

## Лекция 20.

Тема: Моделирование поведения производителей.

**Цель:** Рассмотреть производственные функции и их свойства. Изучить понятие эластичности.

# Производственные функции.

## **Производственные функции** –

это экономико-математическое выражение зависимости результативного показателя от обуславливающих его показателей факторов.

## Производственные функции делятся на

1. Однофакторные  $y = f(x)$ ,
2. Многофакторные  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,

где  $y$  - результативный показатель,

$x$  - показатель фактор,

$f$  - вид зависимости.

Производственные функции также делят на

- **статические** (не учитывают фактор времени)
- **Динамические** (включают фактор время)

## ***Наиболее распространенные ПФ:***

- **Функция выпуска  $y=f(x)$**
- **Функция производственных затрат  $x=f(y)$**
- **Функция издержек**
- **Функция спроса относительно цены  $q = q(p)$**
- **Функция цен спроса  $P = P(x)$**
- **Функция выручки  $U = U(x)$**
- **Функция предложения относительно цены  $S = S(p)$**
- **Функция цен предложения  $P = P(s)$  и т.д.**

## Экономический смысл производной для ПФ.

Если  $y = f(x)$  – ПФ выпуска, то производная характеризует ***предельную отдачу некоторого ресурса*** и показывает, сколько дополнительных единиц продукции приносит дополнительная единица затраченного ресурса.

Это количество продукции носит название ***предельного продукта***.

1. Скорость изменения величины продукта, получаемая на единицу затрат:
2. Предельные издержки:
3. Предельный спрос  $\equiv$  относительной цены:
4. Предельное предложение относительно цены:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dK}{dX} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta K}{\Delta x}$$

$$\frac{dq}{dp} = \lim_{\Delta p \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta p}$$

$$\frac{ds}{dp} = \lim_{\Delta p \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta p}$$



# Свойства производственных функций

- Без ресурсов выпуск невозможен ,

$$f(0,0) = 0$$

- При отсутствии хотя бы одного из ресурсов выпуск невозможен

$$f(0, x_2) = f(x_1, 0) = 0$$

- **Предполагается, что по крайней мере дважды дифференцируема, т. е. переменные  $x_1$  и  $x_2$  меняются непрерывно и результат производственной деятельности достаточно гладко меняется при изменении количества используемых ресурсов.**

- При увеличении затрат ресурсов выпуск продукции не уменьшается, т.е.  $y = f(x_1, x_2)$  не убывает. Это значит,

что  $\frac{\partial f}{\partial x_1} > 0$        $\frac{\partial f}{\partial x_2} > 0$

т.е. предельные производительности всех ресурсов положительны.

- **Предельная производительность данного ресурса падает, если объём его затрат растёт, т.е. эффективность использования дополнительной единицы этого ресурса падает. Др. словами: величина прироста продукта на каждую дополнительную единицу  $i$ -го ресурса не растёт. Это закон убывающей эффективности.**

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} < 0 \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} < 0$$

- Предельная производительность данного ресурса возрастает с ростом затрат другого ресурса, т.е. эффективность использования единицы данного ресурса возрастает с ростом затрат данного ресурса.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} > 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} > 0$$

- Отдача от расширения масштабов производства. Характеризует ПФ с точки зрения выпуска продукции при пропорциональном изменении затрат.

## Эластичность функции

показывает процентное изменение функции, соответствующее изменению независимой переменной на 1%.

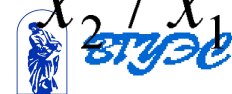
$$E(y) = \frac{x}{y} * \frac{dy}{dx}$$

# Эластичность замещения ресурсов.

- Эластичность замещения ресурсов определяется как предел относительных приращений фондовооружённости труда  $\left( \frac{\Delta x_2 / x_1}{x_2 / x_1} \right)$

и предельной нормы замещения ресурсов  $\Delta\gamma/\gamma$ .

$$\lim_{\Delta\gamma \rightarrow 0} \frac{\Delta x_2 / x_1}{x_2 / x_1} \div \frac{\Delta\gamma}{\gamma} = \frac{dx_2 / x_1}{x_2 / x_1} \div \frac{d\gamma}{\gamma} = \frac{dx_2 / x_1}{d\gamma} \cdot \frac{\gamma}{x_2 / x_1}$$





- Эластичность замещения ресурсов для ПФ

$$y = ax_1^{\alpha_1} \cdot x_2^{\alpha_2}$$

постоянна и равна единице, и показывает, что изменению фондовооружённости труда на 1% соответствует изменению предельной нормы замещения тоже на 1%.

- **Изоквантой** называют геометрическое место точек плоскости  $(x_1, x_2)$  для которых  $f(x_1, x_2) = Y_c$
- **Предельной формой замещения** ресурсов называется величина

$$\gamma = \frac{df / dx_1}{df / dx_2}$$

Под **балансовой моделью** понимается система уравнений, каждое из которых выражает требования баланса между, производимым отдельными экономическими объектами, количеством продукции и совокупной потребностью в этой продукции.

Балансовые модели широко применяются при экономико-математическом моделировании экономических систем и процессов.

**В основе создания этих моделей  
лежит балансовый метод, т.е. метод  
взаимного сопоставления  
имеющихся материальных,  
трудовых и финансовых ресурсов и  
потребностей в них.**

**Межотраслевой баланс** - это важный раздел системы национальных счетов, с помощью которого исследуются межотраслевые связи, сложные зависимости между промежуточным потреблением, конечным спросом и выпуском отраслей экономики.

# Схема межотраслевого баланса производства и распределения совокупного общественного продукта в стоимостном выражении

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли					Конечный продукт	Валовой продукт
	1	2	3	...	<i>n</i>		
1	$x_{11}$	$x_{21}$	$x_{31}$	...	$x_{n1}$	$Y_1$	$X_1$
2	$x_{12}$	$x_{22}$	$x_{32}$	...	$x_{n2}$	$Y_2$	$X_2$
3	$x_{13}$	$x_{23}$	$x_{33}$	...	$x_{n3}$	$Y_3$	$X_3$
...	...	...	...	<b>I</b>	...	<b>II</b>	...
<i>n</i>	$x_{n1}$	$x_{n2}$	$x_{n3}$		$x_{nn}$	$Y_n$	$X_n$
Амортизация	$c_1$	$c_2$	$c_3$		$c_n$		
Оплата труда	$v_1$	$v_2$	$v_3$	<b>III</b>	$v_n$	<b>IV</b>	
Чистый доход	$m_1$	$m_2$	$m_3$		$m_n$		
Валовой продукт	$X_1$	$X_2$	$X_3$	...	$X_n$	$\sum_{i=1}^n X_i = \sum_{j=1}^n X_j$	



Итог материальных затрат любой потребляющей отрасли и ее условно чистой продукции равен валовой продукции этой отрасли. Данный вывод можно записать в виде соотношения:

$$X_j = \sum_{i=1}^n X_{ij} + Z_j, \text{ где}$$

$X_j$  - валовый продукт потребляющей отрасли;

$X_{ij}$  - величины межотраслевых потоков продукции;

$Z_j$  - сумма амортизации, оплаты труда и чистого дохода  $j$ -ой отрасли.

Валовая продукция той или иной отрасли равна сумме материальных затрат потребляющих ее продукцию отраслей и конечной продукции данной отрасли:

$$X_i = \sum_{j=1}^n X_{ij} + Y_j$$

$X_i$  - валовый продукт производящих отраслей,

$Y_j$  - конечная продукция.



## Вопросы:

- 1) Что такое производственные функции и на какие виды они делятся?
- 2) Что такое изокванта?
- 3) В чем суть балансового метода?