

Модуль «Геометрия» часть II № 24-26

Презентацию выполнила:
учитель математики
МАОУ Гимназия №1
Сурскова Т.А.



г. Балаково, 2018 г

$\triangle ВКС$ и $\triangle АРД$ -
равносторонние
Докажите
1) $\square ВКДР$ - пар-мн
2) $\angle РВК = \angle КДР$
3) $\triangle РВК = \triangle КДР$

2) докажем
 $\angle КВН = \angle НДК$

Метод решения: введение вспомогательной окружности

Идея метода: ввести в рассмотрение окружность, если это возможно в данной конфигурации, чтобы применить разнообразные свойства отрезков и углов, связанных с ней.

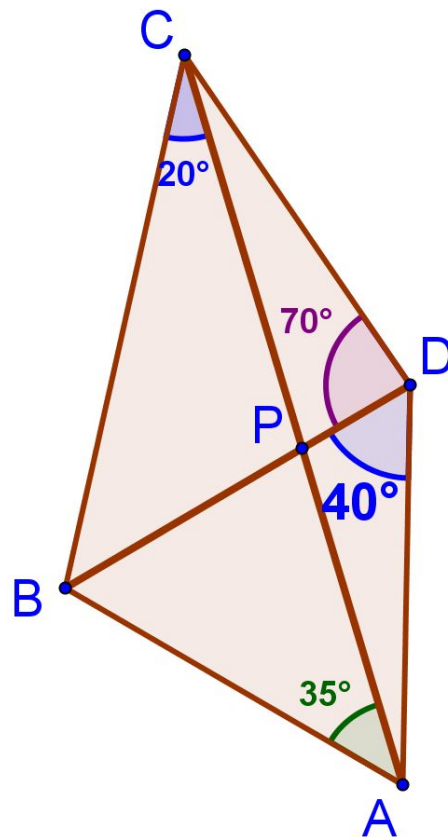
Введение вспомогательной окружности. №1

В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $\angle BSA = 20^\circ$,
 $\angle BAS = 35^\circ$, $\angle BDC = 70^\circ$, $\angle BDA = 40^\circ$. Найдите
углы между диагоналями этого четырехугольника.

$$20^\circ = \frac{1}{2} \cdot 40^\circ$$

$\angle BSA$ и $\angle BDA$ опираются на отрезок BA и лежат от него по одну сторону \Rightarrow

Можно построить окружность с центром в точке D , проходящую через остальные три вершины четырехугольника C ; B и A



$CD = DA$ как радиусы одной окружности

$\Rightarrow \triangle ACD$ - равнобедренный

$$\begin{aligned} \angle CAD &= \angle DCA = \\ &= (180^\circ - 40^\circ - 70^\circ) : 2 = 35^\circ. \end{aligned}$$

Из $\triangle APD$

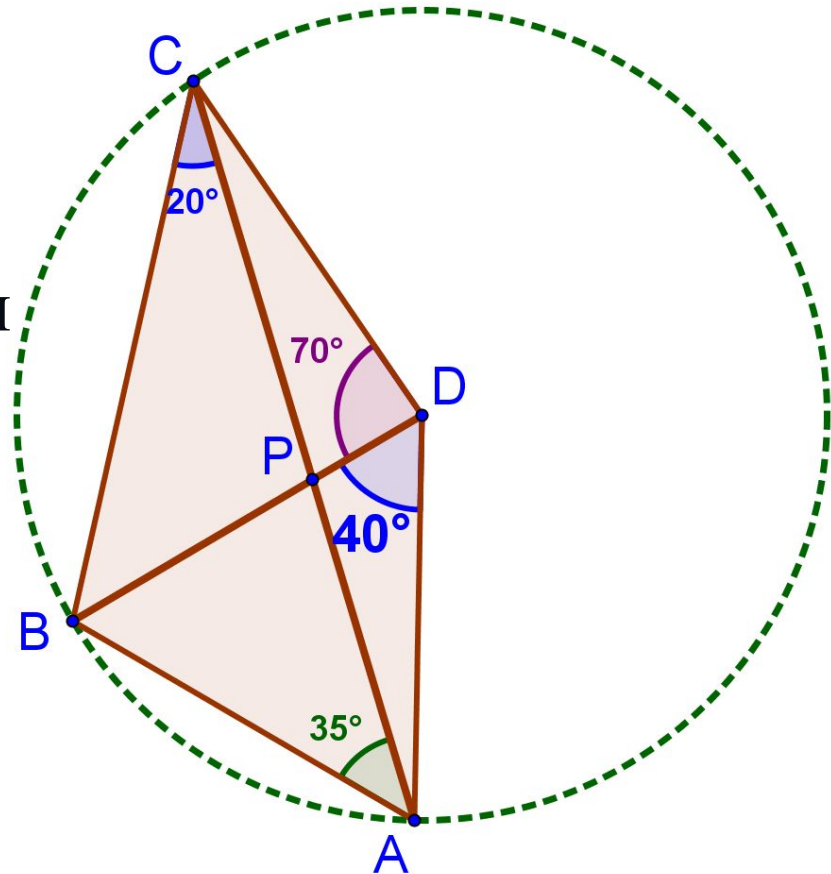
$$\angle APD = 180^\circ - 40^\circ - 35^\circ =$$

105° .

Углы между диагоналями равны

105° и 75°

Ответ: 105° ; 75°



Введение вспомогательной окружности. №2

В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) $\angle ADB$ в два раза меньше $\angle ACB$. Известно, что $BC = AC = 5$ и $AD = 6$. Найдите площадь трапеции.

$\angle ADB = \frac{1}{2} \angle ACB$ и углы «опираются» на один отрезок – AB и лежат от него по одну сторону

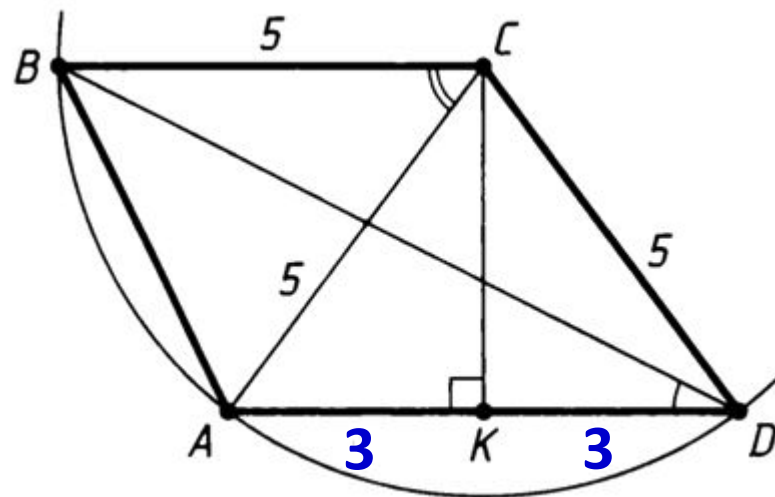
Можно построить окружность с центром в точке C и

$$R = BC = AC = 5 \Rightarrow CD = 5$$

$\triangle ACD$ - равнобедренный

Проведём высоту CK ; $CK=4$

Ответ: 22



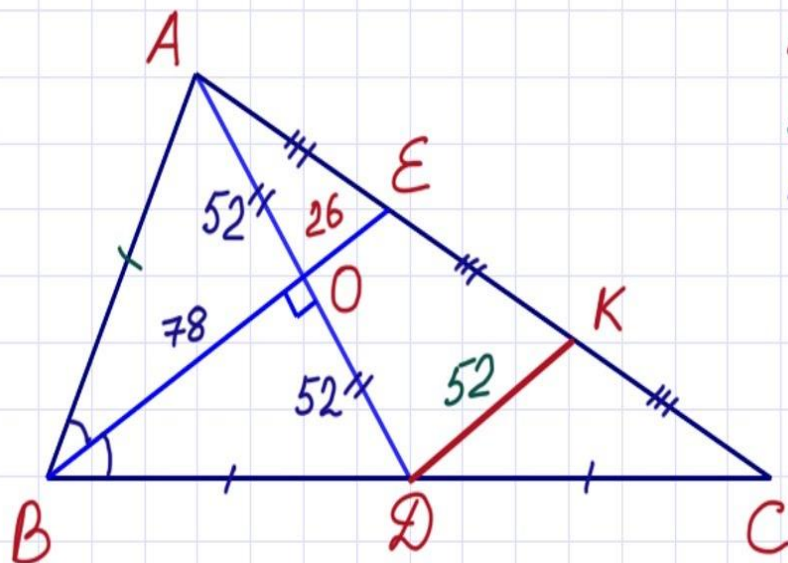
$$S_{ABCD} = \frac{AD+BC}{2} \cdot CK = \frac{6+5}{2} \cdot 4 = 22.$$

Метод решения: дополнительное построение медианы.

Идея метода: В качестве дополнительного построения провести медиану, если это возможно в данной конфигурации, чтобы применить её свойства.

26

В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 104. Найдите стороны треугольника ABC .



$BD = DC$; $\angle ABE = \angle EBC$;
 BO - бис. и выс. $\triangle ABD$, $\triangle ABD$ - равноб.
 $AB = BD$, BO - мед., $AO = OD = \frac{AD}{2} = 52$
 $OK \parallel BE$, OK - ср. линия $\triangle BEC$,
 $OK = \frac{BE}{2} = \frac{104}{2} = 52$; $OE \parallel OK$; O - сер. AD ,
 OE - ср. линия $\triangle AOK$; $OE = \frac{OK}{2} = 26$;
 $OB = BE - OE = 104 - 26 = 78$;

$AE = EK = KC$. $AB = \sqrt{BO^2 + AO^2} = \sqrt{78^2 + 52^2} = \sqrt{(3 \cdot 26)^2 + (2 \cdot 26)^2} = 26\sqrt{13}$;
 $BC = 2AB = 2 \cdot 26\sqrt{13} = 52\sqrt{13}$; $AE = \sqrt{AO^2 + OE^2} = \sqrt{52^2 + 26^2} = 26\sqrt{5}$.
 $AC = 3AE = 3 \cdot 26\sqrt{5} = 78\sqrt{5}$. ОТВЕТ: $26\sqrt{13}$; $52\sqrt{13}$; $78\sqrt{5}$.

Треугольники

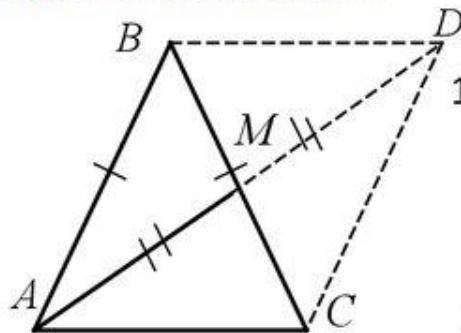
Решение заданий второй части



1. Найдите основание равнобедренного треугольника, если оно в 3 раза меньше боковой стороны, а медиана, проведённая к боковой стороне, равна $3\sqrt{11}$.

2 способ: используется приём, позволяющий быстро решать задачи, где речь идёт о медиане. Медиана AM продлевается за точку M и на её продолжении откладывается отрезок MD , равный медиане.

Рассматривается параллелограмм $ABDC$ и используется формула, связывающая его стороны и диагонали.



Решение:

- 1) Пусть AC – основание треугольника, AM – медиана. Отложим на луче AM отрезок $MD = AM$. Тогда $ACBD$ – параллелограмм, т. к. его диагонали пересекаются в середине.

2) Обозначим $AC = x$, $AB = BC = 3x$, тогда по свойству сторон и диагоналей параллелограмма имеем:

$$2(AB^2 + AC^2) = BC^2 + AD^2$$

или $2 \cdot (9x^2 + x^2) = 9x^2 + (6\sqrt{11})^2$

$$11x^2 = 36 \cdot 11$$

$$x = 6$$

Ответ: 6.



Метод решения: метод площадей.

Идея метода: решение задач с помощью свойств площадей.

Задание 25 № 333131

Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.

Решение.

[OBJ]

Проведём через точку [OBJ] прямые, параллельные сторонам параллелограмма, пересекающие его стороны AB , BC , CD и AD в точках K , L , M и N соответственно. Эти прямые делят параллелограмм $ABCD$ на четыре параллелограмма. Поскольку диагональ делит параллелограмм на два равных треугольника, получаем

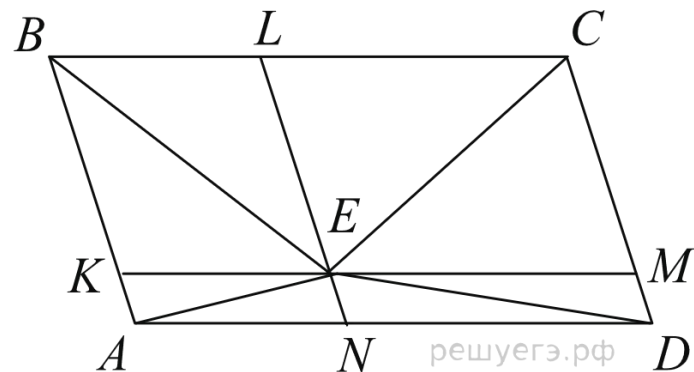
[OBJ]

$$S_{BEC} + S_{AED} = S_{BEL} + S_{LEC} + S_{AEN} + S_{EDN} =$$

[OBJ]

$$= \frac{1}{2}S_{BLEK} + \frac{1}{2}S_{LCME} + \frac{1}{2}S_{ANEK} + \frac{1}{2}S_{NEMD} =$$

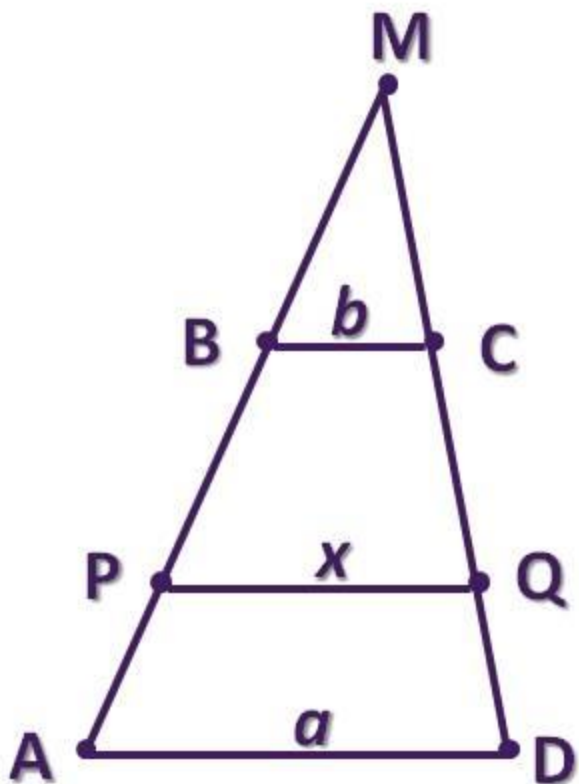
$$= \frac{1}{2}(S_{BLEK} + S_{LCME} + S_{ANEK} + S_{NEMD}) = \frac{1}{2}S_{ABCD}.$$



Модуль «Геометрия»

Часть 2

26. Основания трапеции равны a и b . Определить длину отрезка, параллельного основаниям и делящего трапецию на равновеликие части.



1) $AB \cap CD = M$; $\triangle BMC \sim \triangle AMD$.

Т.к. $\frac{S_{BMC}}{S_{AMD}} = \frac{b^2}{a^2}$; $S_{ABCD} = S_{AMD} - S_{BMC}$,

то $S_{APQD} = S_{PBCQ} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2} S_{BMC} \frac{a^2 - b^2}{b^2}$.

2) $\triangle BMC \sim \triangle PMQ$. Т.к. $\frac{S_{BMC}}{S_{PMQ}} = \frac{b^2}{x^2}$; $S_{PBCQ} = S_{PMQ} - S_{BMC}$,

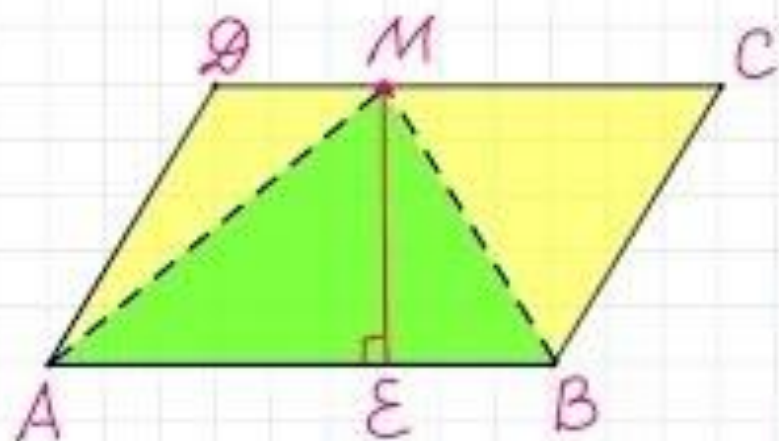
то $S_{PBCQ} = S_{BMC} \frac{x^2 - b^2}{b^2}$.

3) Получим: $\frac{1}{2} S_{BMC} \frac{a^2 - b^2}{b^2} = S_{BMC} \frac{x^2 - b^2}{b^2}$;

откуда $x = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$.

Ответ. $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$

24. На стороне CD параллелограмма $ABCD$ отметили точку M . Найдите площадь параллелограмма, если площадь треугольника MAB равна 19.



Дано: $ABCD$ - паралл.,
 $S_{\triangle MAB} = 19$.

Найти: $S_{ABCD} = ?$

$$S_{ABCD} = AB \cdot ME; \quad S_{\triangle MAB} = \frac{1}{2} AB \cdot ME$$

$$S_{\triangle MAB} = \frac{1}{2} S_{ABCD}; \quad | \cdot 2$$

$$2S_{\triangle MAB} = S_{ABCD}; \quad S_{ABCD} = 2S_{\triangle MAB} = 2 \cdot 19 = 38.$$

Ответ: 38.