



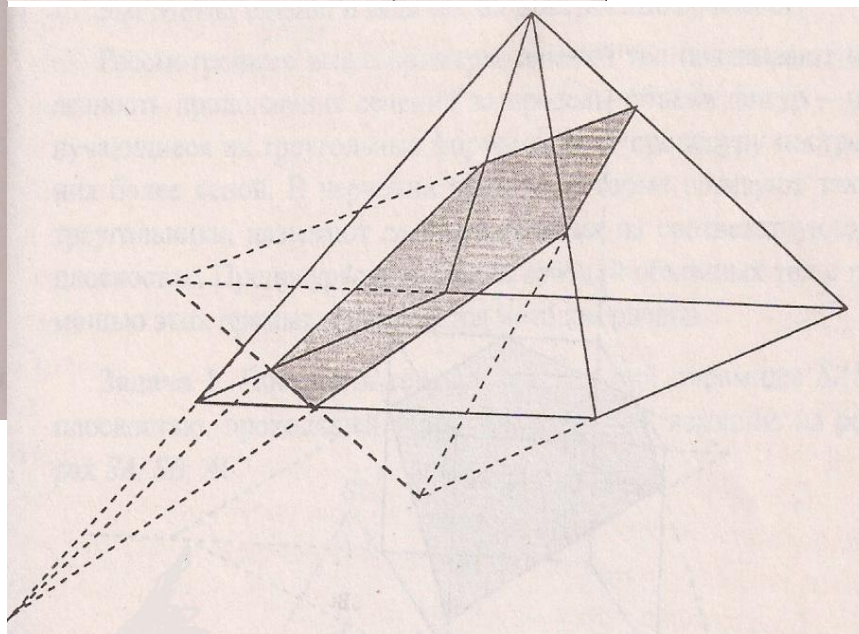
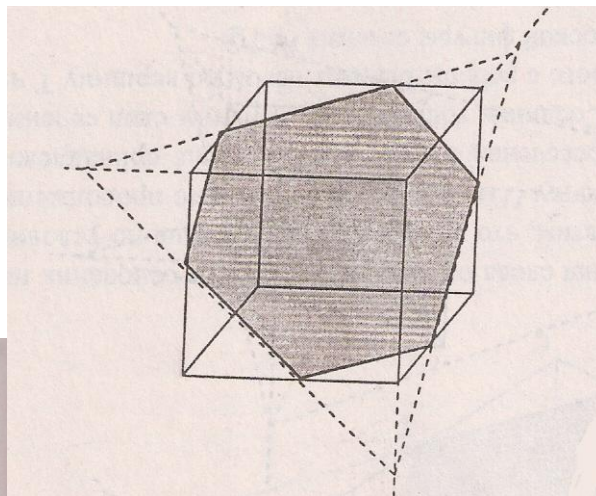
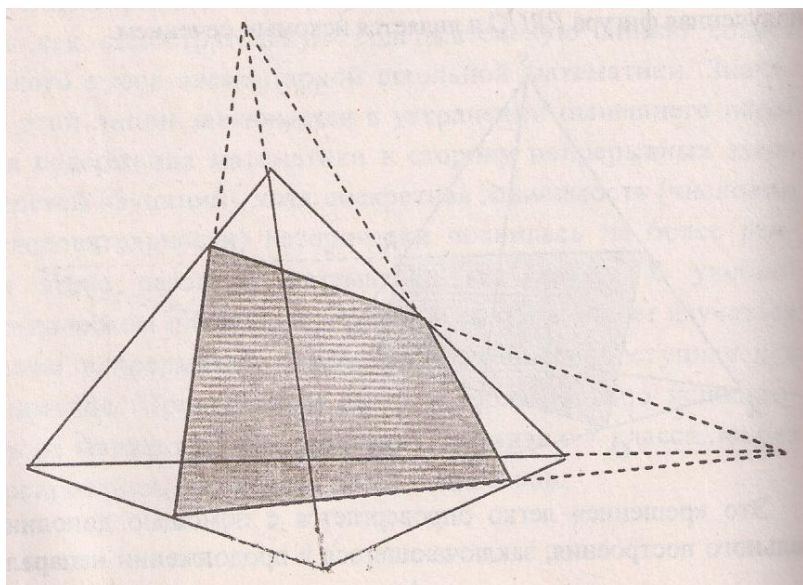
Моделирование в стереометрии

# ***Построение сечений***

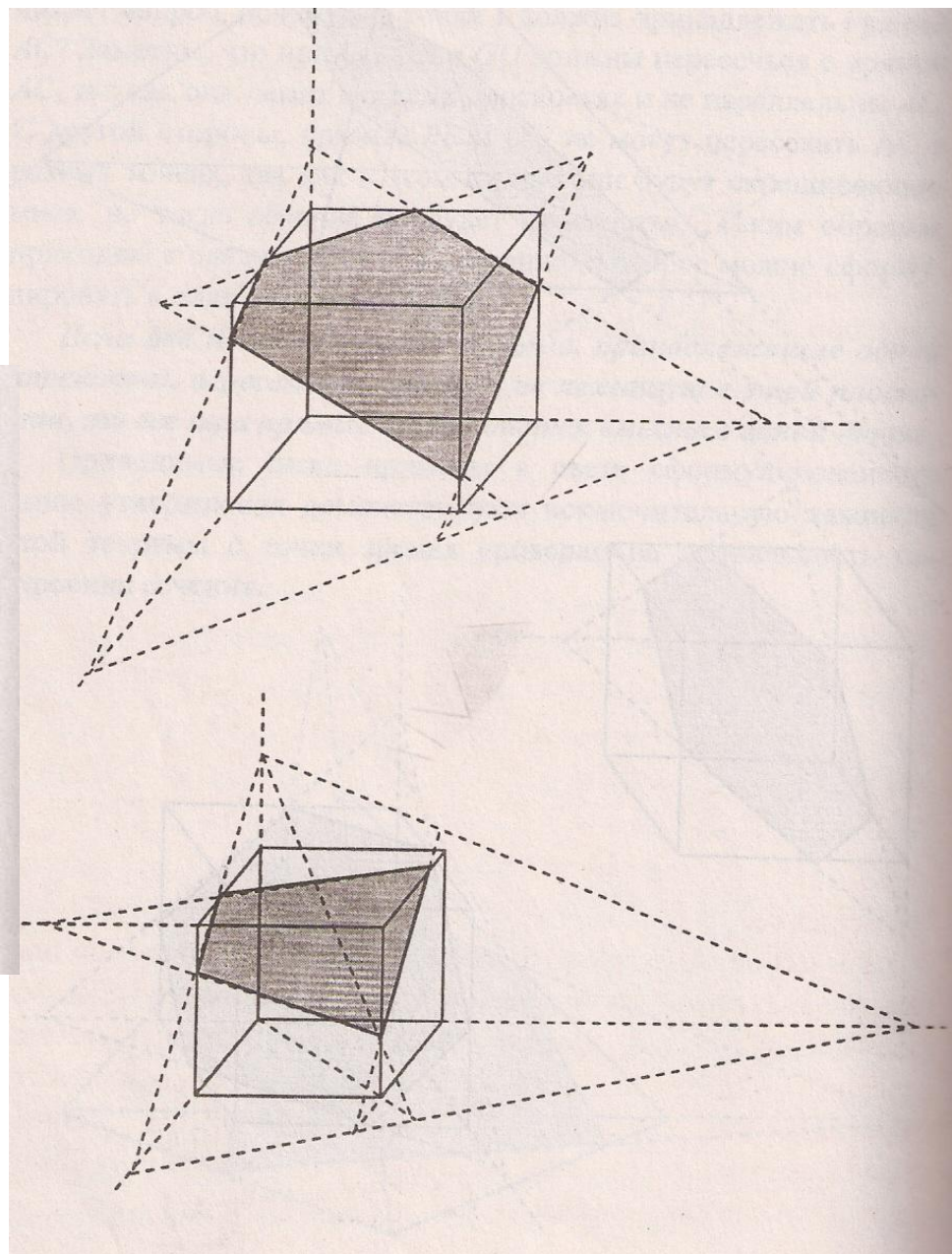
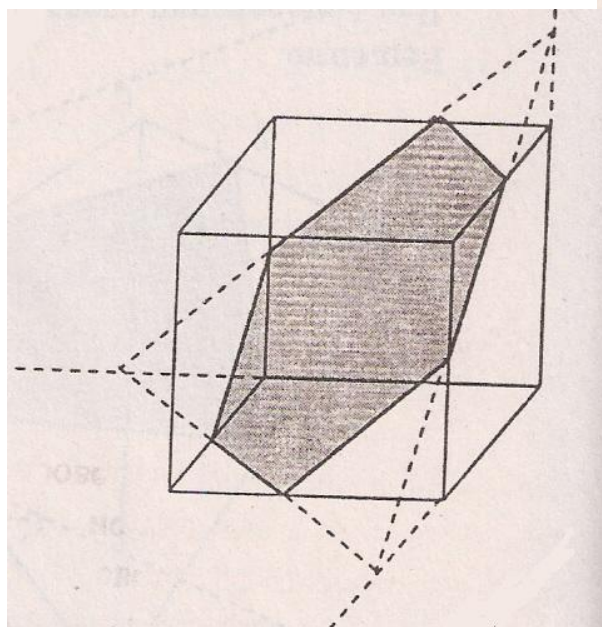
# Теорема:

- Если две непараллельные прямые, принадлежащие одной плоскости, пересекают прямую, не лежащую в этой плоскости, то все три прямые пересекаются вместе в одной точке.

# Примеры:



# Примеры:



# Метод следов в задачах на построение сечений

- Рассмотренные выше примеры сечения тел показывают полезность продолжения сечений за пределы объема фигур – получающиеся их треугольные формы делают процедуру построения более ясной. В черчении прямые, которые образуют такие треугольники, называют **следами сечения** на соответствующих плоскостях. Процедура нахождения сечений объемных тел с помощью этих прямых и называется **методом следов**.

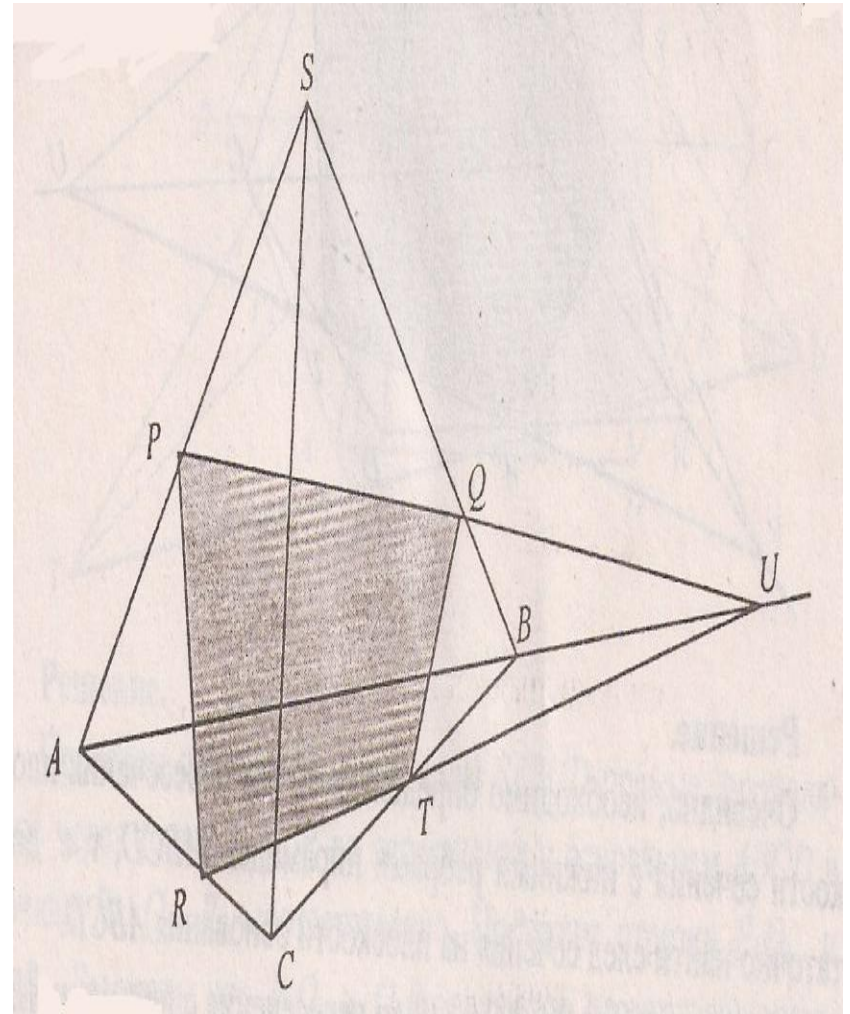
# Задача 1

- Построить сечение треугольной пирамиды  $SABC$  плоскостью, проходящей через точки  $P, Q, R$ , лежащие на рёбрах  $SA, SB, AC$ .



# Решение.

- Для определения следа сечения на плоскости основания пирамиды  $SABC$  заметим, что одна его точка  $R$  задана по условию задачи, а другую точку  $U$  можно найти с помощью продолжения отрезка  $PQ$  до пересечения с прямой  $AB$ , которая принадлежит основанию  $ABC$ . Соединив точки  $U$  и  $R$ , получим след сечения, пересечение которого с ребром  $BC$  дает искомую вершину  $T$  четырехугольной плоской фигуры сечения  $PRTQ$ .



## Задача 2

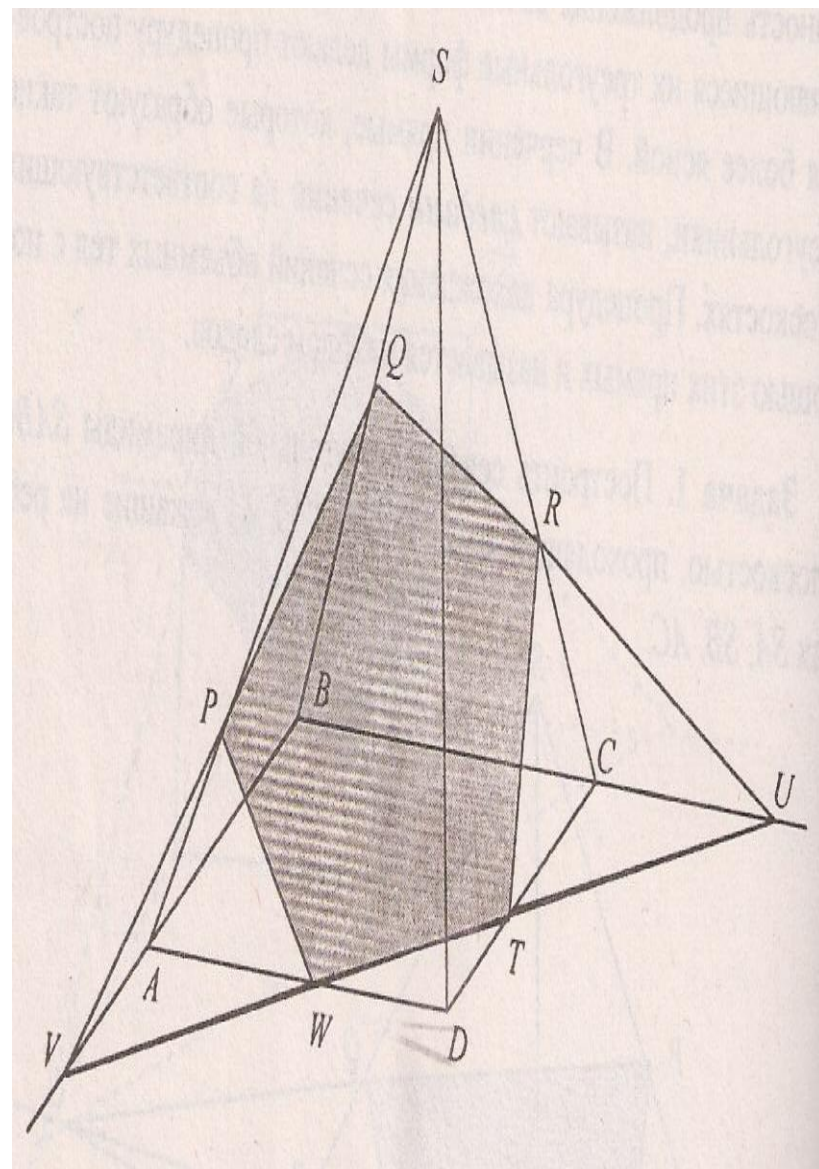
- Построить сечение четырехугольной пирамиды  $SABCD$  плоскостью, проходящей через точки  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ , лежащие на боковых ребрах  $SA$ ,  $SB$ ,  $SC$ .



# Решение

Очевидно, необходимо определить точки пересечения плоскости сечения с нижними ребрами пирамиды  $SABCD$ , т. е. достаточно найти след сечения на плоскости основания  $ABCD$ .

Продолжая отрезки  $PQ$  и  $QR$  до пересечения с прямыми  $AB$  и  $BC$ , принадлежащими плоскости  $ABCD$ , найдем точки  $V$  и  $U$ . Соединив эти точки, получим след плоскости сечения на грани  $ABCD$  пирамиды. Точки пересечения  $T$  и  $W$  следа со сторонами основания  $ABCD$  и являются искомыми вершинами сечения пирамиды  $ABCD$ .

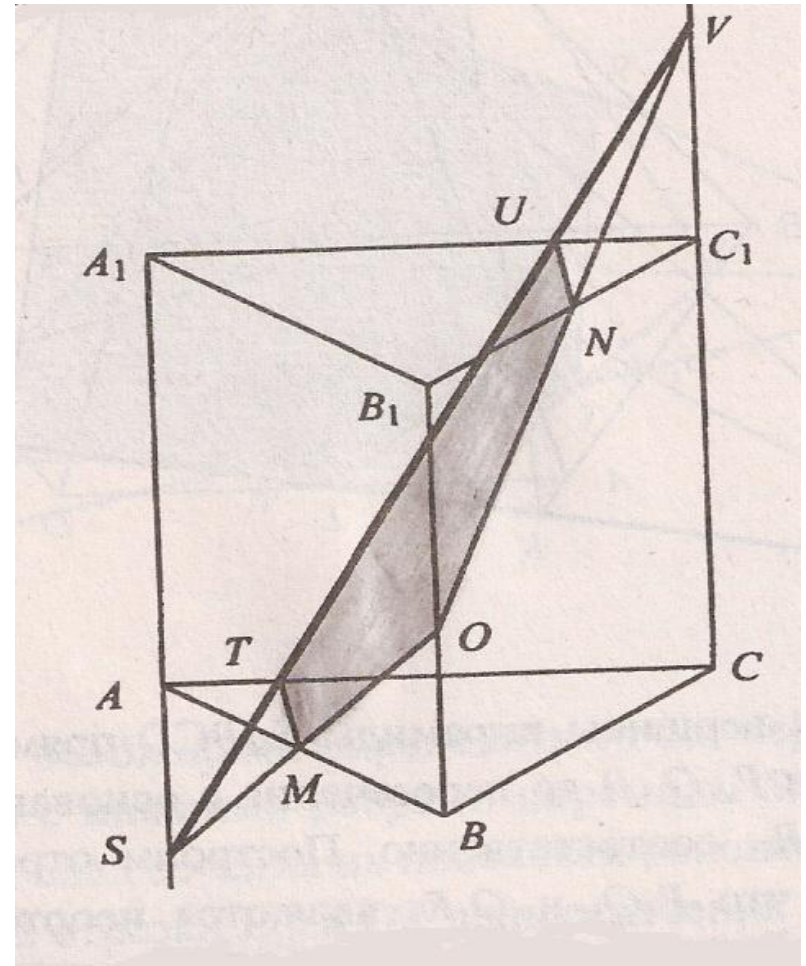


## Задача 3

- Построить сечение треугольной призмы  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ , проходящее через три заданные точки  $M$ ,  $O$ ,  $N$ , лежащие на соседних ребрах  $AB$ ,  $BB_1$ ,  $B_1C_1$ .

# Решение:

- Очевидно, что прямая  $OM$  представляет собой след плоскости сечения призмы на её грани  $AA_1BB_1$ . Точка  $S$  её пересечение с продолжением ребра  $AA_1$  принадлежит следу плоскости сечения на грани  $AA_1CC_1$ . Чтобы найти другую точку  $V$  этого следа, продолжим прямую  $ON$  до пересечения с продолжением ребра  $CC_1$ . Соединив эти точки, получим линию сечения, пересекающую ребра грани  $AA_1BB_1$  в точках  $T$  и  $U$ .  
**Пятиугольник  $MONUT$  –**  
**искомое сечение.**

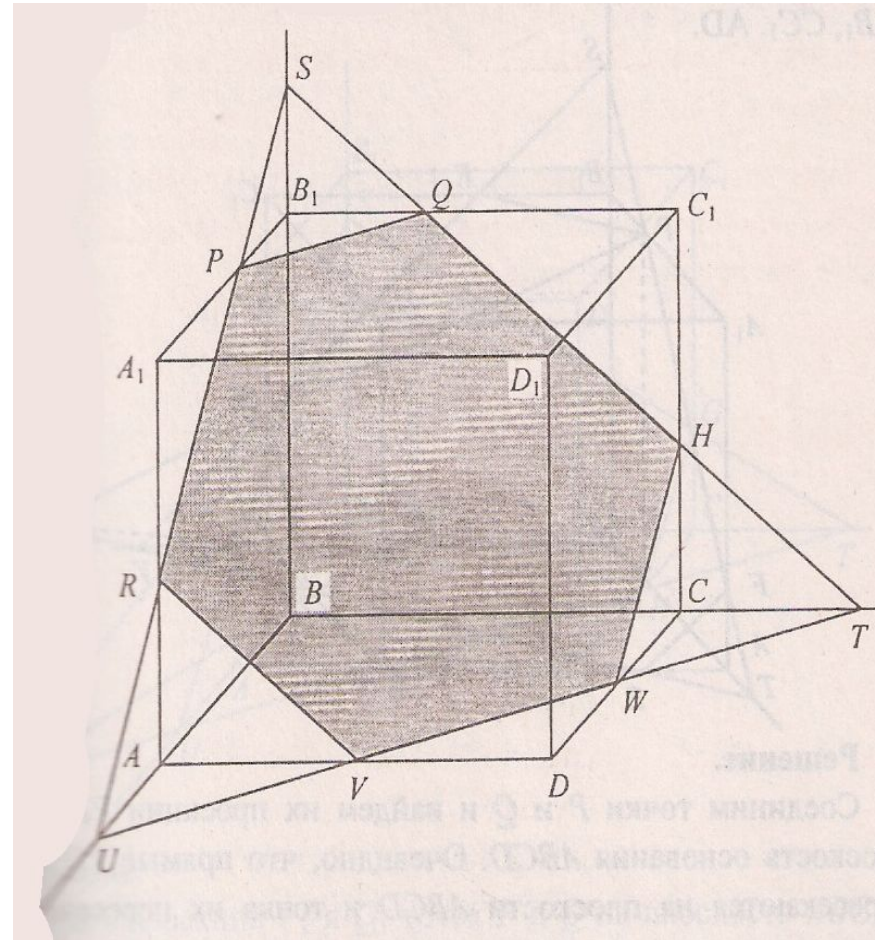


## Задача 4

- Построить сечение куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , проходящее через три точки  $P, Q, R$ , лежащие на соседних ребрах  $A_1 B_1, B_1 C_1, AA_1$ .

# Решение:

- Соединим точки  $P$  и  $Q$ ,  $P$  и  $R$  между собой. Прямая  $PR$  представляет собой след плоскости сечения куба на плоскости его грани  $AA_1BB_1$ . Точки пересечения  $U$  и  $S$  этого следа с продолжениями ребер  $AB$  и  $BB_1$  являются точками следов сечения на гранях  $ABCD$  и  $BB_1CC_1$ . Так как точка  $Q$  тоже принадлежит грани  $BB_1CC_1$ , находим след сечения  $ST$  на этой грани. Соединив точки  $T$  и  $U$ , получаем третий след сечения на плоскости  $ABCD$ . Точки пересечения найденных трех следов с ребрами куба и определяют его шестиугольное сечение  $PRVWHQ$ .

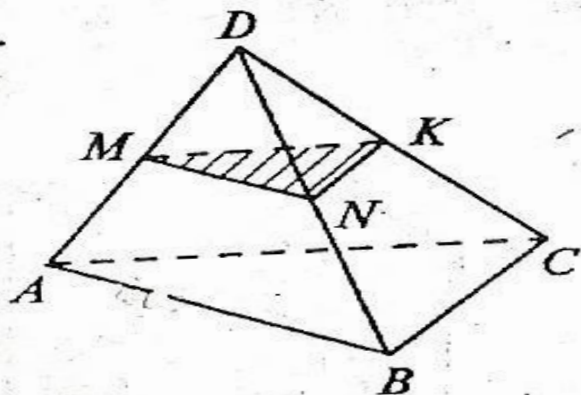




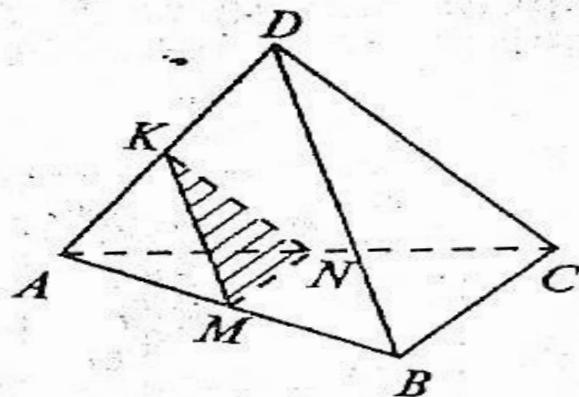
1. Объясните, как построить сечение тетраэдра  $DABC$  плоскостью, проходящей через данные точки  $M, N, K$ .

2. В задачах 1—3 найдите периметр сечения, если  $M, N, K$  — середины ребер и каждое ребро тетраэдра равно  $a$ .

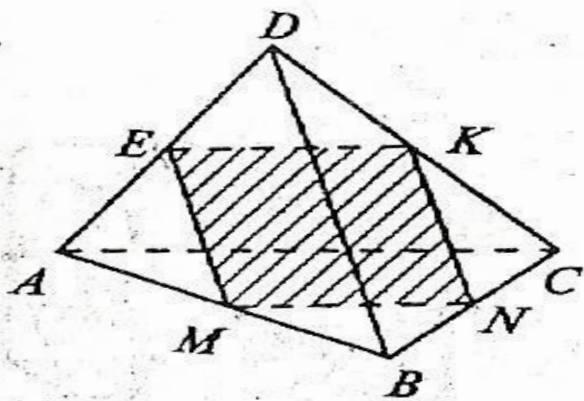
1.



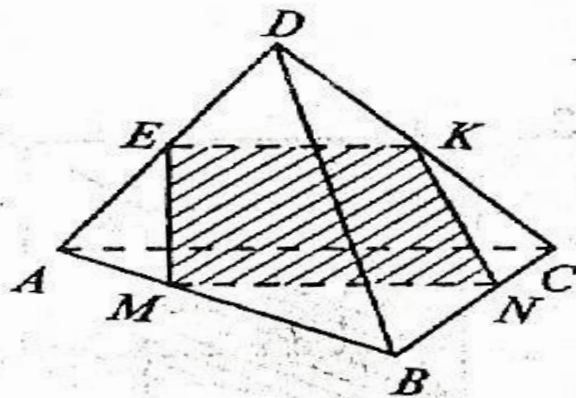
2.



3.



4.

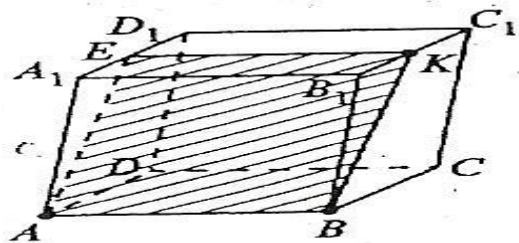


$MN \parallel AC$

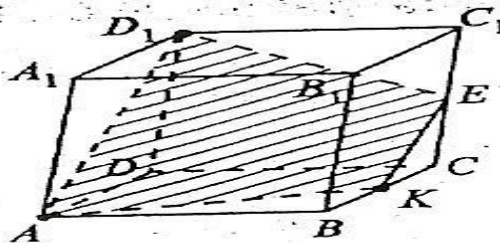


Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки:

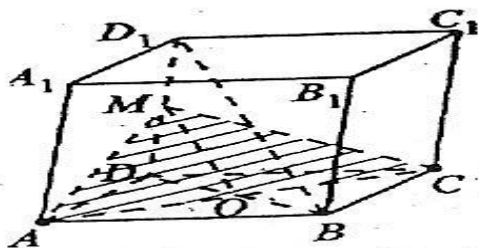
1)  $A, B, K$ ;



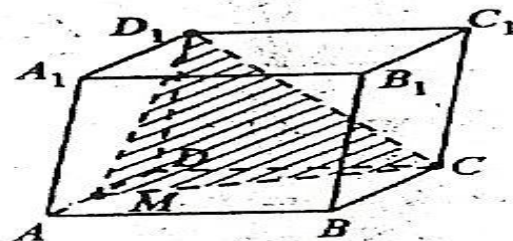
2)  $A, D_1, K$ ;



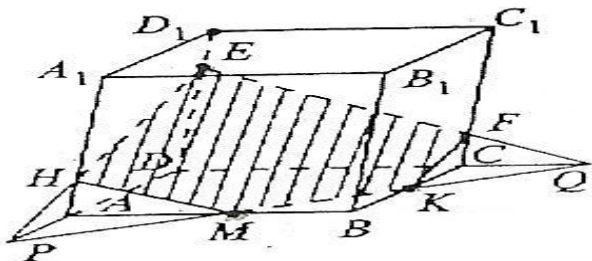
3)  $A$  и  $C$  параллельно диагонали  $BD_1$ ;



4)  $M, D_1, C$ ;



5)  $M, E, K$ ;



6)  $K, M, N$ .

