



Моделирование систем

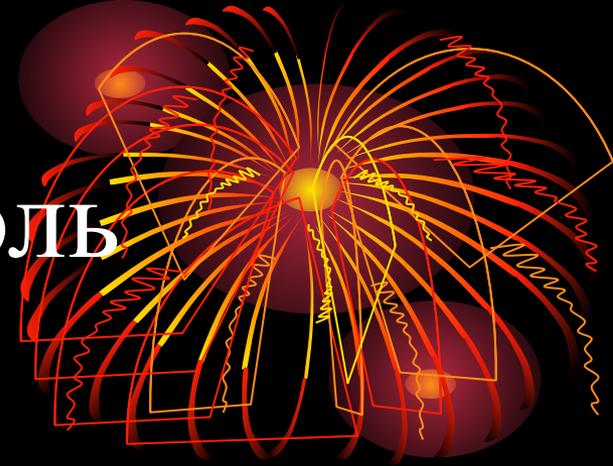
Лекция **16**

Содержание:

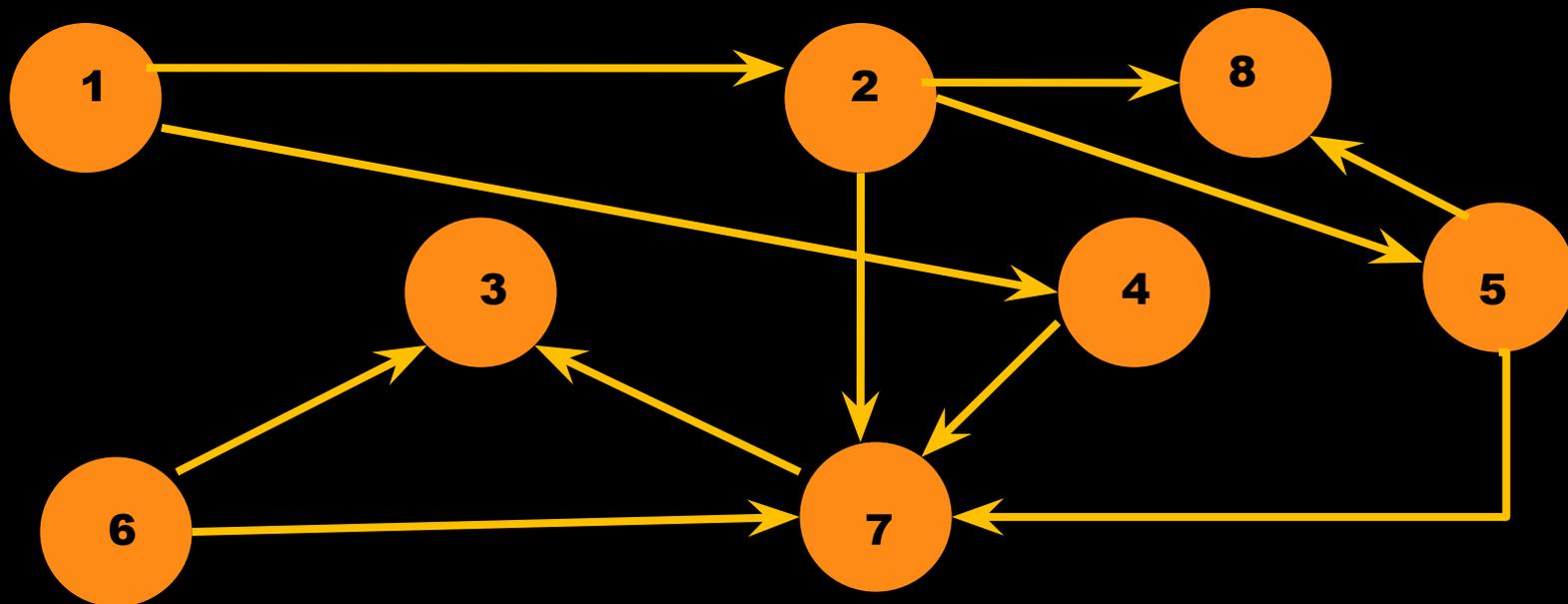
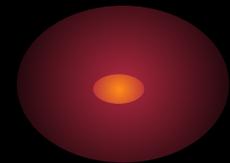
- 1. Текущий контроль.**
- 2. Введение: Базовые концепции.**
- 3. Часть 1: Модели, описывающие удаленные взаимодействия и геометрию стабильных тел.**
- 4. Часть 2: Иллюзии сжимающихся планет.**
- 5. Выводы.**



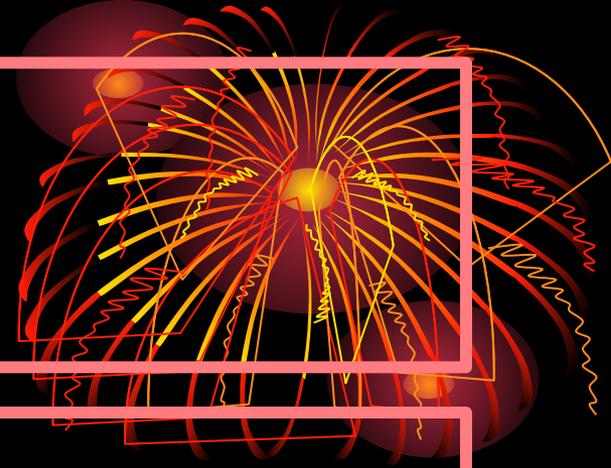
Текущий контроль



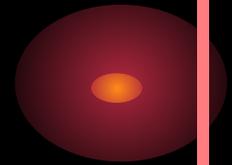
- Пользуясь методом эталонов, ранжировать вершины графа:



Введение



Базовые концепции



Учитываемые факты:



- 1.** Твердые тела со временем сохраняют свои размеры и геометрию.
- 2.** Галактики «разбегаются», причем скорость убегания прямо пропорциональна расстоянию до Земли (закон Хаббла открыт в **30-х** годах прошлого века Эдвином Хабблом).
- 3.** Диаметр Луны за последние **800** млн. лет уменьшился на **110 – 180** м. (открыто лунным орбитальным телескопом в августе **2010** г.)
- 4.** Семь млрд. лет назад ускорение, фиксируемое земным наблюдателем, с которым разлетались галактики, равнялось бы нулю.
- 5.** Один метр равен одной десятиmillionной доле расстояния от южного полюса до северного по парижскому меридиану.

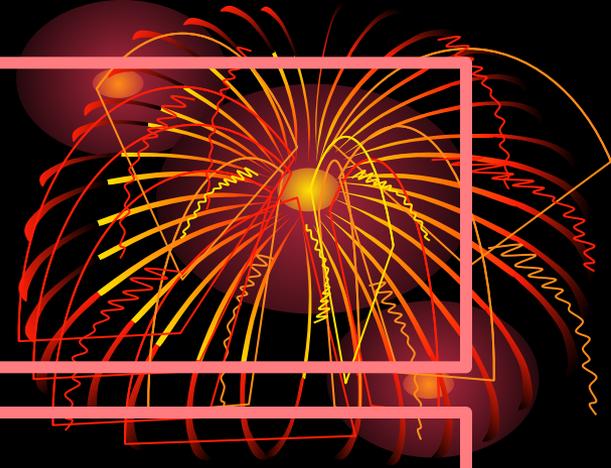
Определение стабильности



Тело «В» в системе координат А считается стабильным или твердым, если с точки зрения внутреннего наблюдателя этой системы геометрия (объем, площадь поверхности, кратчайшее расстояние между двумя любыми точками и.т.п.), этого тела не являются функциями времени.



ЧАСТЬ 1



Модели, описывающие
удаленные взаимодействия
и геометрию стабильных
тел

Определение расстояния между двумя точками



Измеренное расстояние $L(a, b)$ между материальными точками “a” и “b” равно отношению расстояния $R(a, b)$ между этими точками к эталону длины r (рис. 1):

$$L(a, b) = R(a, b) / r \quad (1)$$

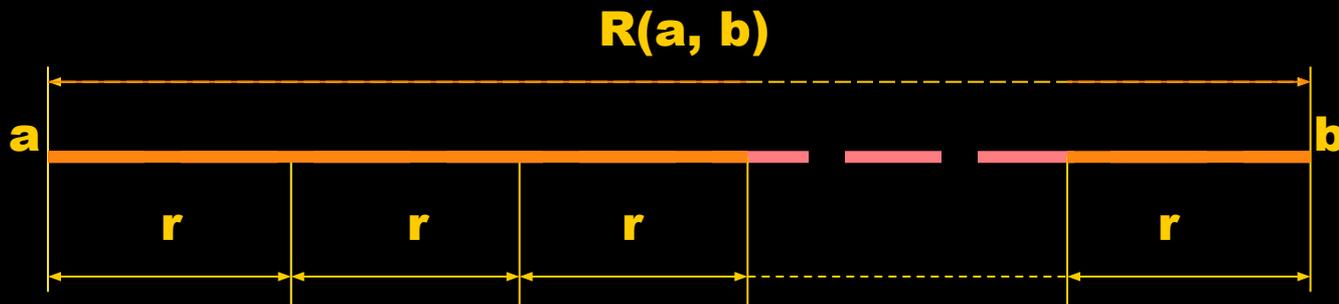


Рис. 1

Традиционный подход



- Традиционное использование эталона длины

для определения

расстояния и

скорости:

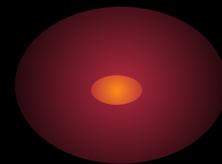
$r = \text{const.}$ 

$$\left\{ \begin{array}{l} L = \frac{R}{r}; \\ \frac{dL}{dt} = \frac{1}{r} \frac{dR}{dt}. \end{array} \right.$$

Определение скорости движения точек относительно друг друга при условии, что

$$r = v \cdot t.$$


Из **(1)** следует скорость изменения расстояния между точками «а» и «b»:



Закон Хаббла (для космических объектов «а» и «b»):

где H – постоянная Хаббла:

Закон Хаббла для расстояний 50 - 600 Мпк.



Скорости
Галактик

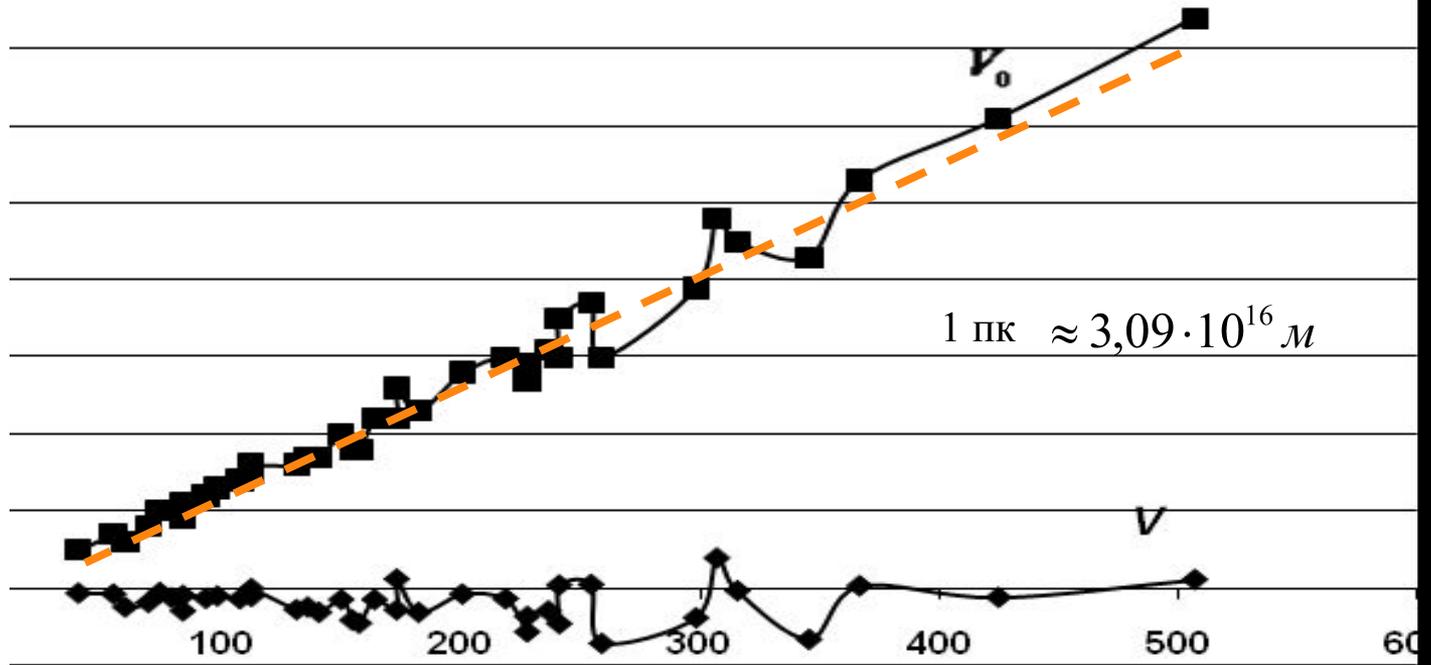


Рис. 1.

Расстояние от Земли до удаленных галактик (Мпк)

Диаграмма скорость-расстояние для ближайших галактик, находящихся на расстоянии, не превышающем 3 Мпк

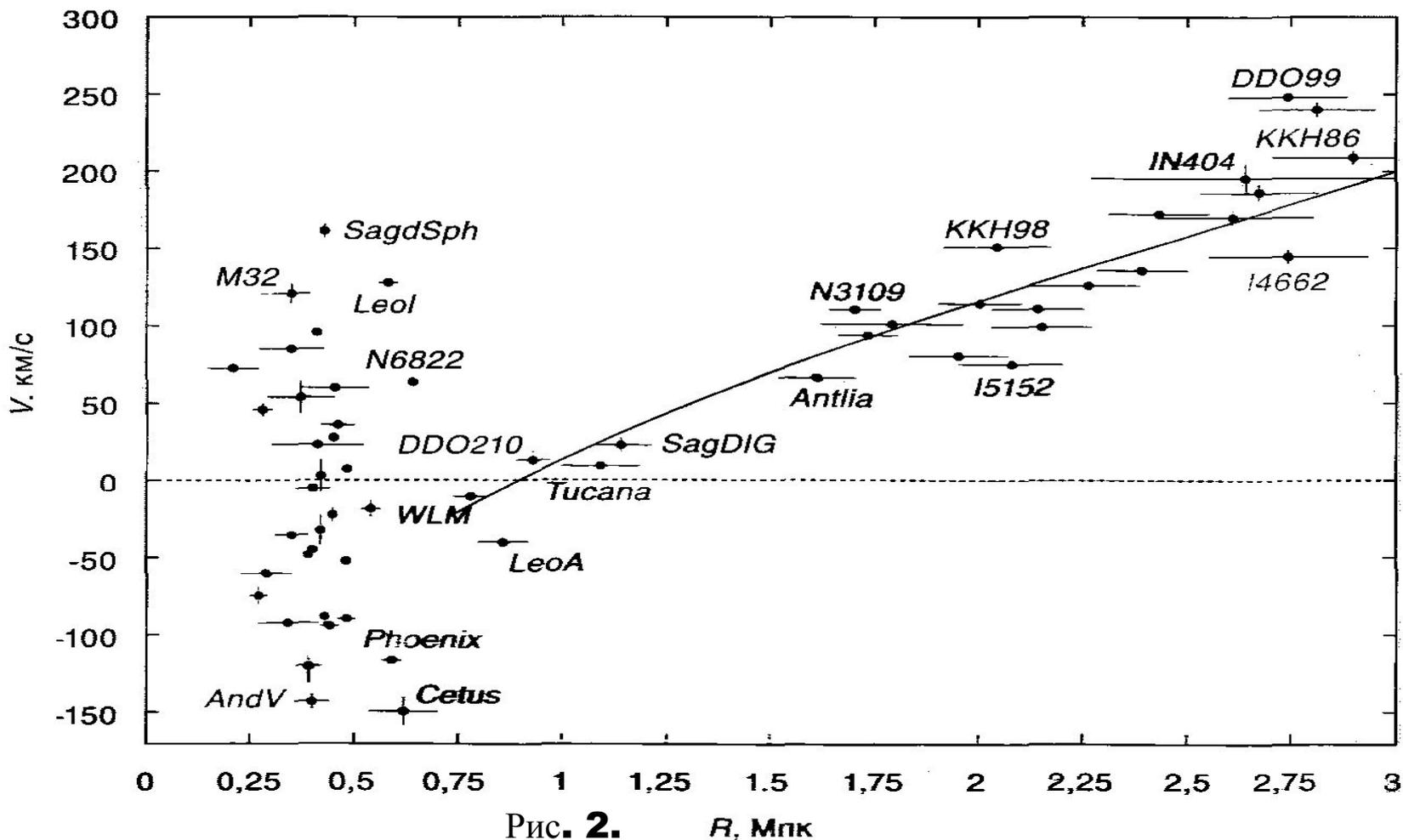


Рис. 2. R , Мпк

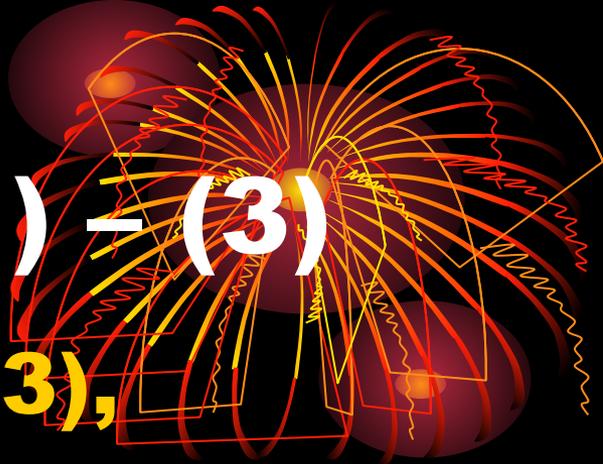
Система уравнений (1) – (3)

- Объединяя уравнения (1) – (3), получим систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dL(a,b)}{dt} = \frac{1}{r} \cdot \frac{dR(a,b)}{dt} - \frac{R(a,b)}{r^2} \cdot \frac{dr}{dt}; \\ \frac{dL(a,b)}{dt} = HL; \\ L = \frac{R(a,b)}{r}. \end{array} \right.$$

R(a,b) – действительное расстояние между точками «a» и «b»:

r – эталон длины.



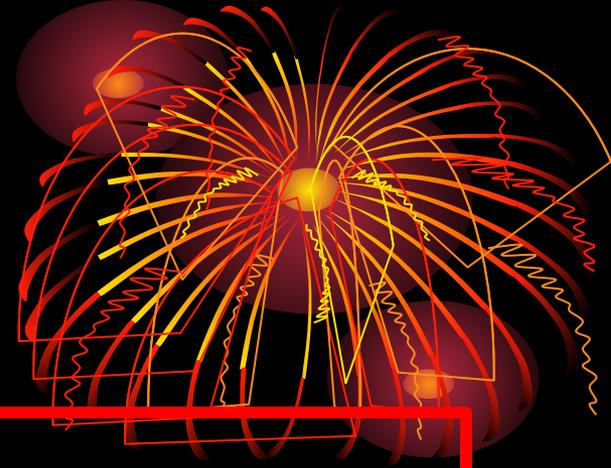
Геометрия твердых тел



- Решением системы **(1) - (3)** является:

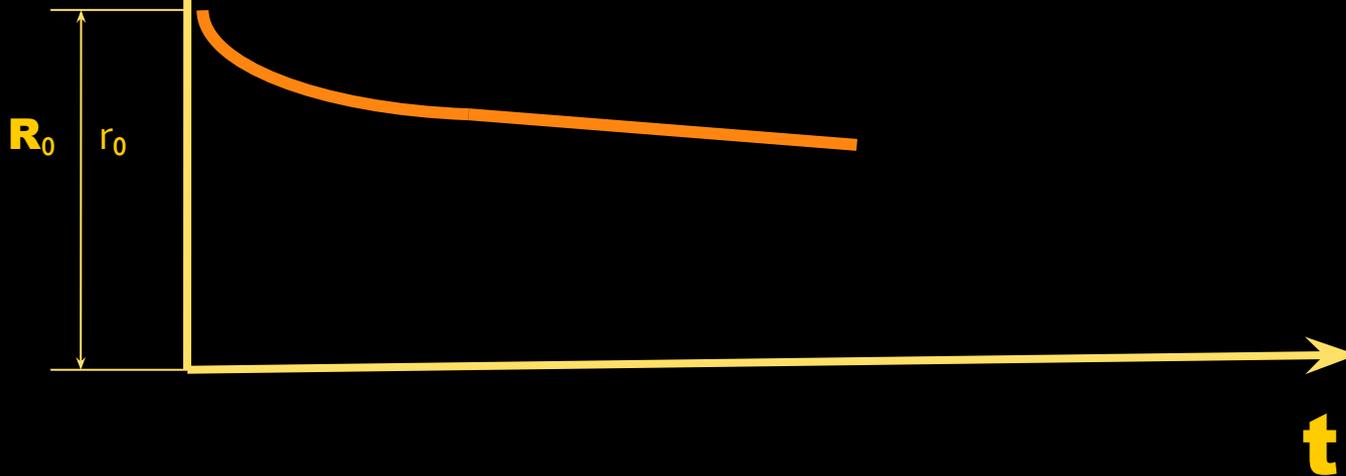
Так как в качестве эталона измерения расстояния может быть использовано расстояние между точками «а» и «b» любого твердого тела, то справедливо:

Графическая иллюстрация



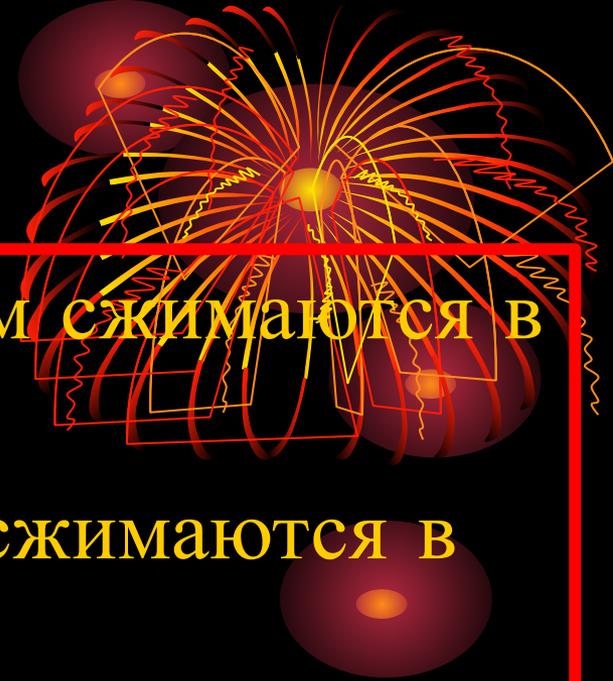
• **R** **r**

$$r = r_0 \cdot \exp\{-Ht\}$$

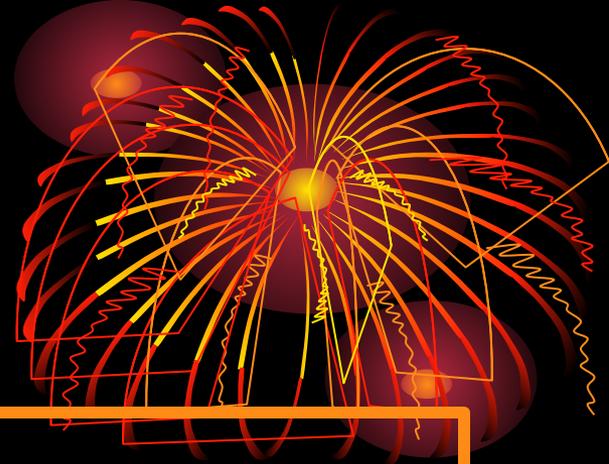


Выводы:

- Все эталоны длины со временем сжимаются в соответствии с **(4)**.
- Все твердые тела со временем сжимаются в соответствии с **(5)**.
- Непосредственно, пользуясь эталоном длины, сжатие твердых тел обнаружить невозможно:
- **$R/r = R_0 \cdot \exp(-Ht) / r_0 \cdot \exp(-Ht) = R_0/r_0 = \text{const.}$**



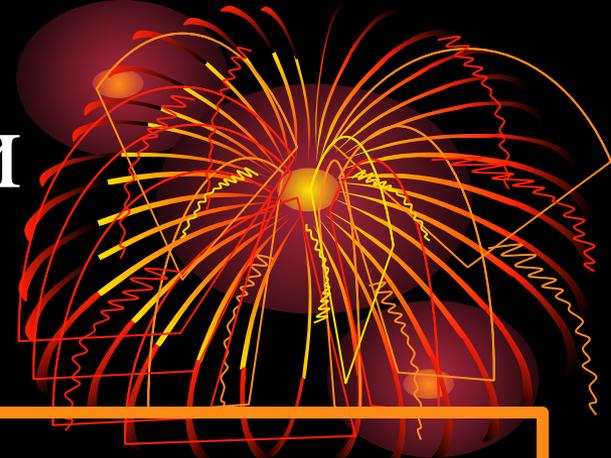
Часть 2



Иллюзии
сжимающихся
планет



Иллюзия стабильности размеров твердых тел



- Отношение расстояния между точками «**a**» и «**b**» любого твердого тела и эталона длины **r** согласно **(4)** и **(5)** постоянно:

$$L(a, b) = \frac{R(a, b)}{r} = \text{const.} \quad (6)$$

Земля и Луна



- Луна:

Возраст	Диаметр
13,7 млрд. лет	3474690 м.
12,9 млрд. лет	3474872 м.

- Постоянная Хаббла на Луне:

$$H' = \frac{\ln D_0 - \ln D}{\Delta t} \approx 2,1 \cdot 10^{-21} (\text{сек}^{-1}).$$

- Земля – постоянная Хаббла равна:

$$H \approx 2,3 \cdot 10^{-21} (\text{сек}^{-1}).$$

Самостоятельно

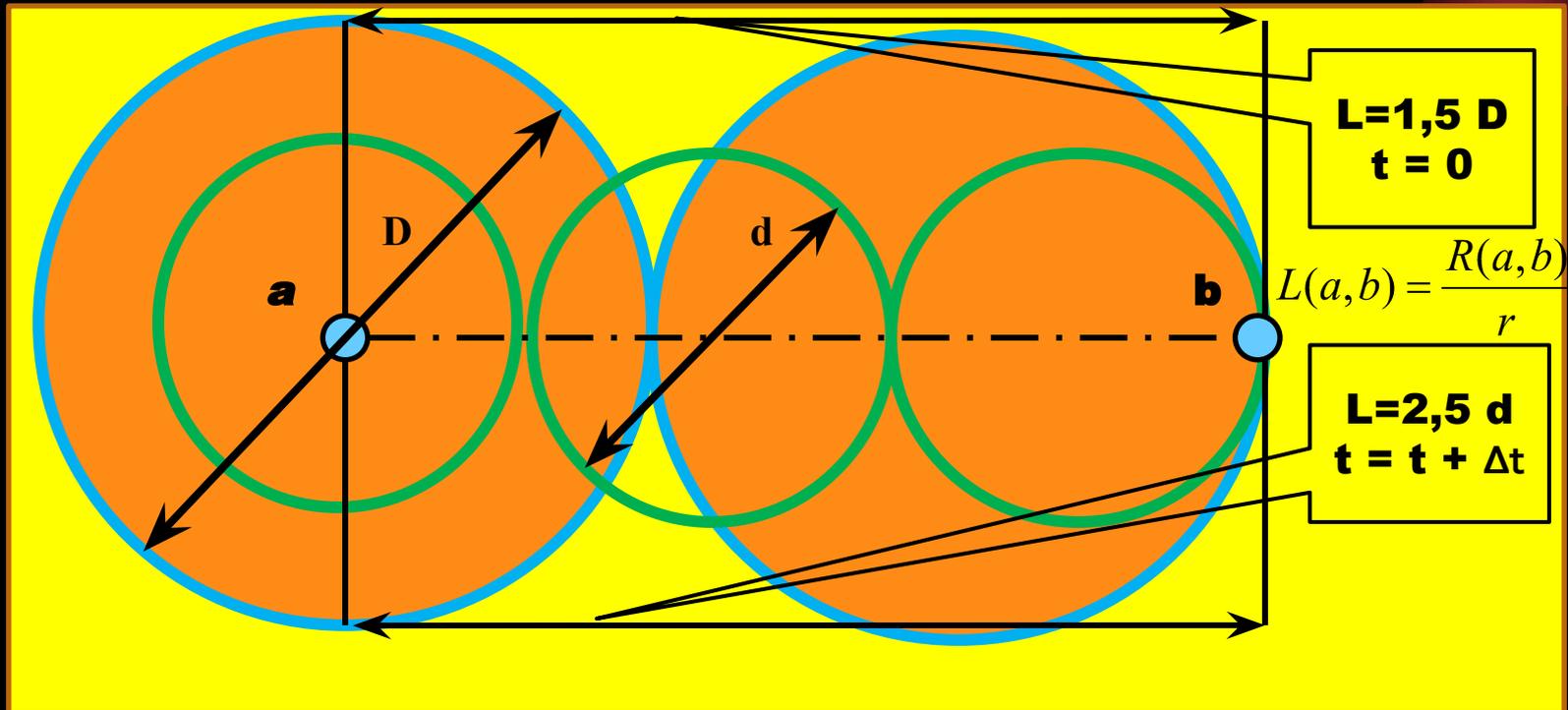


Пользуясь данными предыдущего слайда, построить графики отношений D_0 и D – диаметров Земли и Луны за последние 3 млрд. лет, как функции времени с шагом 0,5 млрд. лет и сравнить их. Учесть, что диаметр Земли по экватору равен 12756 км., а по меридиану от южного до северного полюса – 12714 км., возраст Вселенной $\approx 13,7$ млрд. лет = $1/H$ (сек).

Иллюзия «разбегания» галактик



Изменение расстояния $L(a,b)$ со временем.



Аналитическая зависимость

Если космические объекты неподвижны друг относительно друга, т. е. если $dR/dt = 0$, то, с учетом (6), справедливо :

$$\frac{dL}{dt} = -\frac{R}{r^2} \frac{dr}{dt} = HL. \quad (7)$$

Этот наблюдатель на одном из них фиксирует их взаимное удаление, отвечающее закону Хаббла.

Гравитационное торможение и иллюзорное ускорение



- Величины гравитационного торможения галактик «**G**» и ускорения «**A**», вызванного сокращением эталона длины, определяются системой:

$$\begin{cases} A = H^2 \mathfrak{R}; \\ G = -\frac{4}{3} \pi \gamma \mathfrak{R} \rho, \end{cases} \quad (8)$$

Обозначения, принятые в системе (8)



- γ – гравитационная постоянная

$$\gamma \approx 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ сек}^{-2}.$$

- ρ – средняя плотность материи во Вселенной

$$\rho \approx 0,5 \cdot 10^{-30} \text{ м}^{-3} \text{ кг}.$$

- R - радиус видимой Вселенной

($R = cT$, где «с» – скорость света,

T – время существования

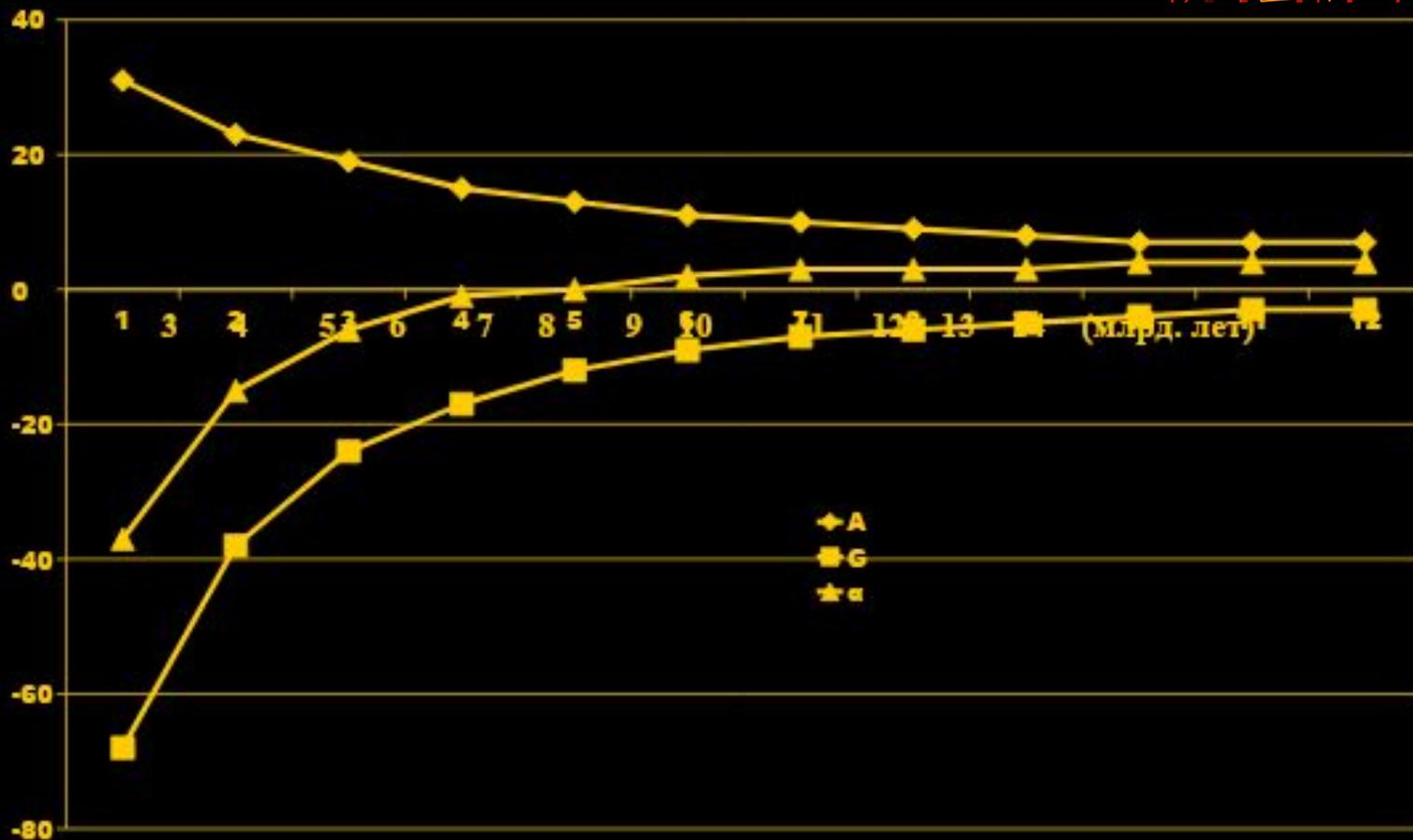
Вселенной).

Самостоятельно



- Построить графики $G(T)$ и $A(T)$ и определить время, когда суммарное ускорение равнялось нулю.

Графики зависимостей величин **A**, **G** и α от возраста Вселенной **T**.



Выводы 1:

- Имеет место экспоненциальное сокращение размеров физических объектов, которое непосредственно не фиксируется благодаря синхронному сокращению эталонов, используемых для измерения расстояний.
- Закон Хаббла можно объяснить экспоненциальным сокращением со временем эталонов, применяемых для измерения расстояний, в том числе уменьшением диаметра Земли.



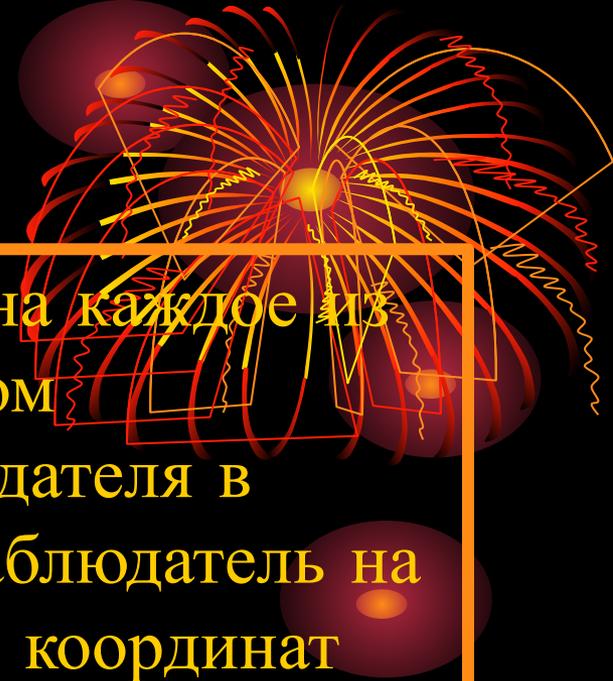
Выводы 2

- Сжатие Луны, зафиксированное НАСА благодаря снимкам **Lunar Reconnaissance Orbiter Camera** в августе **2010** года, позволяет определить «лунную» величину постоянной Хаббла, которая хорошо коррелирует с диапазоном, в котором эта величина заключена, определенным в земных условиях.



Выводы 3

В отсутствие внешних воздействий на каждое из двух покоящихся на фиксированном расстоянии, с точки зрения наблюдателя в системе координат тел, другой наблюдатель на одном из них, пользуясь системой координат «своего» тела, зафиксирует спонтанное увеличение расстояния между этими телами, отвечающее закону Хаббла.



Выводы 4



- Возрастают шансы на справедливость модели колапсирующей Вселенной, расширение которой должно смениться ее сжатием.
- Определяемое сегодня нулевое ускорение движения галактик α $(7 \pm 1) \cdot 10^9$ лет назад объясняется тем, что расчетная абсолютная величина g гравитационного торможения галактик в этот период совпадала с иллюзорным ускорением a , вызванным экспоненциальным сокращением эталона длины.