Модуль «Геометрия» часть II № 24-26

Презентацию выполнила:
учитель математики
МАОУ Гимназия №1
Сурскова Т.А.

г. Балаково, 2018 г

Метод решения: введение вспомогательной окружности

Идея метода: ввести в рассмотрение окружность, если это возможно в данной конфигурации, чтобы применить разнообразные свойства отрезков и углов, связанных с ней.

Введение вспомогательной окружности. №1

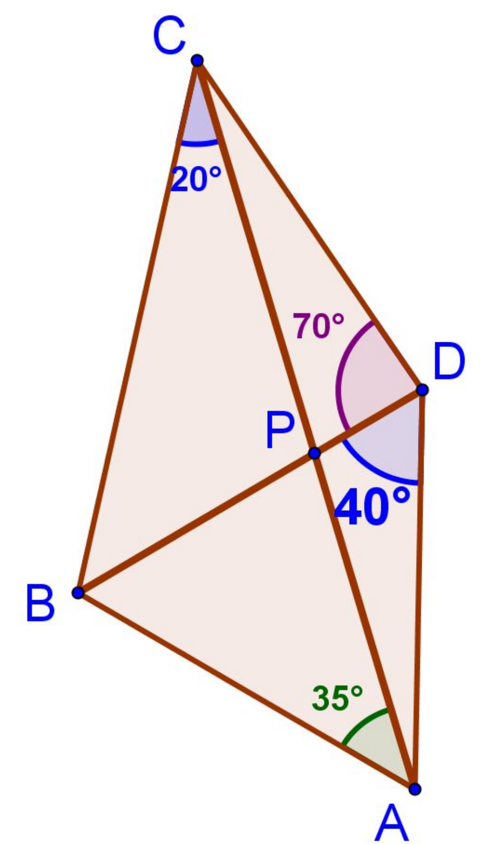
В выпуклом четырехугольнике ABCD ∠ BCA = 20º, ∠ BAC = 35º, ∠ BDC = 70º, ∠ BDA = 40º. Найдите углы между диагоналями этого четырехугольника.

20º =½· 40º

∠ ВСА и ∠ ВДА опираются на отрезок ВА и лежат от него по о

сторону ⇒

Можно построить окружность с центром в точке D, проходящую через остальные три вершины четырехугольника С; В и D



CD = DA как радиусы одной окружности

$\Rightarrow \Delta$ ACD - равнобедренный

$\angle$ CAD = $\angle$ DCA =

= (180º – 40º – 70º) : 2 = 35º.

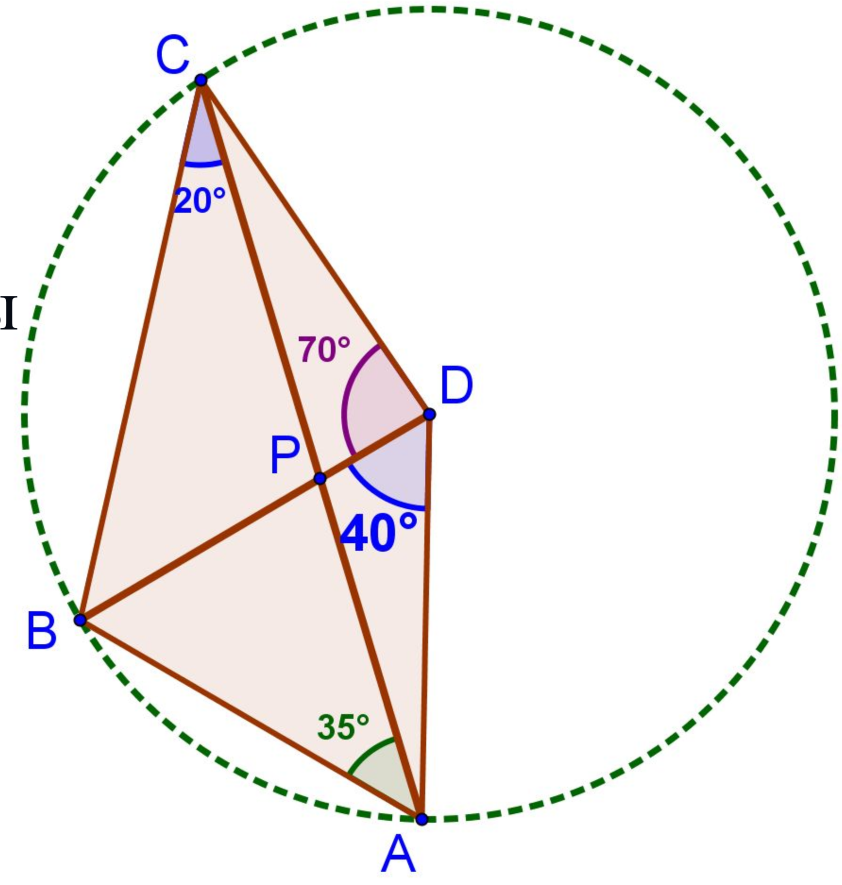
Из Δ APD

$\angle$ **APD** = 180º – 40º – 35º =

105º.

Углы между диагоналями равны

105º и **75º**

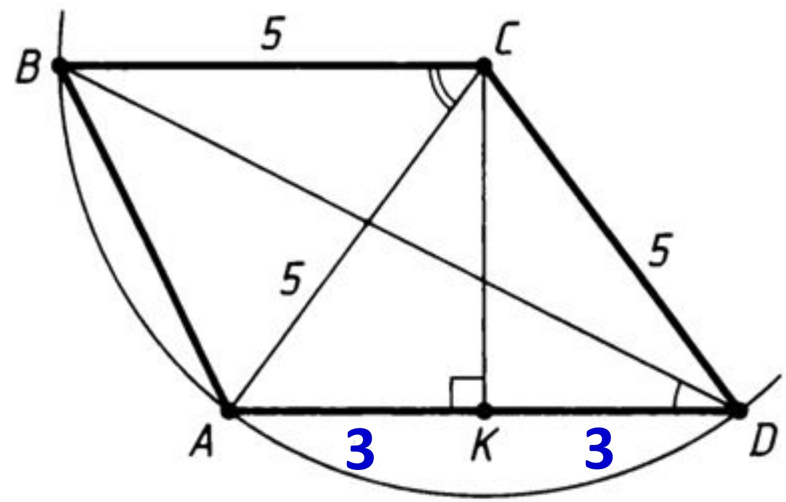


Ответ: 105°; 75°

Введение вспомогательной окружности. №2

В трапеции ABCD (AD || BC) $\angle$ ADB в два раза меньше $\angle$ ACB. Известно, что BC = AC = 5 и AD = 6. Найдите площадь трапеции.

$\angle$ ADB = ½ $\angle$ ACB и углы «опираются» на один отрезок – AB и лежат от него по одну сторону



Можно построить окружность **с центром в точке** **C** и

R = BC = AC = 5 $\Rightarrow$ CD = 5

ΔACD - равнобедренный

Проведём высоту CK; CK=4

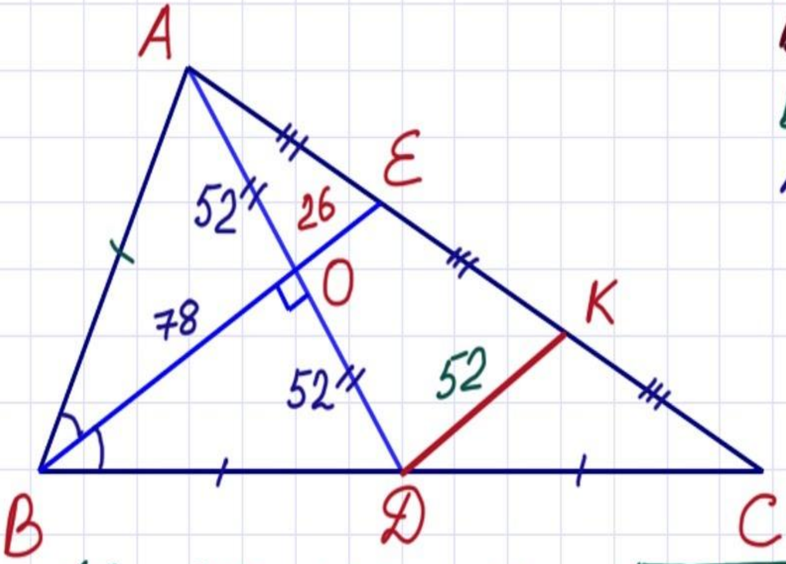
$$S_{ABCD} = \frac{AD+BC}{2} \cdot CK = \frac{6+5}{2} \cdot 4 = 22.$$

Ответ: ***22***

Метод решения: дополнительное построение медианы.

Идея метода: В качестве дополнительного построения провести медиану, если это возможно в данной конфигурации, чтобы применить её свойства.

26 В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 104. Найдите стороны треугольника ABC.



$BD = DC$; $\angle ABE = \angle EBC$;

BO – бис. и выс. ΔABD, ΔABD – равноб.

$AB = BD$, BO – мед., $AO = OD = \frac{AD}{2} = 52$

$DK \parallel BE$, DK – ср. линия ΔBEC,

$DK = \frac{BE}{2} = \frac{104}{2} = 52$; $OE \parallel DK$; O – сер. AD,

OE – ср. линия ΔADK; $OE = \frac{DK}{2} = 26$;

$OB = BE - OE = 104 - 26 = 78$;

$AE = EK = KC$. $AB = \sqrt{BO^2 + AO^2} = \sqrt{78^2 + 52^2} = \sqrt{(3\cdot 26)^2 + (2\cdot 26)^2} = 26\sqrt{13}$;

$BC = 2AB = 2\cdot 26\sqrt{13} = 52\sqrt{13}$; $AE = \sqrt{AO^2 + OE^2} = \sqrt{52^2 + 26^2} = 26\sqrt{5}$.

$AC = 3AE = 3\cdot 26\sqrt{5} = 78\sqrt{5}$.

Ответ: $26\sqrt{13}$; $52\sqrt{13}$; $78\sqrt{5}$.

Треугольники

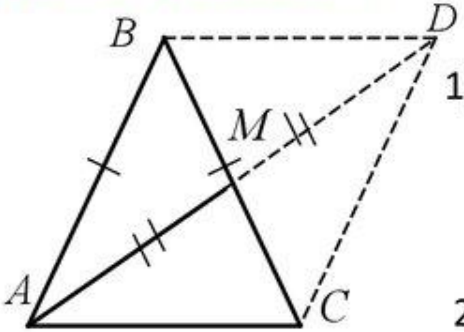
Решение заданий второй части

1. Найдите основание равнобедренного треугольника, если оно в 3 раза меньше боковой стороны, а медиана, проведённая к боковой стороне, равна $3\sqrt{11}$.

2 способ: используется приём, позволяющий быстро решать задачи, где речь идёт о медиане.

Медиана AM продлевается за точку M и на её продолжении откладывается отрезок MD, равный медиане.

Рассматривается **параллелограмм** ABDC и используется **формула, связывающая его стороны и диагонали**.



Решение:

1) Пусть AC – основание треугольника, AM – медиана.
Отложим на луче AM отрезок MD = AM
Тогда ACBD – параллелограмм, т. к.его диагонали пересекаются в середине.

2) Обозначим AC = x, AB = BC = 3x, тогда по свойству сторон и диагоналей параллелограмма имеем: $\boxed{2(AB^2+AC^2)=BC^2+AD^2}$,

или
$$2\cdot(9x^2+x^2)=9x^2+(6\sqrt{11})^2$$
$$11x^2=36\cdot 11$$
$$x=6$$

Ответ: 6.

Метод решения: метод площадей.

Идея метода: решение задач с помощью свойств площадей.

Задание 25 № 333131

Внутри параллелограмма ABCD выбрали произвольную точку E. Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.

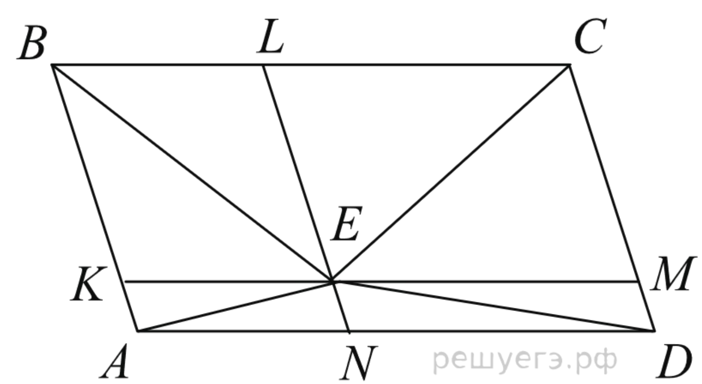
Решение.

Проведём через точку прямые, параллельные сторонам параллелограмма, пересекающие его стороны AB, BC , CD и AD в точках K , L, M и N соответственно. Эти прямые делят параллелограмм ABCD на четыре параллелограмма. Поскольку диагональ делит параллелограмм на два равных треугольника, получаем

$$S_{BEC}+S_{AED}=S_{BEL}+S_{LEC}+S_{AEN}+S_{EDN}=$$

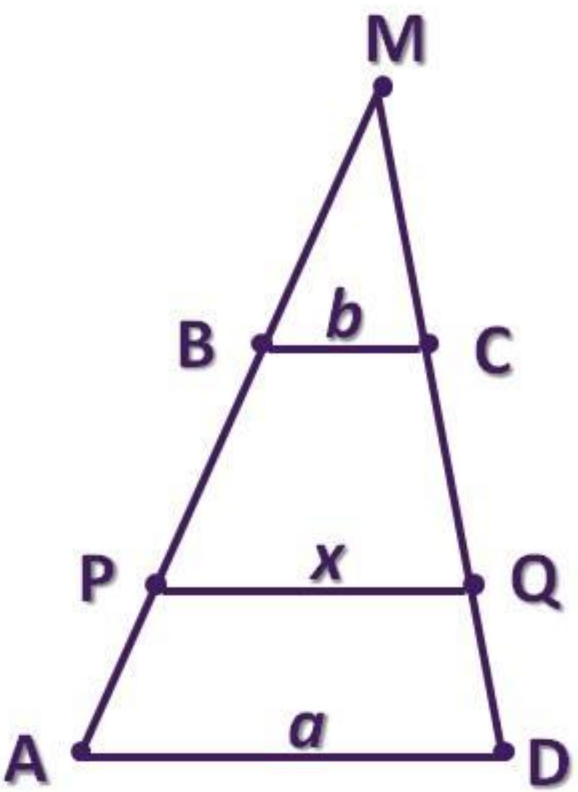
$$=\frac{1}{2}S_{BLEK}+\frac{1}{2}S_{LCME}+\frac{1}{2}S_{ANEK}+\frac{1}{2}S_{NEMD}=$$

$$=\frac{1}{2}(S_{BLEK}+S_{LCME}+S_{ANEK}+S_{NEMD}=\frac{1}{2}S_{ABCD}.$$



Модуль «Геометрия»
Часть 2

26. Основания трапеции равны a и b. Определить длину отрезка, параллельного основаниям и делящего трапецию на равновеликие части.



1) $AB \cap CD = M$; $\Delta BMC \sim \Delta AMD$.

$$T.к.\ \frac{S_{BMC}}{S_{AMD}} = \frac{b^2}{a^2};\ S_{ABCD} = S_{AMD} - S_{BMC},$$

$$то\ S_{APQD} = S_{PBCQ} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2} S_{BMC} \frac{a^2 - b^2}{b^2}.$$

2) $\Delta BMC \sim \Delta PMQ$. $T.к.\ \dfrac{S_{BMC}}{S_{PMQ}} = \dfrac{b^2}{x^2};\ S_{PBCQ} = S_{PMQ} - S_{BMC},$

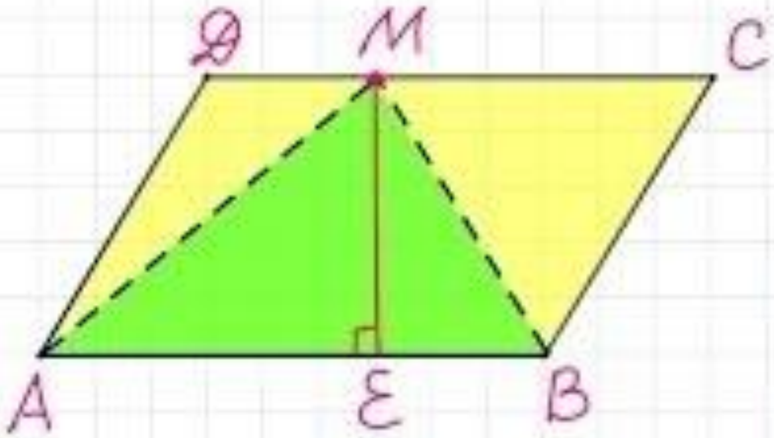
$$то\ S_{PBCQ} = S_{BMC} \frac{x^2 - b^2}{b^2}.$$

3) $Получим:\ \dfrac{1}{2} S_{BMC} \dfrac{a^2 - b^2}{b^2} = S_{BMC} \dfrac{x^2 - b^2}{b^2};$

$$откуда\ x = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}.$$

Ответ. $\sqrt{\frac{а^2+в^2}{2}}$

24. На стороне CD параллелограмма $ABCD$ отметили точку M. Найдите площадь параллелограмма, если площадь треугольника MAB равна 19.



Дано: $ABCD$ - парал,
$S_{\Delta MAB} = 19$.

Найти: $S_{ABCD} = ?$

$S_{ABCD} = AB \cdot ME$; $S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} AB \cdot ME$

$S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$; $| \, 2$.

$2S_{MAB} = S_{ABCD}$; $S_{ABCD} = 2S_{\Delta MAB} = 2 \cdot 19 = 38$.

Ответ: 38.