

Моделирование систем и процессов

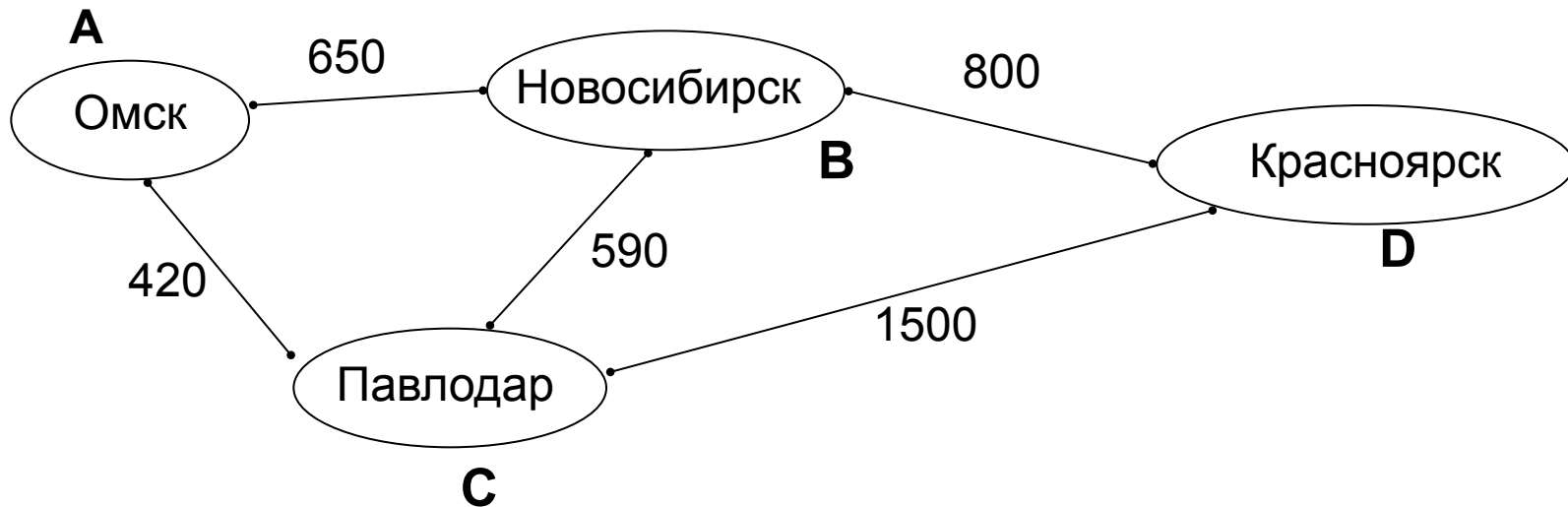
Лекция 2. Понятия теории графов

Понятия теории графов

Граф - некоторое конечное множество V точек на плоскости и конечный набор линий X , соединяющих некоторые пары точек из V .

Граф состояний - наглядная геометрическая схема, изображающая возможные состояния системы с указанием (в виде стрелок) возможных переходов из состояния в состояние.

Понятия теории графов



Число вершин: $V = \{A, B, C, D\}$

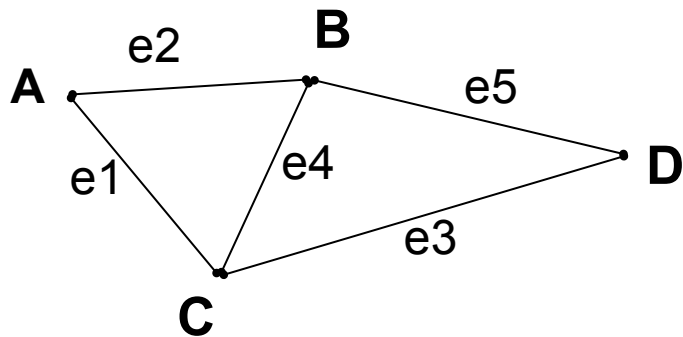
Число ребер: $X = \{(AB), (BC), (AC), (CD)\}$

Смежные ребра: (AC) и (AB); (AC), (BC) и (DC); (AB), (BC) и (BD); (BD) и (CD).

Смежные вершины: A и B; A и C; C и B; C и D; B и D.

Инцидентны: вершина A и ребра (AB) и (AC); вершина B и ребра (AB), (BC), (BD); вершина C и ребра (AC), (BC), (C D); вершина D и ребра (BD), (CD).

Понятия теории графов



	e	e	e	e	e
	1	2	3	4	5
A	1	1	0	0	0
B	0	1	0	1	1
C	1	0	1	1	0
D	0	0	1	0	1

	A	B	C	D
A	0	1	1	0
B	1	0	1	1
C	1	1	0	1
D	0	1	1	0

Матрица инцидентности
(для неориентированного
графа)

Матрица
смежности

Степень вершин: $\deg A = \deg D = 2$, $\deg C = \deg B = 3$.

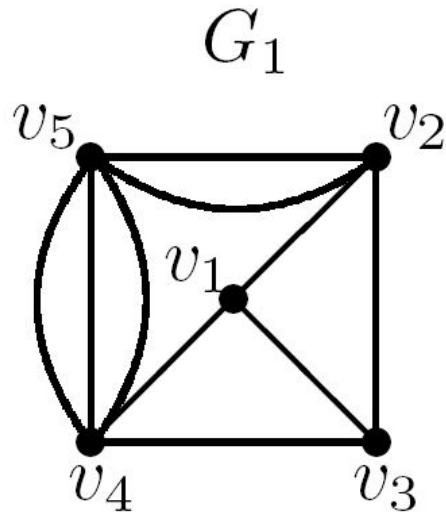
Изолированная вершина $\deg V = 0$, концевая $\deg V = 1$.

Порядок графа: число вершин $n = 4$, число ребер $m = 5$.

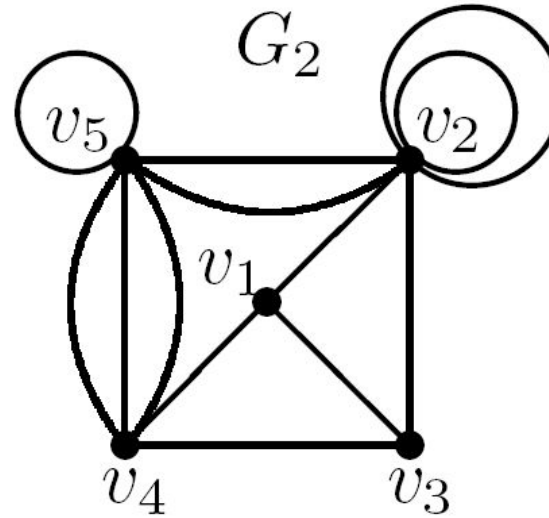
Граф (n, m) с n вершинами и m ребрами

Понятия теории графов

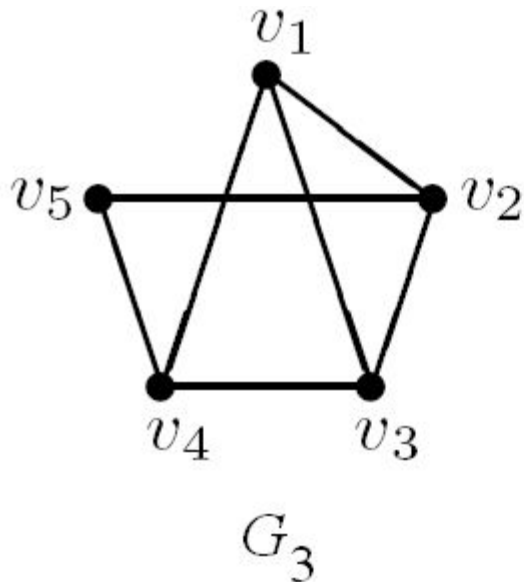
Мультиграф



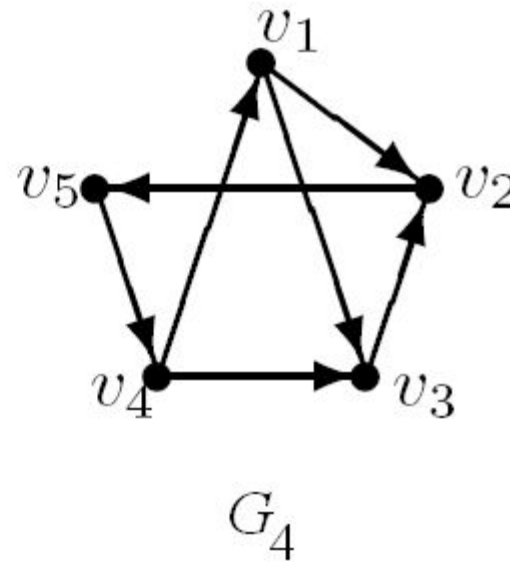
Псевдограф



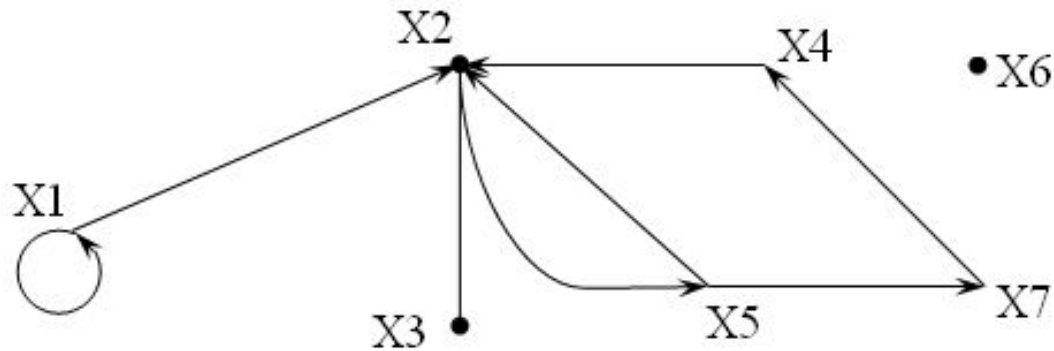
Неориентированный граф



Ориентированный граф



Пример графа



- Охарактеризовать граф,
- Перечислить вершины, смежные вершины, изолированные вершины,
- Назвать ребра, петли, дуги
- Составить матрицу смежности, матрицу инцидентности

Характерные свойства графов

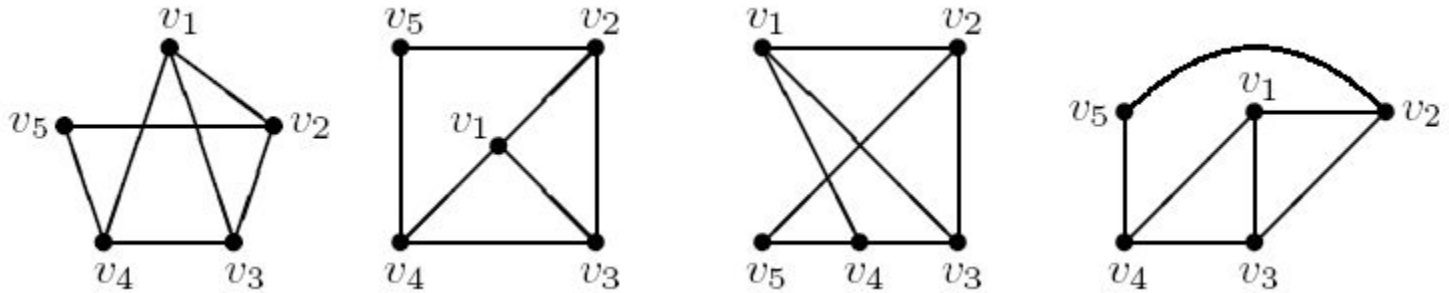
1. Сумма степеней вершин графа равна удвоенному числу его ребер

$$\sum_{i=1}^n \deg v_i = 2|E| = 2m$$

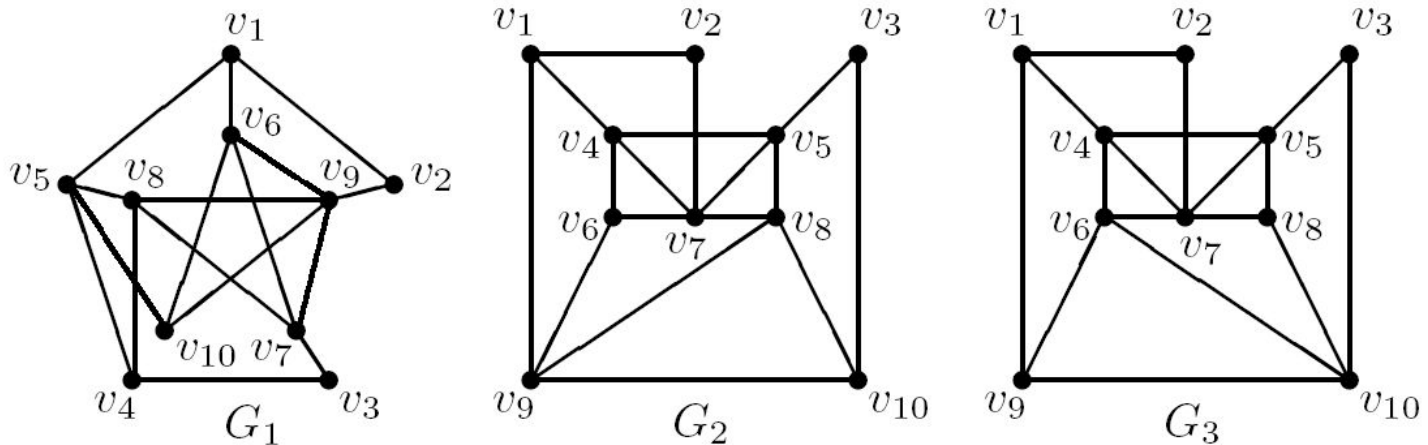
2. В любом графе число вершин нечетной степени четно

$$\sum_{v \in V_1} \deg v + \sum_{v \in V_2} \deg v = 2m$$

Изоморфизм графов



- 4 графа одного порядка, с одинаковым числом ребер,
- Сравнить смежные вершины



Способы задания графов:

1. **Графический.** Все элементы множества V обозначаются точками на плоскости, проводятся линии, соединяющие вершины.
1. **Матричный.** С помощью матрицы смежности и матрицы инцидентности.
1. **Аналитический.** Задается список ребер и список вершин.

Понятия теории графов

- Ориентированный, неориентированный граф
- Пустой граф
- Связанный, несвязанный граф
- Степень графа, порядок вершины
- Полный граф, пустой граф
- Мультиграф, псевдограф
- Ребро, дуга, петля
- Путь
- Контур
- Маршрут