

МУРАВЬИНЫЕ АЛГОРИТМЫ

ANT

COLONY

OPTIMIZATI



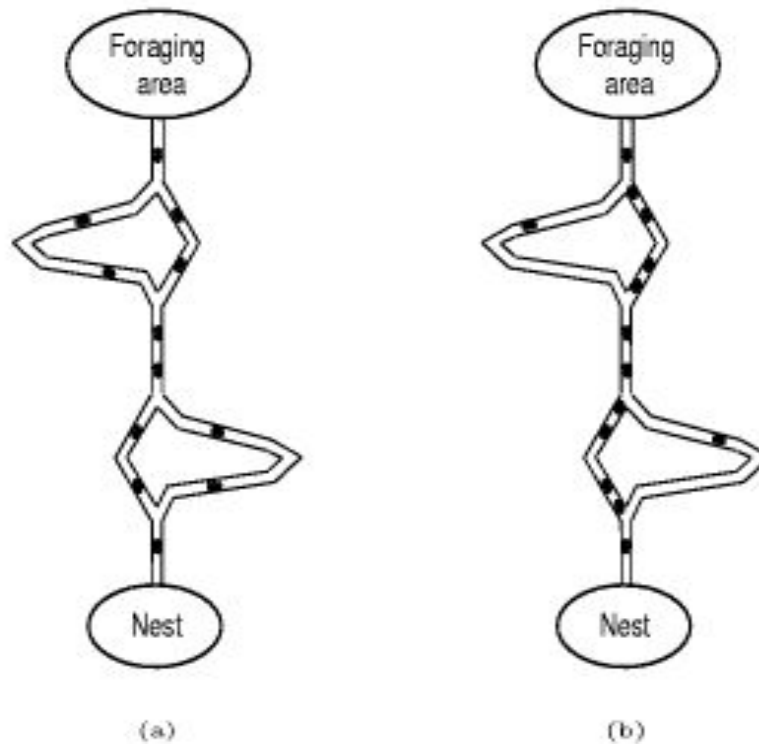
САМООРГАНИЗАЦИЯ

Основу поведения муравьиной колонии составляет **самоорганизация.**

Самоорганизация является результатом взаимодействия следующих четырех компонентов:

- случайность;
- многократность;
- положительная обратная связь;
- отрицательная обратная связь.

ДВИЖЕНИЕ МУРАВЬЁВ ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ КОНЦЕНТРАЦИЕЙ ФЕРОМОНА



При своём движении муравей метит путь феромоном, и эта информация используется другими муравьями для выбора пути.

ОБОБЩЁННЫЙ АЛГОРИТМ

- **ПОКА (условия выхода не выполнены)**
 1. **Создание муравьёв**
 2. **Поиск решения**
 3. **Обновление феромонов**
 4. **Дополнительные действия {опционально}**

ПОИСК РЕШЕНИЯ

Вероятность перехода из вершины i в вершину j в момент времени t

$$p_{ij}(t) = \frac{\tau_{ij}(t)^\alpha \left(\frac{1}{d_{ij}}\right)^\beta}{\sum_{j \in J_i} \tau_{ij}(t)^\alpha \left(\frac{1}{d_{ij}}\right)^\beta}, \quad (1)$$

где J_i – множество вершин, в которые разрешен переход из вершины i ,

$\tau_{ij}(t)$ – уровень феромона на дуге $i - j$ на шаге t ,

d_{ij} – расстояние между вершинами i и j ,

α, β – константные параметры.

ОБНОВЛЕНИЕ ФЕРОМОНА

Уровень феромона:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \sum_{k \in M_{ij}} \frac{L_{\min}}{L_k} \quad (2)$$

где ρ – интенсивность испарения,

M_{ij} – множество муравьёв, прошедших по дуге (i, j) ,

L_k – длина маршрута k -го муравья,

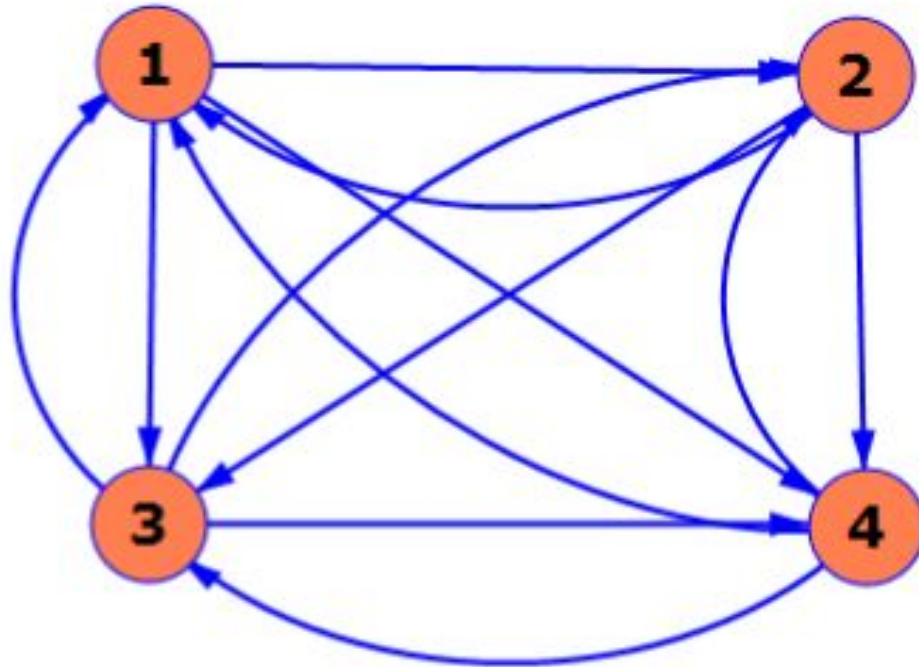
L_{\min} – предполагаемая **идеальное значение ЦФ (в задаче на минимум)**,

$\frac{L_{\min}}{L_k}$ – феромон, откладываемый k -ым муравьём на ребре (i, j) .

ЭТАПЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПРИ ПОМОЩИ МУРАВЬИНЫХ АЛГОРИТМОВ

1. Представить задачу в виде набора компонент (вершин) и переходов (ребер) или набором взвешенных графов, на которых муравьи могут строить решения.
2. Определить эвристику поведения муравья при построении решения (определение вероятностей переходов – (1)).
3. Определить значение следа феромона (соотношение (2)).
4. Определить процедуру эффективного локального поиска (если возможно).
5. Подобрать параметры АСО–алгоритма ($\alpha, \beta, \rho, L_{\min}$)

ПРИМЕНЕНИЕ АСО ДЛЯ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЁРА



СОЗДАНИЕ МУРАВЬЕВ

- ✓ Общее количество муравьёв равно количеству городов;
- ✓ каждый муравей начинает маршрут из своего города;
- ✓ изначально количества феромона на рёбрах принимается равным небольшому положительному числу.

ПОИСК РЕШЕНИЯ

J_{ik} – список городов, которые необходимо посетить муравью k , находящемуся в городе i .

Вероятность перехода k -го муравья из города i в город j :

$$p_{ij}(t) = \frac{\tau_{ij}(t)^\alpha (\eta_{ij})^\beta}{\sum_{j \in J_i} \tau_{ij}(t)^\alpha (\eta_{ij})^\beta}, \quad j \in J_{ik}, \quad (1')$$

$$p_{ij}(t) = 0, \quad j \notin J_{ik},$$

ОБНОВЛЕНИЕ ФЕРОМОНА

Пусть

$T_k(t)$ – цикл, пройденный муравьём k к моменту времени t ,

$L_k(t)$, – длина этого цикла,

L_{\min} – параметр, имеющий значение порядка длины оптимального цикла.

Тогда на ребре (i, j) k -й муравей откладывает такое количество феромона:

$$\Delta\tau_{ij,k} = \begin{cases} \frac{L_{\min}}{L_k}, & (i, j) \in T_k(t) \\ 0, & (i, j) \notin T_k(t) \end{cases}$$

ОБНОВЛЕНИЕ ФЕРОМОНА

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t),$$

$$\Delta\tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^M \Delta\tau_{ij,k}(t),$$

(2')

где M – количество муравьёв в колонии

МОДИФИКАЦИИ АЛГОРИТМОВ АСО

Муравьиная система с элитными муравьями Elitist Ant System

Суть: искусственное увеличение уровня феромонов на самых удачных маршрутах.

1. На каждой итерации алгоритма определяется элитный муравей (ему соответствует T^* – наилучший текущий цикл длиной L^*)
2. Рёбра наилучшего текущего цикла T^* получают дополнительное количество феромона $\Delta\tau = \frac{L_{\min}}{L^*}$.
3. Если же в колонии есть l элитных муравьёв, то аналогично, рёбра соответствующих им наилучших l циклов получают дополнительное количество феромона.

МОДИФИКАЦИИ АЛГОРИТМОВ АСО

Модифицированная муравьиная система Ant Colony System

Три основных изменения:

- уровень феромонов на ребрах обновляется не только в конце очередной итерации, но и **при каждом переходе муравьев из узла в узел.**
- в конце итерации уровень феромонов повышается только на кратчайшем из найденных путей.
- алгоритм использует измененное правило перехода: либо, с определенной долей вероятности, муравей безусловно выбирает лучшее – в соответствие с длиной и уровнем феромонов – ребро, либо производит выбор так же, как и в классическом алгоритме.

МОДИФИКАЦИИ АЛГОРИТМОВ АСО

Муравьиная система Max-min Max-min Ant System

Суть: ограничение на максимальную и минимальную концентрацию феромонов на ребрах □ эффективная защита от преждевременной сходимости к субоптимальным решениям.

МОДИФИКАЦИИ АЛГОРИТМОВ АСО

Муравьиная система с ранжированием AS-rank

Суть: в конце каждой итерации муравьи ранжируются в соответствии с длинами пройденных ими путей. Количество феромонов, оставляемого муравьем на ребрах, таким образом, назначается пропорционально его позиции.

ПРИМЕР

Матрица расстояний D:

| | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| ∞ | 15 | 9 | 3 | 6 |
| 15 | ∞ | 8 | 4 | 5 |
| 9 | 8 | ∞ | 14 | 12 |
| 3 | 4 | 14 | ∞ | 6 |
| 6 | 5 | 12 | 6 | ∞ |

Стартовый город 1

Феромон(начальный) = 0,1

$\alpha = 0,6$; $\beta = 0,65$; $\rho = 0,3$

Последовательность случайных чисел : 0,08 0,53 0,95 0,96 0,49 0,04

ИТЕРАЦИЯ 1

Вероятности переходов : 0,142 (2) 0,198 (3) 0,404 (4) 0,256 (5)

| 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------|-------|-------|-------|
| 0,142 | 0,198 | 0,404 | 0,257 |
| 0,142 | 0,340 | 0,744 | 1 |



ИТЕРАЦИЯ 1

Вероятности переходов : 0,142 (2) 0,198 (3) 0,404 (4) 0,256 (5)

| | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0,142 | 0,142 | 0,198 | 0,404 | 0,257 |
| 0,142 | 0,142 | 0,340 | 0,744 | 1 |



Случайное число 0,08, переход в вершину 2

ИТЕРАЦИЯ 1

Вероятности переходов : 0,255 (3) 0,400 (4) 0,346 (5)

Случайное число 0,53, переход в вершину 4

Вероятности переходов : 0,366 (3) 0,634 (5)

Случайное число 0,95, переход в вершину 5

переход в вершину 3

Полученный путь : 1-2-4-5-3-1. Стоимость : 46

ИТЕРАЦИЯ 1

«Идеальный» путь (жадным алгоритмом) : 1-4-2-5-3-1. Стоимость : 33

На дугах пути муравей откладывает феромона в количестве 33/46

Матрица феромонов F

| | | | | |
|------|------|------|------|------|
| 0 | 0,68 | 0,07 | 0,07 | 0,07 |
| 0,07 | 0 | 0,07 | 0,68 | 0,07 |
| 0,68 | 0,07 | 0 | 0,07 | 0,07 |
| 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0 | 0,68 |
| 0,07 | 0,07 | 0,68 | 0,07 | 0 |