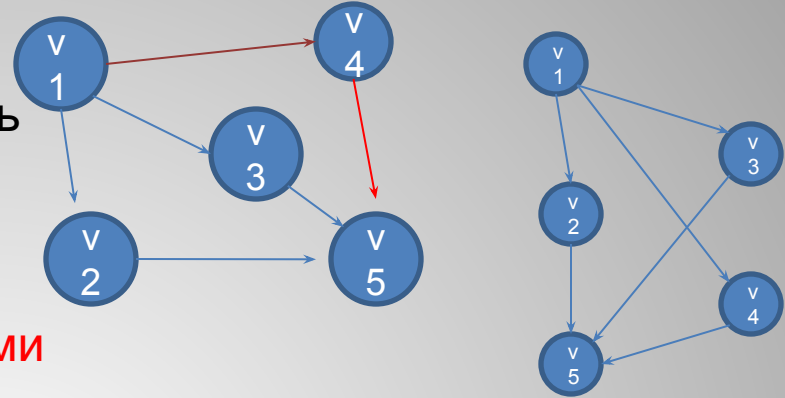
Матрица **смежности** графа (вершин)

Смежность. Смежными являются вершины, соединенные ребрами (дугами).

| | V1 | V2 | V3 | V4 | V5 | V6 |
|----|----|----|----|----|----|----|
| V1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| V2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| V3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| V4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| V5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| V6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Основные понятия и определения

Изоморфность. Графы, у которых вершины и ребра (или дуги) могут быть поставлены во взаимно однозначное соответствие таким образом, что соотношения инцидентности у них одинаковые, называются **изоморфными**



Часть графа. Граф H называется **частью** графа G , $H \in G$, если множество его вершин $V(H)$ содержится в множестве $V(G)$, а множество его ребер $U(H)$ – в множестве $U(G)$.

$H(V_1, V_2, V_3, V_5)$ – часть графа G

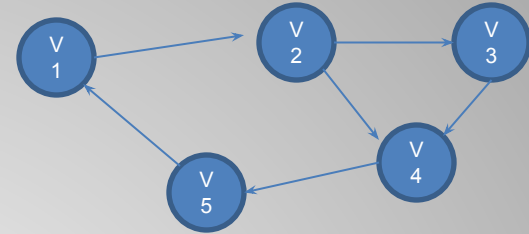
Суграф. Если $V(H) = V(G)$, часть графа называется **суграфом**

Подграфом $F(S)$ графа $G(V)$ с множеством вершин $S \in V$ называется часть, которой принадлежат все ребра с обоими концами из S

Степень вершины графа – это количество ребер, инцидентных данной вершине

Основные понятия и определения

Маршрут. Маршрутом в неориентированном графе называется такая конечная или бесконечная последовательность ребер $U(U_1, U_2, \dots, U_n)$, что каждые два соседних ребра имеют общую точку. Одно и то же ребро может встречаться в маршруте несколько раз



Цепь. Цепью называется маршрут, если каждое ребро встречается в нем не более одного раза. Цепь является простой, если любая вершина графа инцидентна не более чем двум его ребрам. Ориентированная цепь называется также путем.

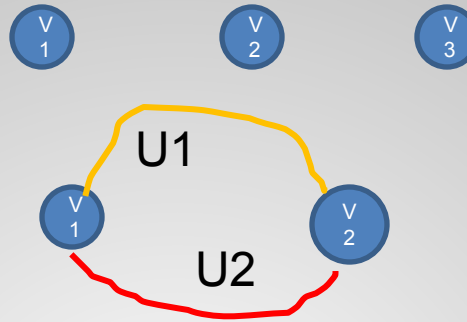
Циклом называется конечная цепь, начинающаяся и заканчивающаяся в одной вершине.

Контуром называется ориентированный цикл. $(V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_1)$
 $(V_1, V_2, V_4, V_5, V_1)$

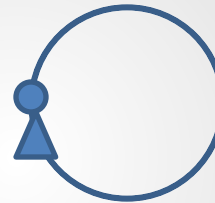
Некоторые виды графов

Нулевой граф

U1 и U2 – кратные ребра.
Граф, содержащий кратные ребра - мультиграф

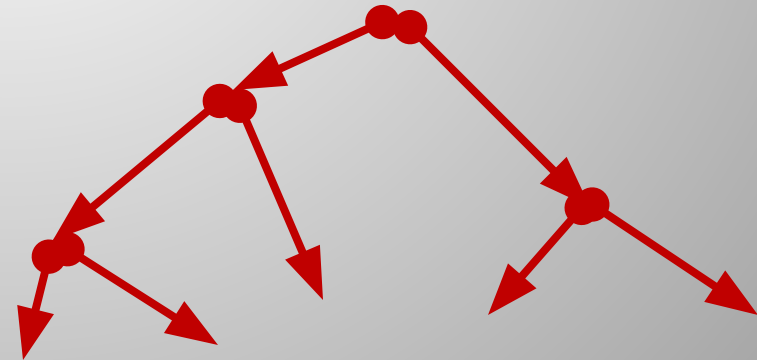
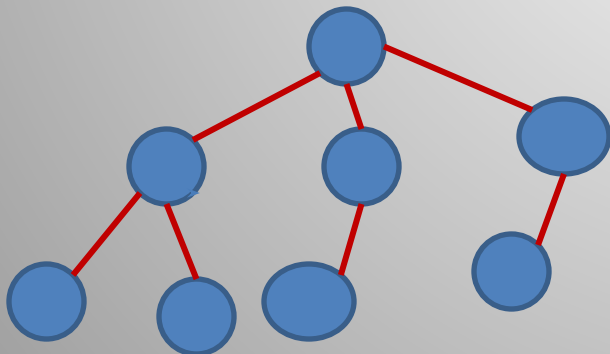


Кольцо



Дерево – связный граф без циклов,
а значит, без петель и кратных ребер

Ориентированное дерево



Операции над графами: Объединение $G_1 \cup G_2$
Соединение $G_1 + G_2$
Произведение $G_1 \times G_2$
Композиция $G = G_1[G_2]$

Некоторые задачи теории графов

1. **Задача о Кенигсбергских мостах**

Обходу мостов соответствует последовательность ребер графа задачи, в которой два соседних ребра имеют общую вершину, т.е. маршрут.

Этот маршрут является простым циклом, содержащим все ребра графа.. Такие циклы и графы называются Эйлеровыми. Его можно изобразить одним росчерком пера.

Теорема Эйлера. Конечный неориентированный граф эйлеров тогда и только тогда, когда он связан и степени всех его вершин четны

2. **Задача о выходе из лабиринта.**

Может использоваться алгоритм обхода ребер графа.

Более эффективен т.н. Гамильтонов цикл, т.е. цикл, проходящий через все вершины графа.

Более сложные классы задач, решаемые методами теории графов:

Взвешенные графы

Покрытия

Раскраски и т.д.