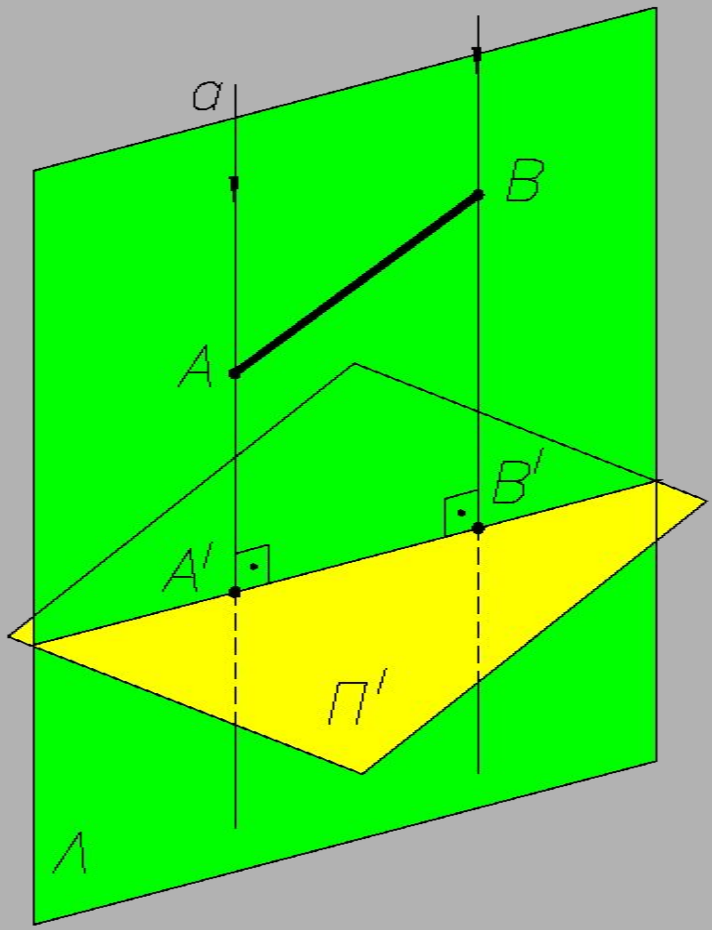
«Начертательная геометрия»



- Выполнила: ученица 11 «А» класса
- Клименко Екатерина
- Учитель: Кашина О. Л.
- МБОУ «Гимназия №83»
- Г. Ижевск

Предмет «Начертательная геометрия» (Н.Г.)

Н.Г. изучает законы отображения трехмерного пространства на двумерную плоскость методами проекций и сечений.

Основоположником начертательной геометрии и метода ортогонального проецирования является французский математик, геометр Гаспар Монж (1746-1818гг.).

Две основные задачи Н.Г.:

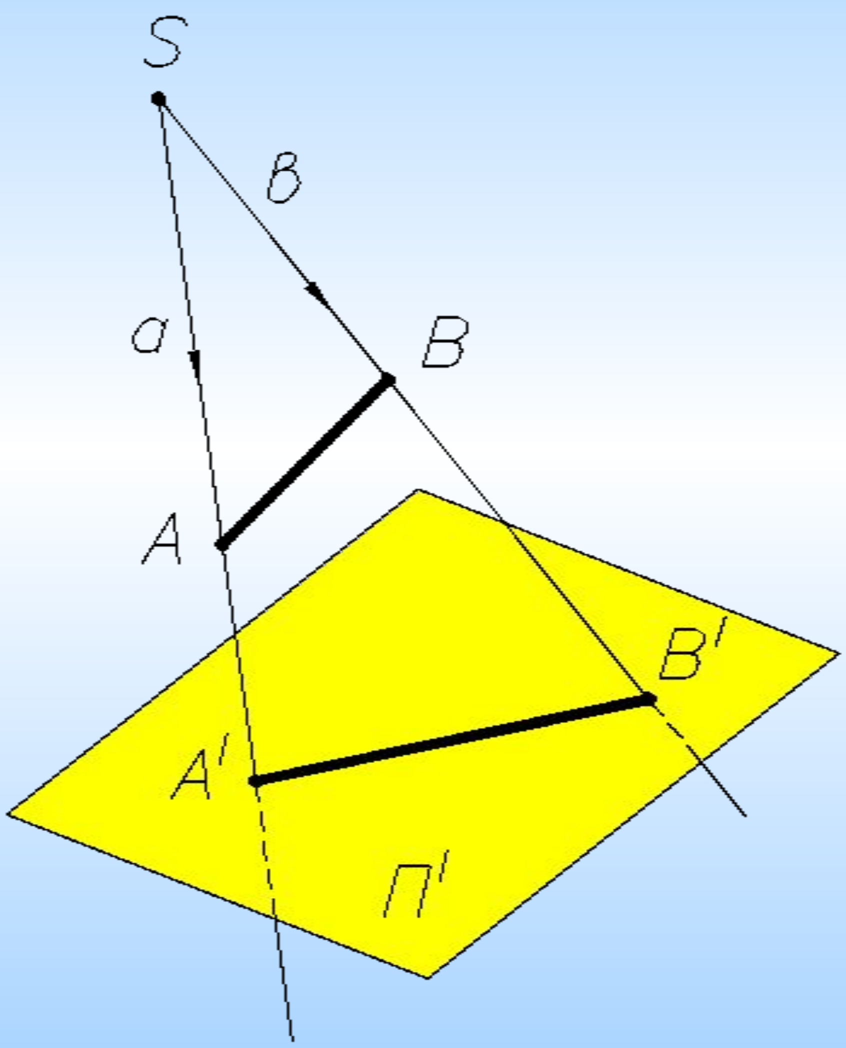
прямая - построить изображение пространственного предмета на чертеже;

обратная – реконструкция пространственного предмета по чертежу.

Построение любого изображения выполняется с помощью операции проецирования.

Виды проецирования

Линейное центральное проецирование



Аппарат проецирования

S - центр проецирования,
ПI - плоскость проекций или картинная плоскость,
А, В - точки пространства,
SA, SB – проецирующий луч,
а, в - направление проецирования,
А' , В' – центральные проекции точек А и В на плоскость П'.

Проекцией фигуры называется множество проекций всех ее точек

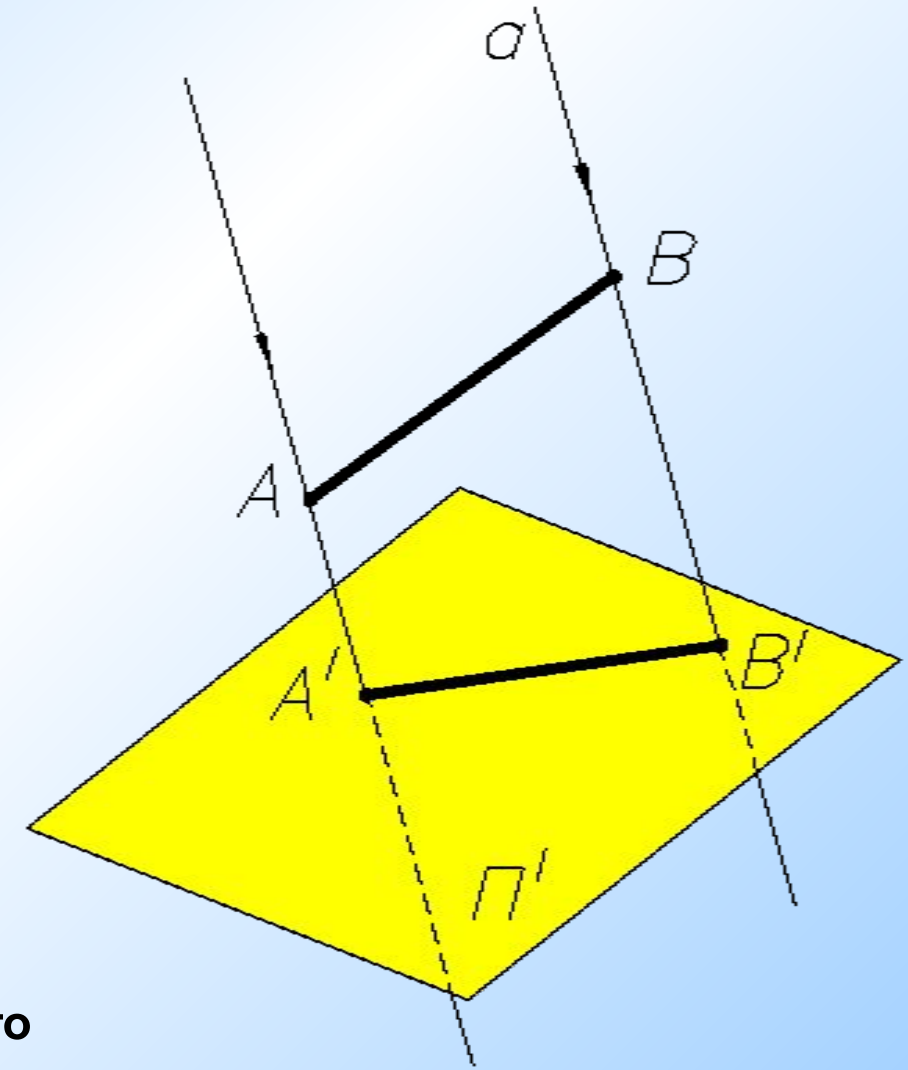
Нет закономерных отношений между линейными размерами геометрического образа (Г.О.) и его проекциями.

Виды проецирования

Параллельное проецирование

Аппарат проецирования

а - направление проецирования
П' - плоскость проекций
А, В - точки пространства
А', В' – проекции точек А и В на плоскость П'.

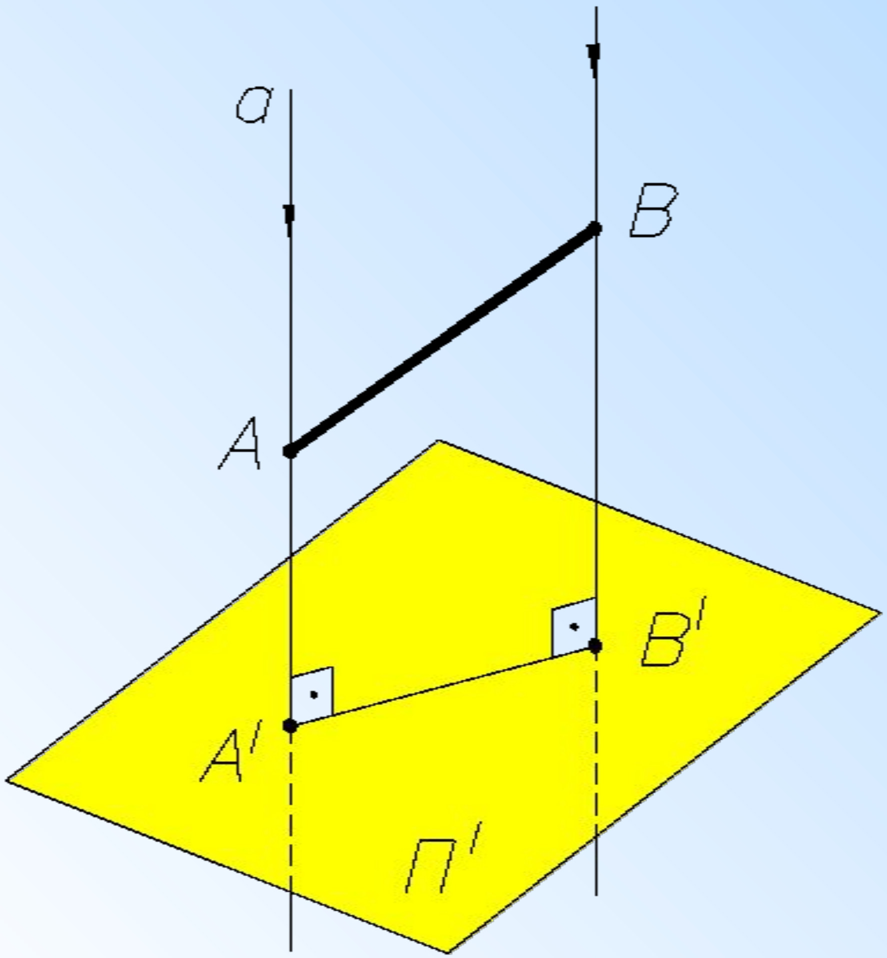


Проекцией фигуры называется множество проекций всех ее точек

Нет закономерных отношений между линейными размерами геометрического образа (Г.О.) и его проекциями.

Виды проецирования

Ортогональное проецирование



Аппарат проецирования

a - направление проецирования,

a ⊥ П' ,

П ' - плоскость проекций,

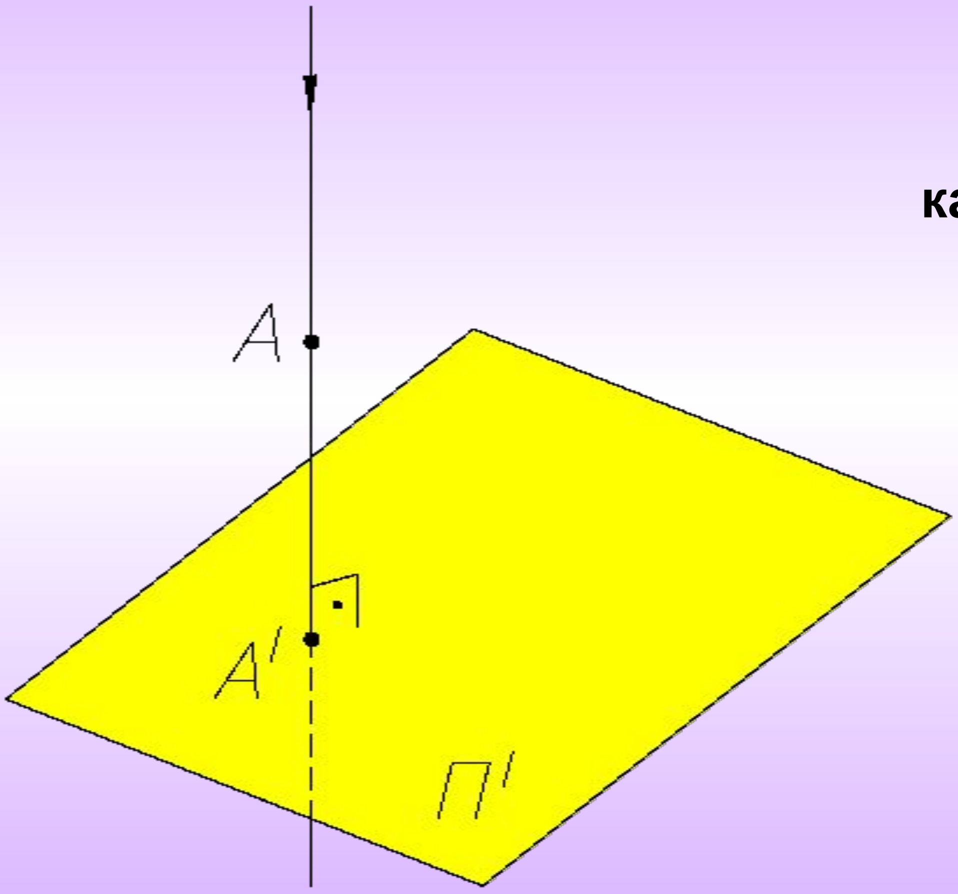
А, В - точки пространства,

А ' , В ' – ортогональные проекции точек А и В на плоскость П '.

Проекцией фигуры называется множество проекций всех ее точек

Существуют определенные закономерности между геометрическим образом (Г.О.) и его ортогональной проекцией: позиционные и метрические свойства ортогонального проецирования.

Основные позиционные свойства ортогонального проецирования:



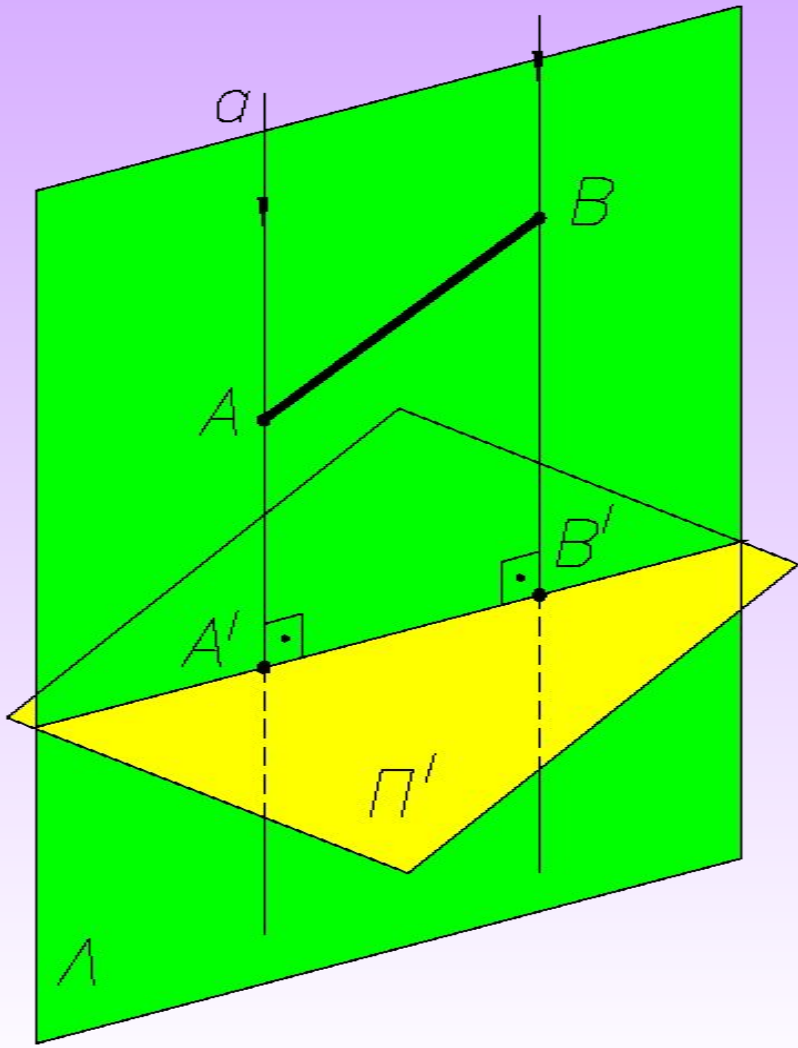
1.

каждой точке проецируемого Г.О. соответствует одна точка на плоскости проекций,

***A* ⇒ *A*';**

(обратная зависимость неоднозначна);

Основные позиционные свойства ортогонального проецирования:



2.

проекцией прямой линии *AB* является прямая линия *A' B'*,

AB ⇒ *A' B'*;

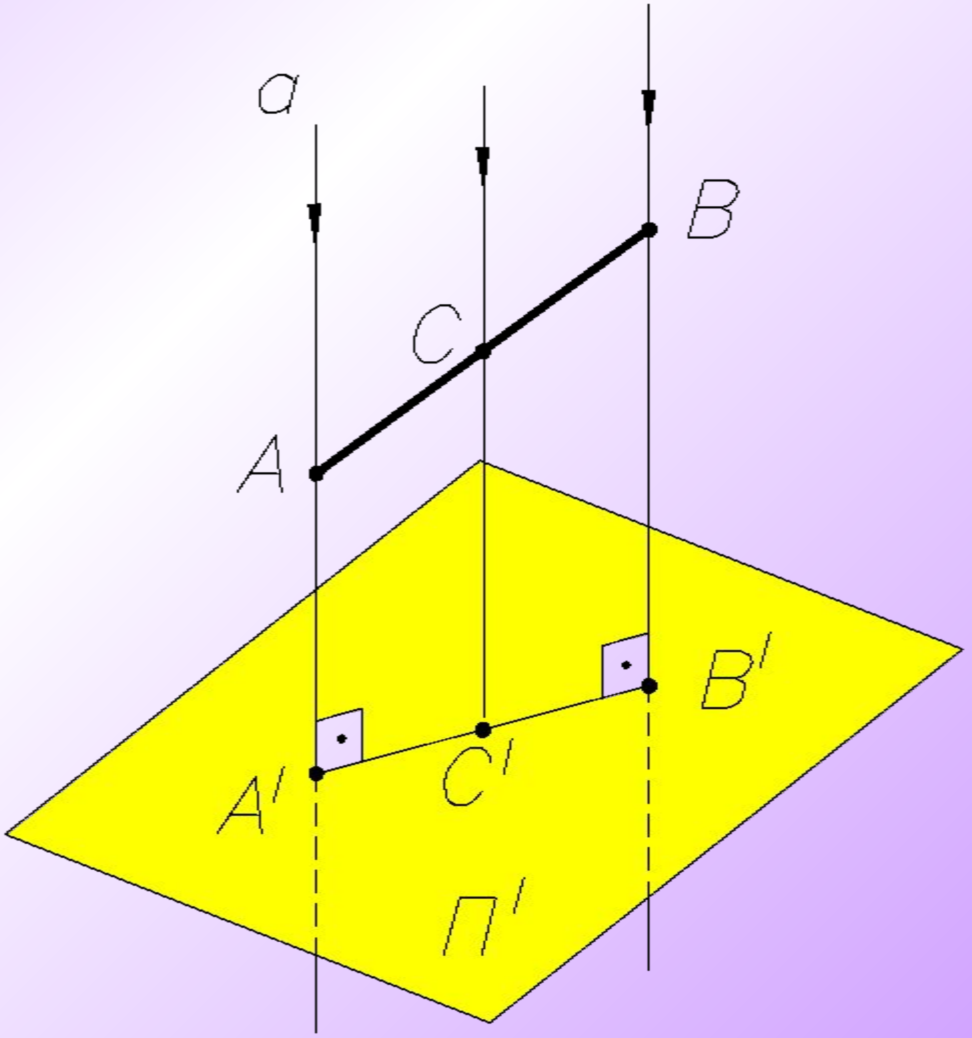
ABA'B'– проецирующая плоскость L);

Основные позиционные свойства ортогонального проецирования:

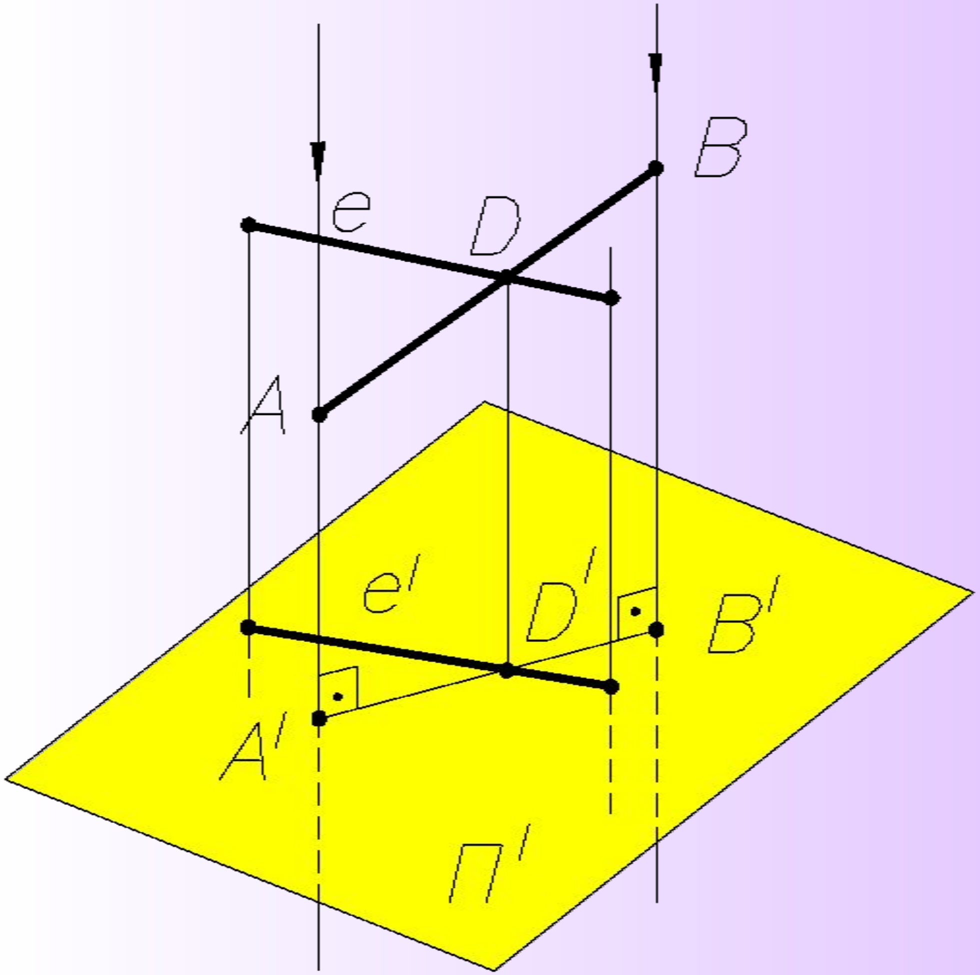
3.

если точка принадлежит линии, то ее проекция принадлежит проекции данной линии,

C ⊂ AB ⇒ C' ⊂ A' B';



Основные позиционные свойства ортогонального проецирования:



4.

проекцией точки пересечения двух прямых является точка пересечения проекций данных прямых;

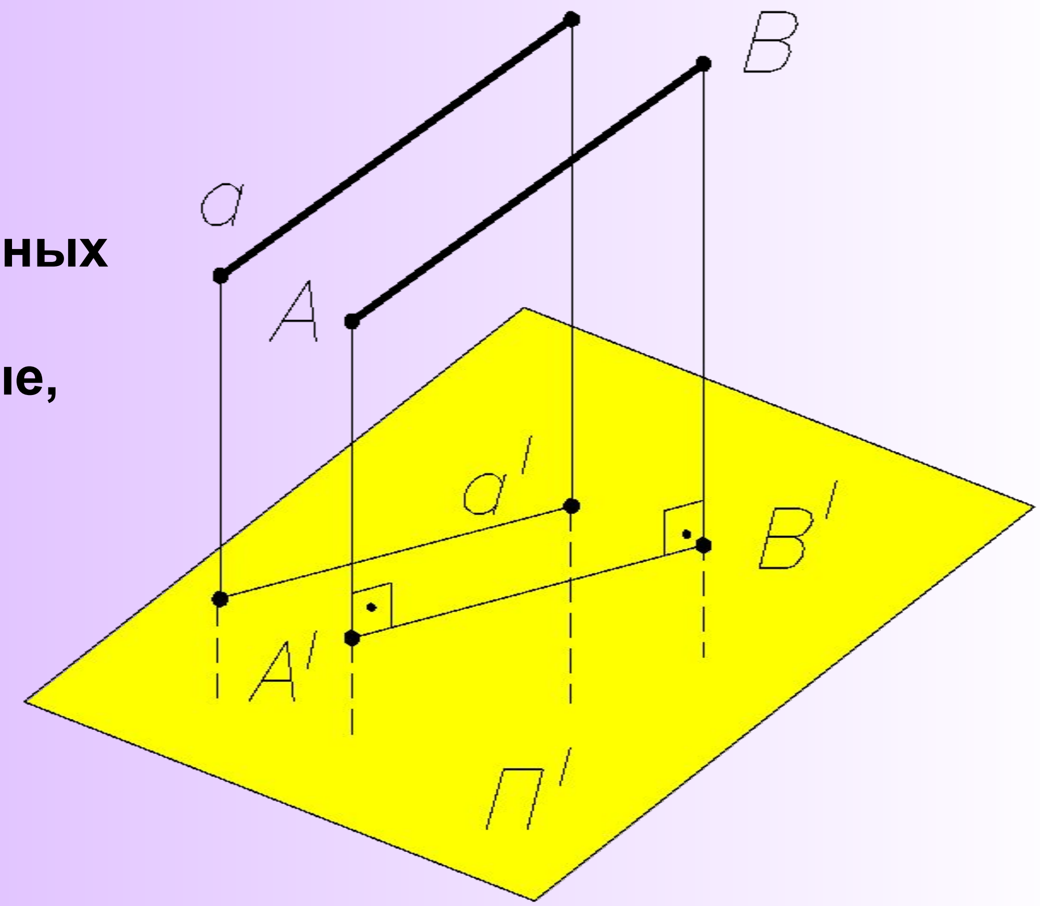
$$D = AB \times e \Rightarrow D' = A'B' \times e';$$

Основные позиционные свойства ортогонального проецирования:

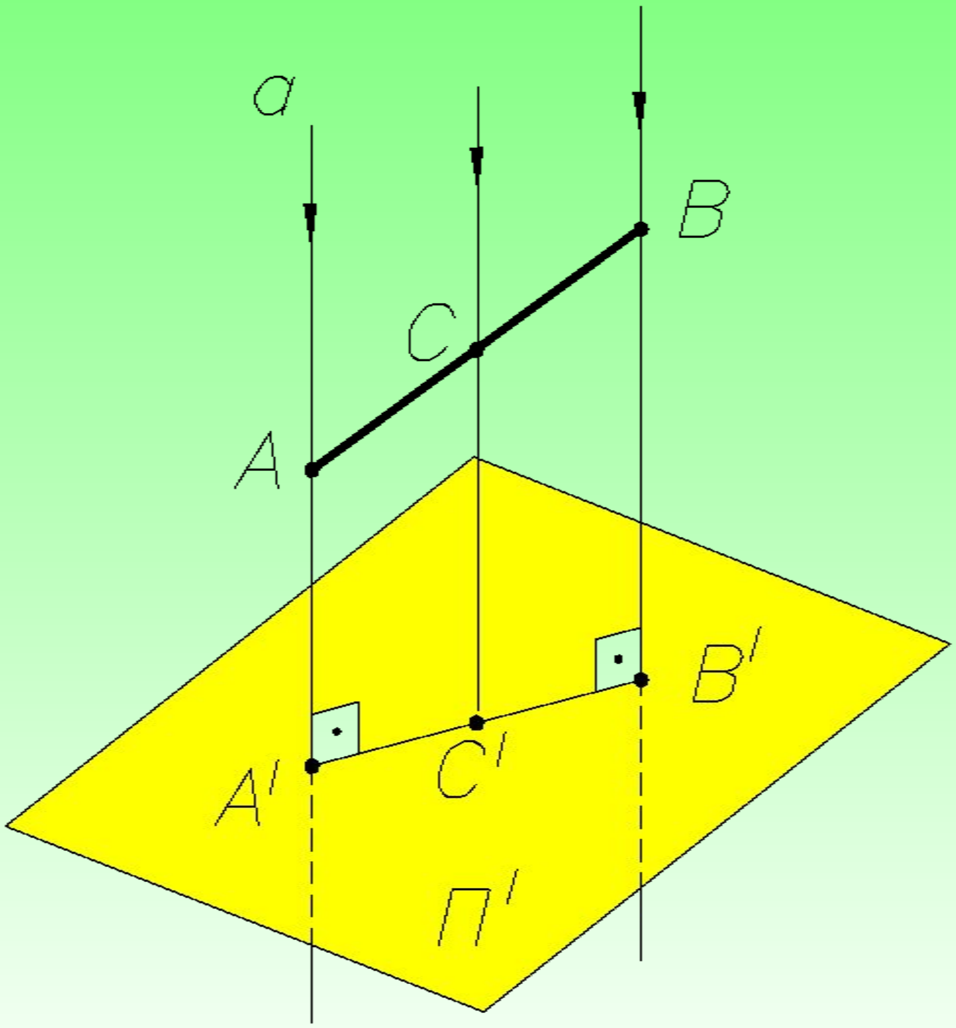
5.

проекциями двух параллельных прямых являются две параллельные прямые,

$a \parallel AB \Rightarrow a' \parallel A'B'$;



Метрические свойства ортогонального проецирования:



1.

Отношения между отрезками прямой равны соответствующим отношениям между их проекциями.

$$|AC| : |CB| = |A'C'| : |C'B'|$$

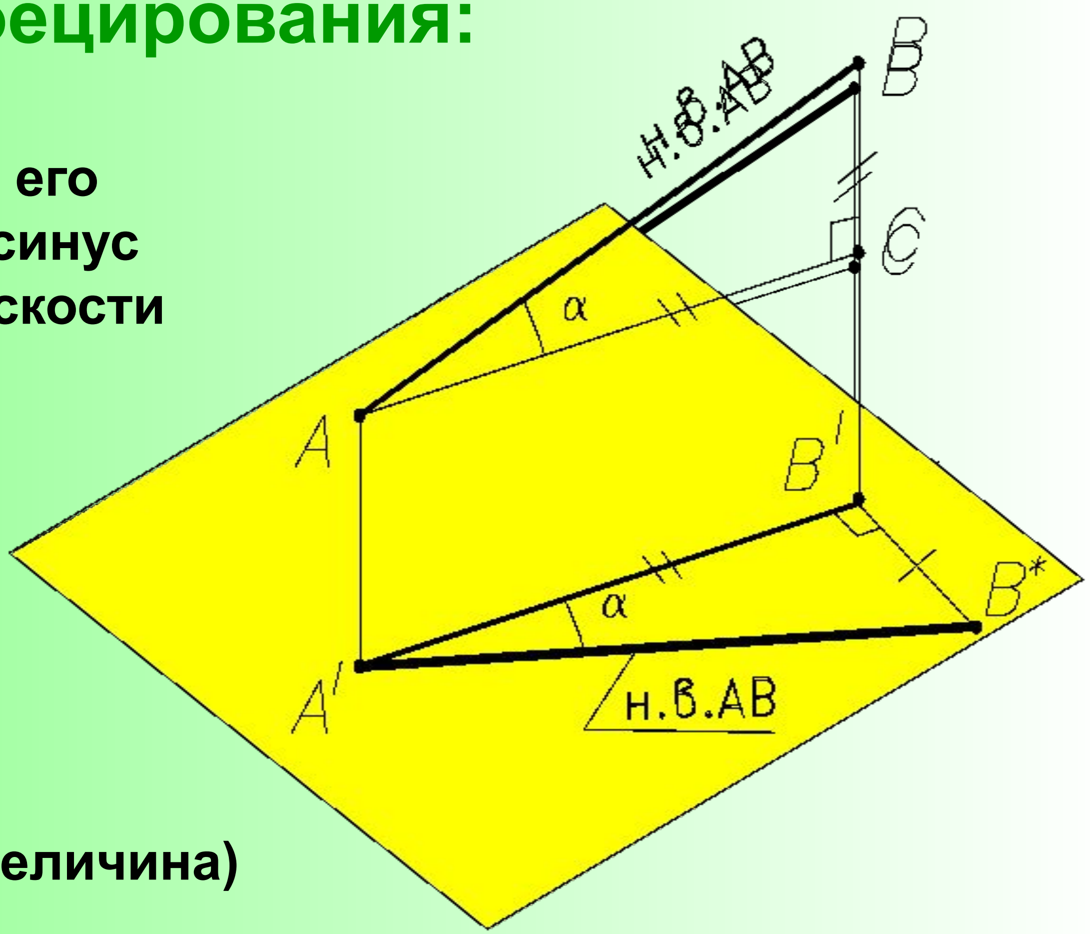
$$|AC| : |AB| = |A'C'| : |A'B'|$$

и т.д.

Метрические свойства ортогонального проецирования:

2.

Длина отрезка равна длине его проекции, делённой на косинус угла наклона отрезка к плоскости проекций.



|*AC*| *:* |*AB*| = *cos a*

или

|*AB*| = |*A' B'*| *: cos a,*

т. к. |*A' B'*| = |*AC*|.

Отрезок *AB* (натуральная величина) является гипотенузой прямоугольного треугольника *ABC,* один катет которого является проекцией этого отрезка, а второй приращением координат точек А и В.

Примечания:

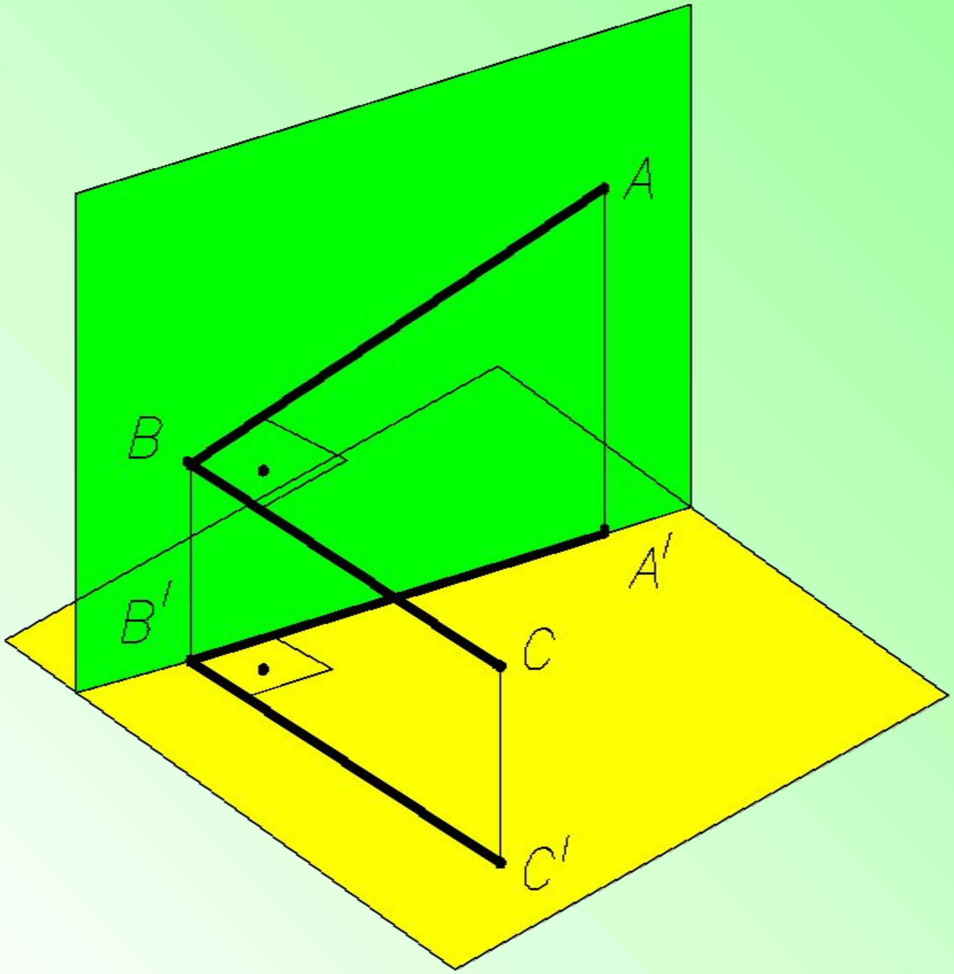
если α = 0°, то │АВ│=│A'B'│;

если α = 90°, то │A'B0 =│'.

Метрические свойства ортогонального проецирования:

3.

Теорема о проецировании прямого угла:



Если хотя бы одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, а вторая ей не перпендикулярна, то угол на эту плоскость проецируется в натуральную величину.

Обратная теорема:

Если прямой угол проецируется ортогонально в виде прямого угла, то он имеет сторону, расположенную параллельно плоскости проекций.

Обратимость чертежа

Вышеприведенные чертежи называются однокартинными.

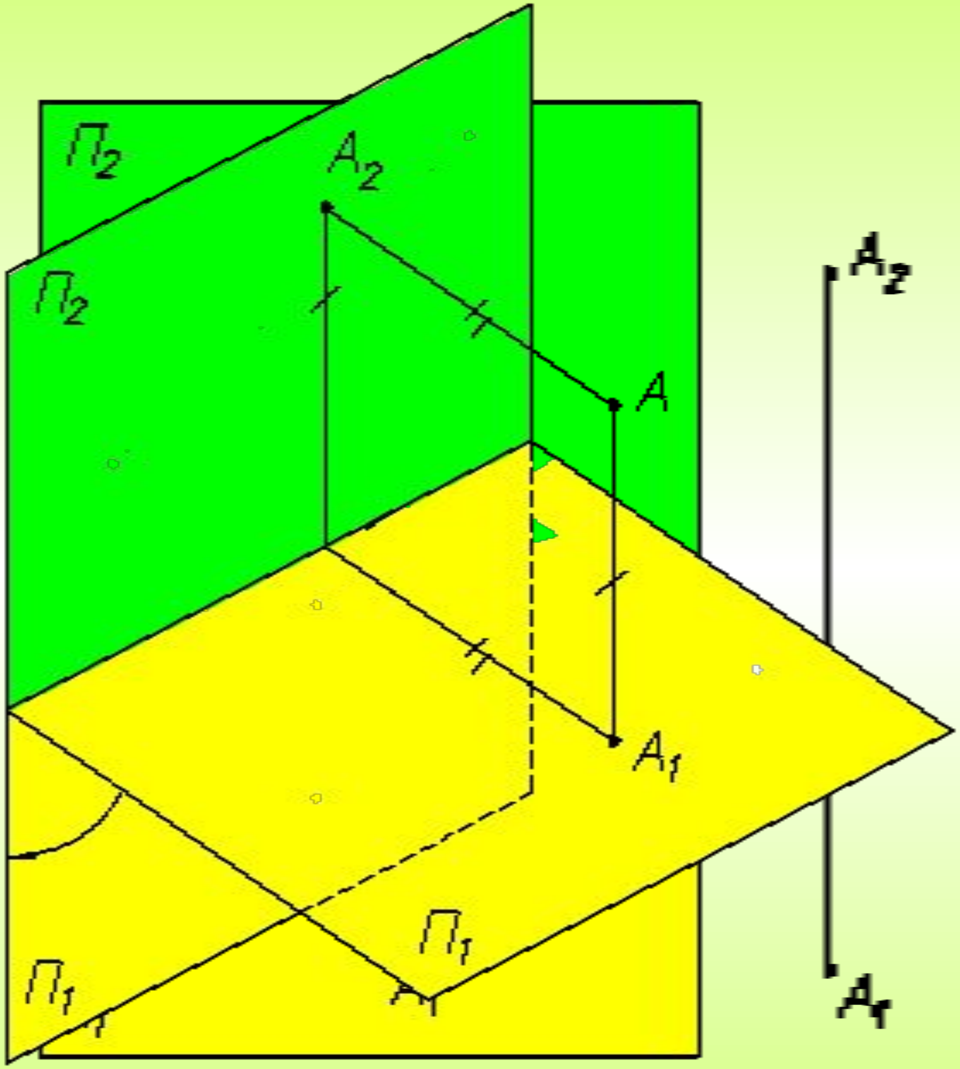
Рассмотренные методы проецирования позволяют однозначно решить прямую задачу – построить проекцию (чертеж) геометрического образа.

Обратная задача начертательной геометрии – по данному чертежу реконструировать геометрический образ – решается неоднозначно (может быть несколько или бесчисленное множество решений).

Из этого следует, что однокартинный чертеж не обладает свойством обратимости.

Проекционный чертеж становится обратимым при добавлении дополнительной информации (введение второй плоскости проекции или числовой отметки, указывающей расстояние от точки в пространстве до плоскости проекций).

Образование комплексного чертежа точки.



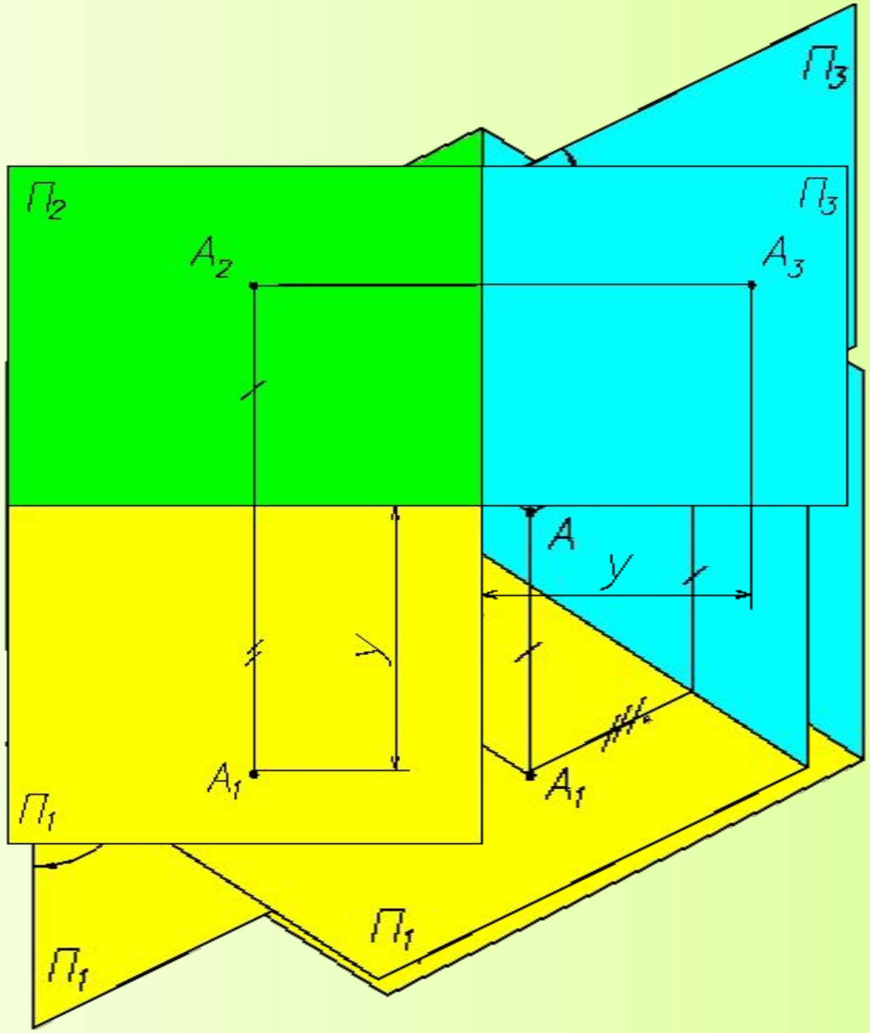
Комплексным чертежом называется чертеж, составленный из двух или более связанных между собой ортогональных проекций изображаемого геометрического образа.

Принцип образования: геометрический образ ортогонально проецируется минимум на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций, которые затем соответствующим образом совмещаются с одной плоскостью.

Если на К.Ч. заданы две проекции точки, можно утверждать, что точка однозначно задана на К.Ч.

Данный чертеж называется комплексным чертежом (*К.Ч.*) точки *А*.

Образование комплексного чертежа точки.



Условные обозначения:

***A,B,C,D… 1,2,3…* и т.д. – точки в пространстве;**

***П1 (XOY)* – горизонтальная плоскость проекции;**

***П2 (XOZ)* – вертикальная (фронтальная) плоскость проекции;**

***П3 (YOZ)* – вертикальная (профильная) плоскость проекции;**

***А1* – горизонтальная проекция точки *А* на плоскость *П1*;**

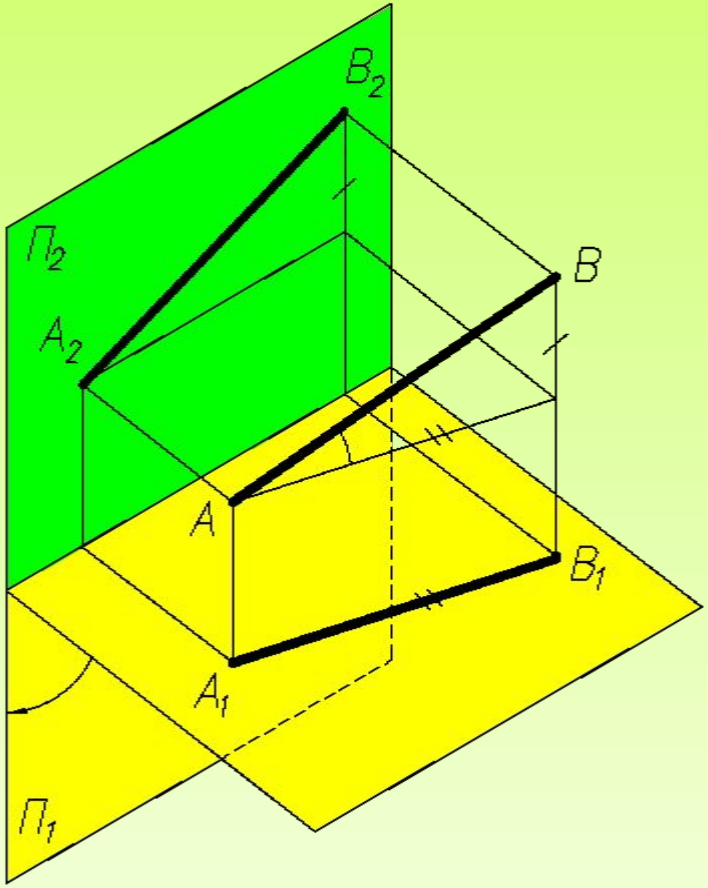
***А2* – фронтальная проекция точки *А* на плоскость *П2*.**

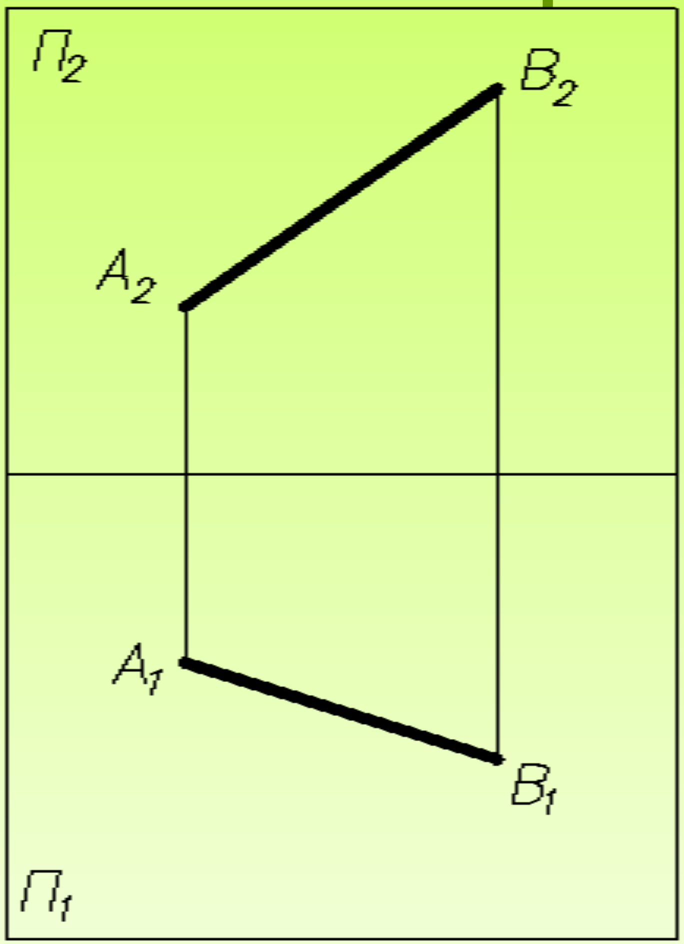
***А3* – профильная проекция точки *А* на плоскость *П3*.**

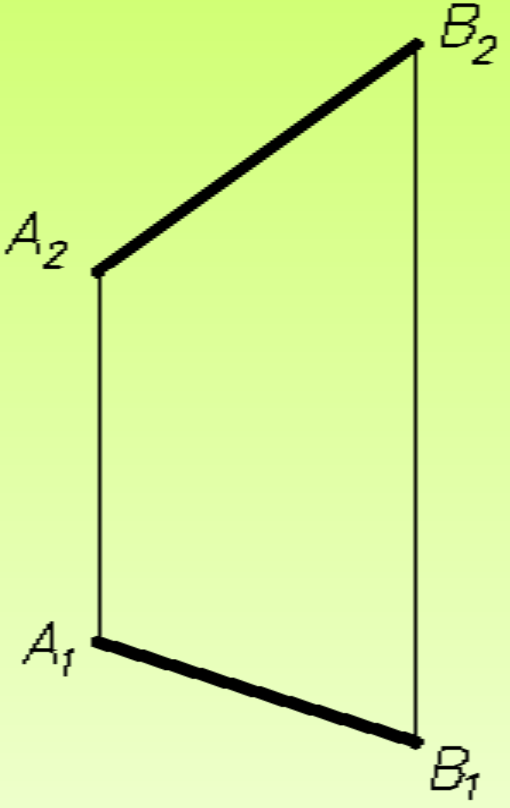
***А1А2, А2А3* - линии связи.**

Иногда проецирование осуществляется на три взаимно перпендикулярных плоскости проекций, и тогда они все совмещаются с одной.

Образование комплексного чертежа линии.







Линия - это геометрический образ, сформированный последовательным перемещением точки.

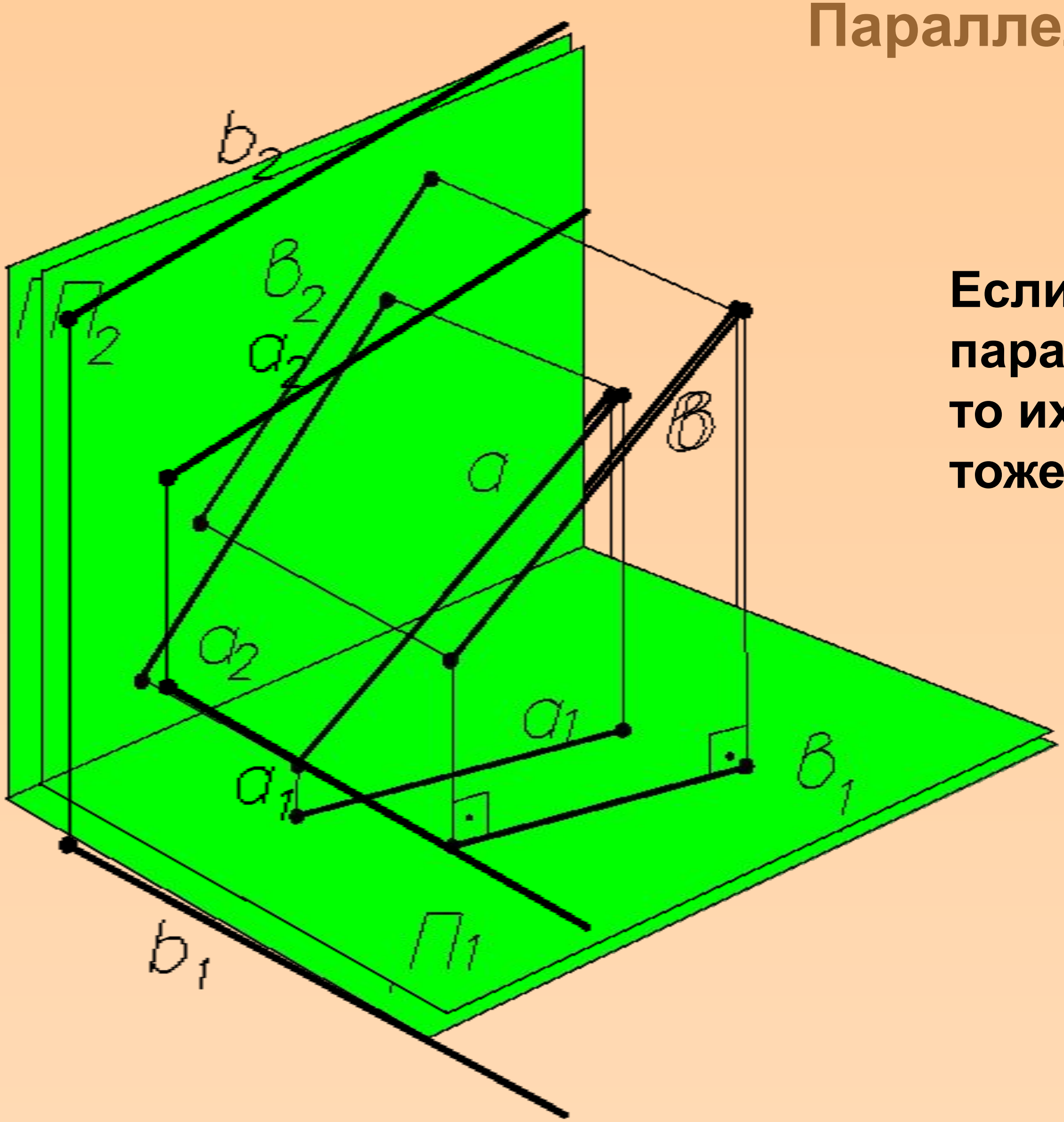
Линия – одномерный геометрический образ.

Обозначение линий – a, b, c, d …   и   т.д.

Прямая однозначно задана на комплексном чертеже, если заданы две ее проекции.

Взаимное расположение двух прямых.

Параллельные прямые.

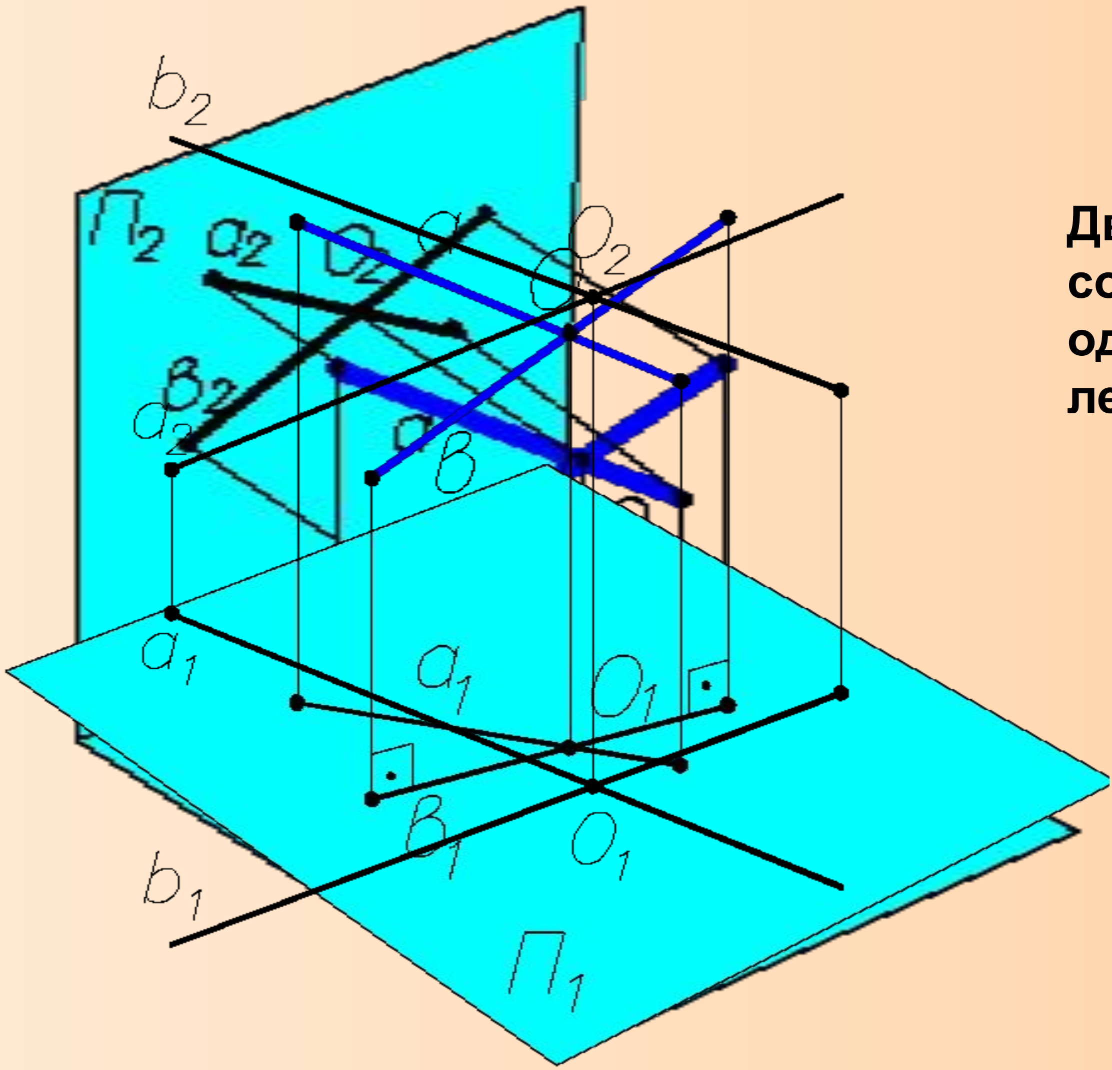


Если две прямые параллельны между собой, то их одноименные проекции тоже параллельны.

Если $a \parallel b$, то $a_1 \parallel b_1$ и $a_2 \parallel b_2$.

Взаимное расположение двух прямых.

Пересекающиеся прямые.



Две прямые пересекаются между собой, если точки пересечения одноименных проекций прямых лежат на одной линии связи .

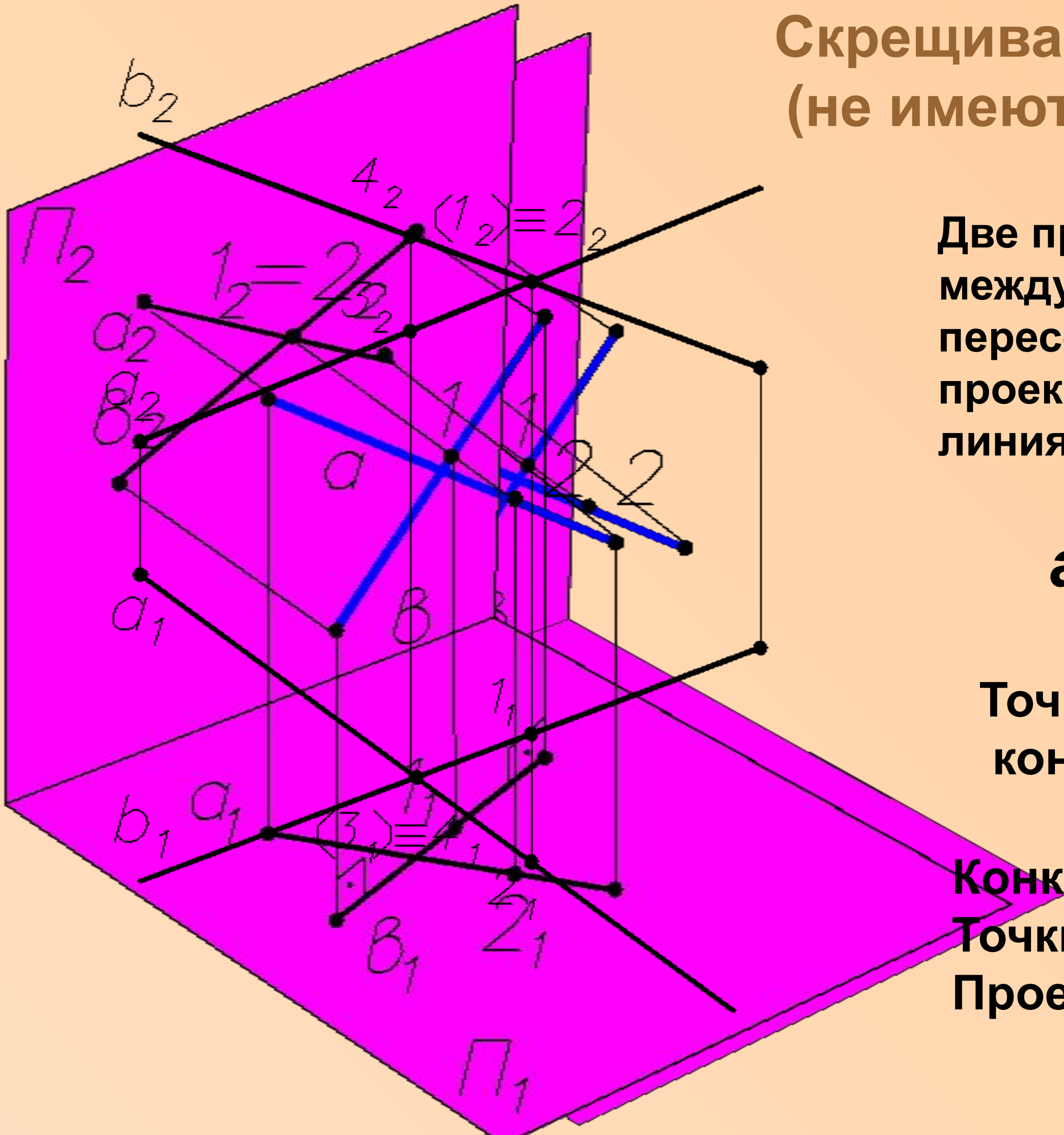
Если $\boldsymbol{a \, X \, b = O}$,

то $\boldsymbol{a_1 \, X \, b_1 = O_1}$

и $\boldsymbol{a_2 \, X \, b_2 = O_2}$

Взаимное расположение двух прямых.

Скрещивающиеся прямые (не имеют общих точек).



Две прямые скрещиваются между собой, если точки пересечения их одноименных проекций лежат на разных линиях связи

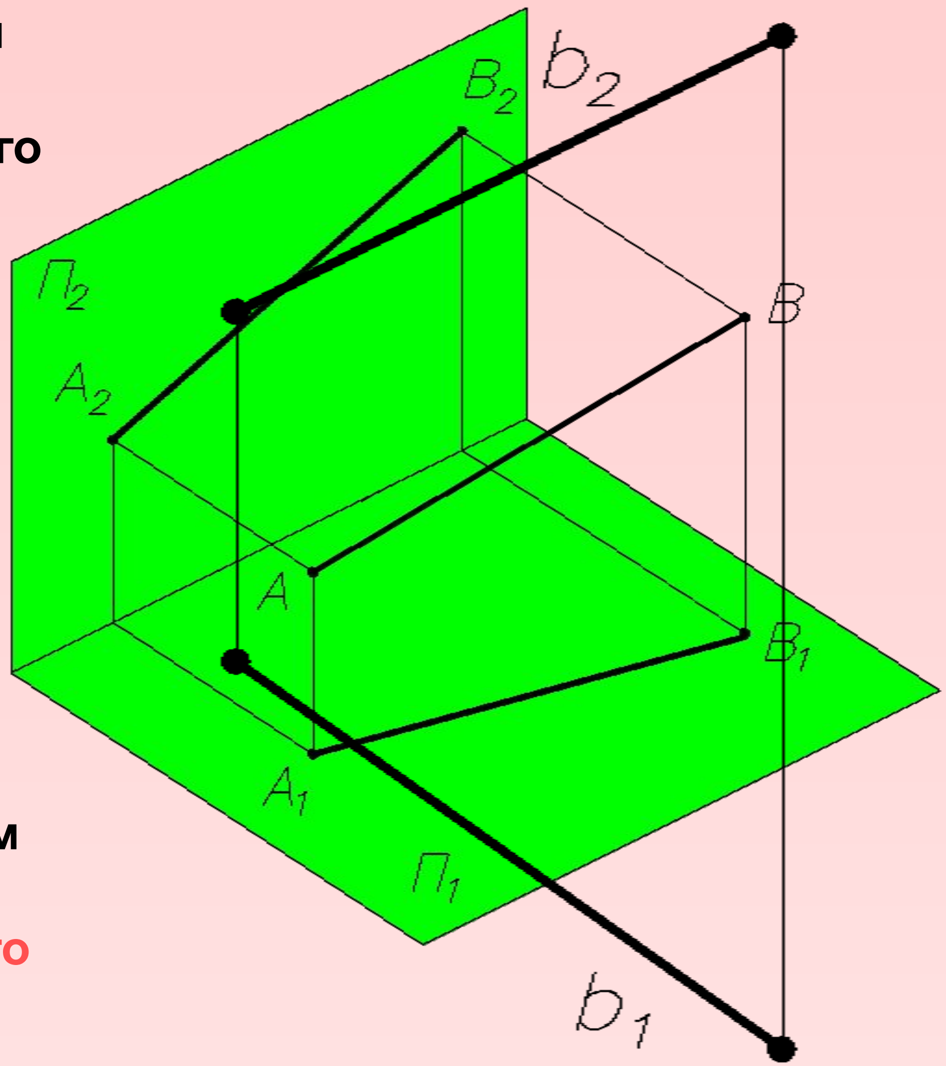
$$a \div b$$

Точки 1 и 2, 3 и 4 – конкурирующие точки.

Конкурирующие точки – Точки, лежащие на одной Проецирующей прямой.

Положение прямых линий относительно плоскостей проекций.

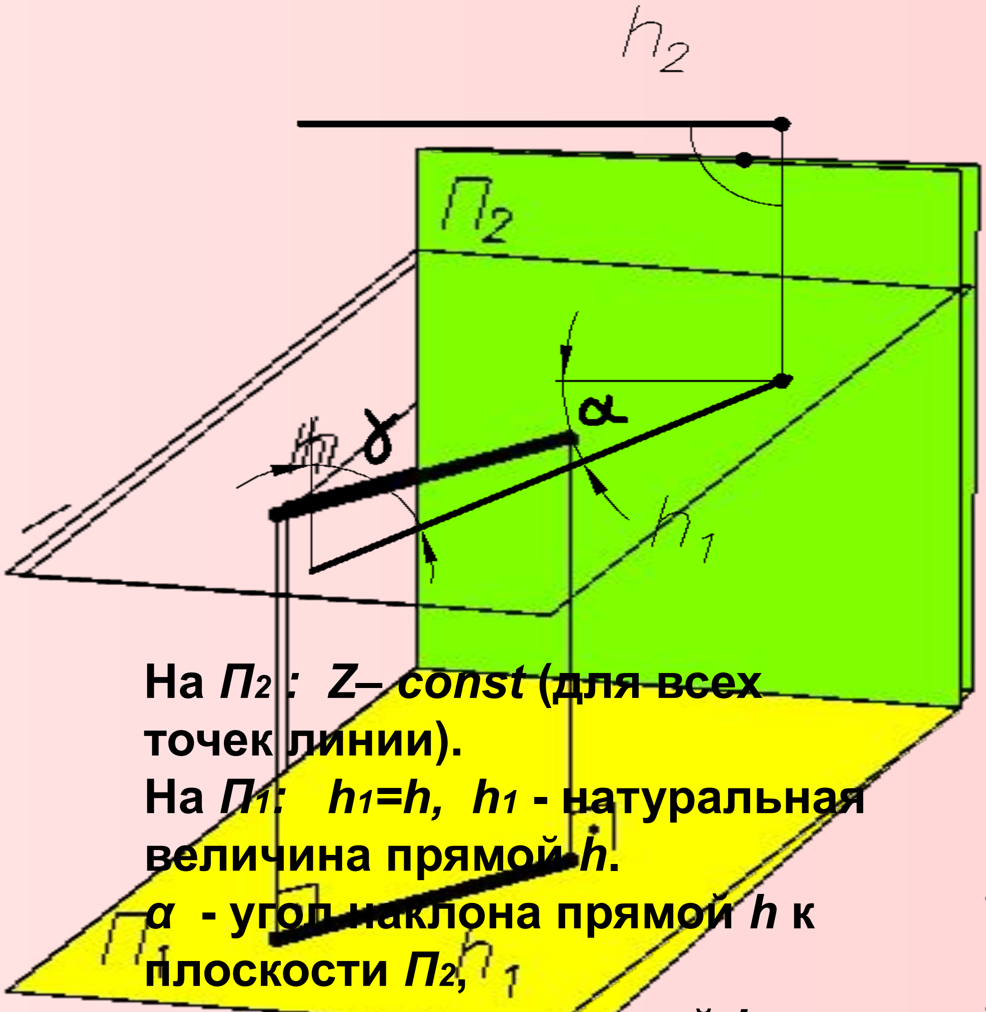
В зависимости от своего положения относительно плоскостей проекций прямые разделяют на прямые общего положения и прямые частного положения.



Прямая общего положения – прямая, которая имеет углы, отличные от 0° и 90° одновременно со всеми тремя плоскостями проекции (*$П_1$*, *$П_2$* и *$П_3$*).

Прямые, параллельные плоскостям проекций или перпендикулярные к ним, называются прямыми частного положения.

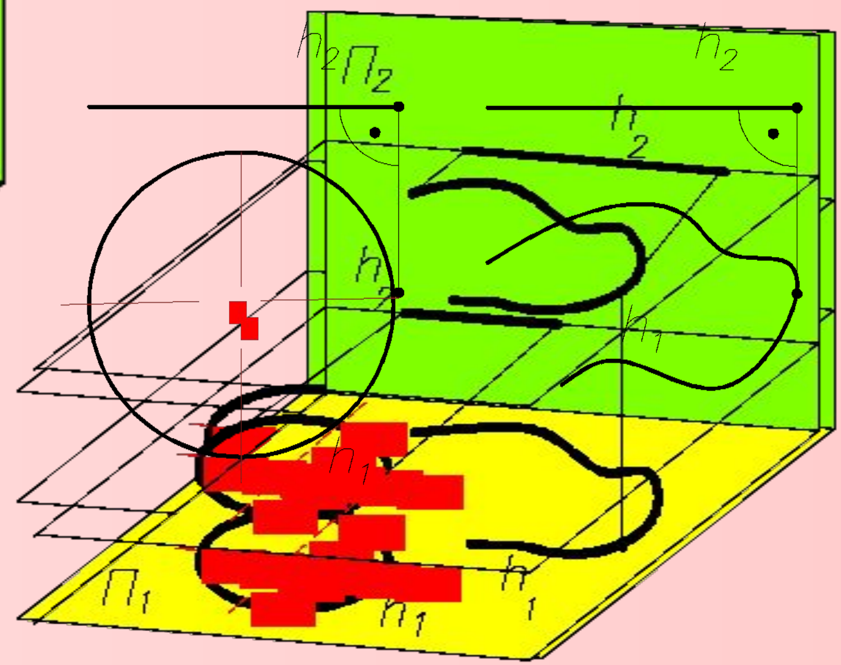
Прямые частного положения. Линии уровня.



Горизонталь **– *линия, все точки которой имеют одинаковую координату Z (аппликата).***

Горизонталь параллельна горизонтальной плоскости проекций.

Обозначение горизонтали h (h ║ П1).



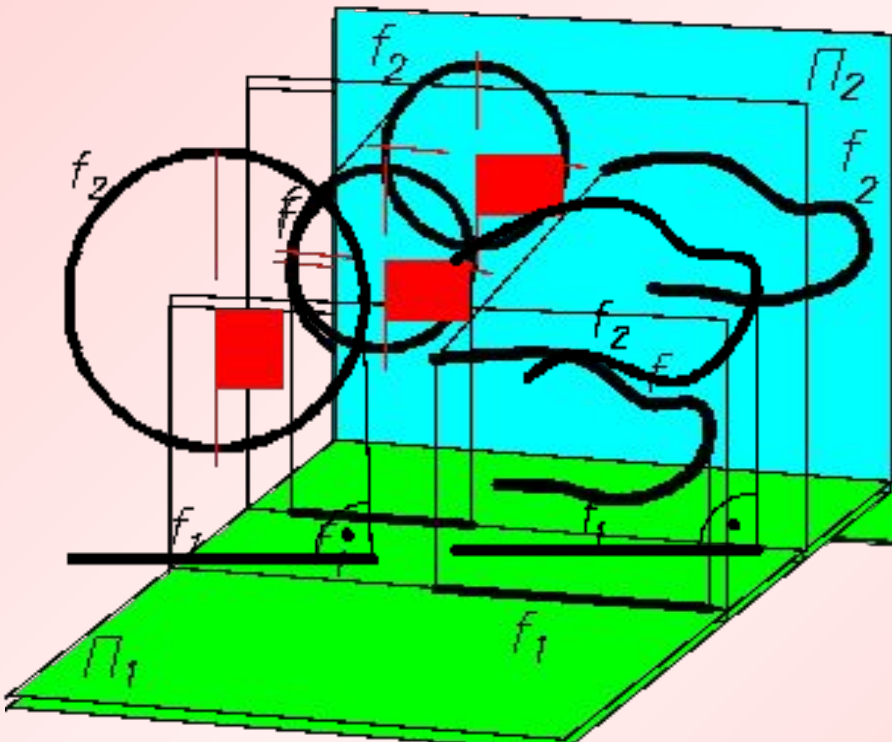
На *П2* : *Z– const* (для всех точек линии).
На *П1*: *h1=h, h1* - натуральная величина прямой *h*.
***α* - угол наклона прямой *h* к плоскости *П2*,**
***γ* - угол наклона прямой *h* к плоскости *П3*.**

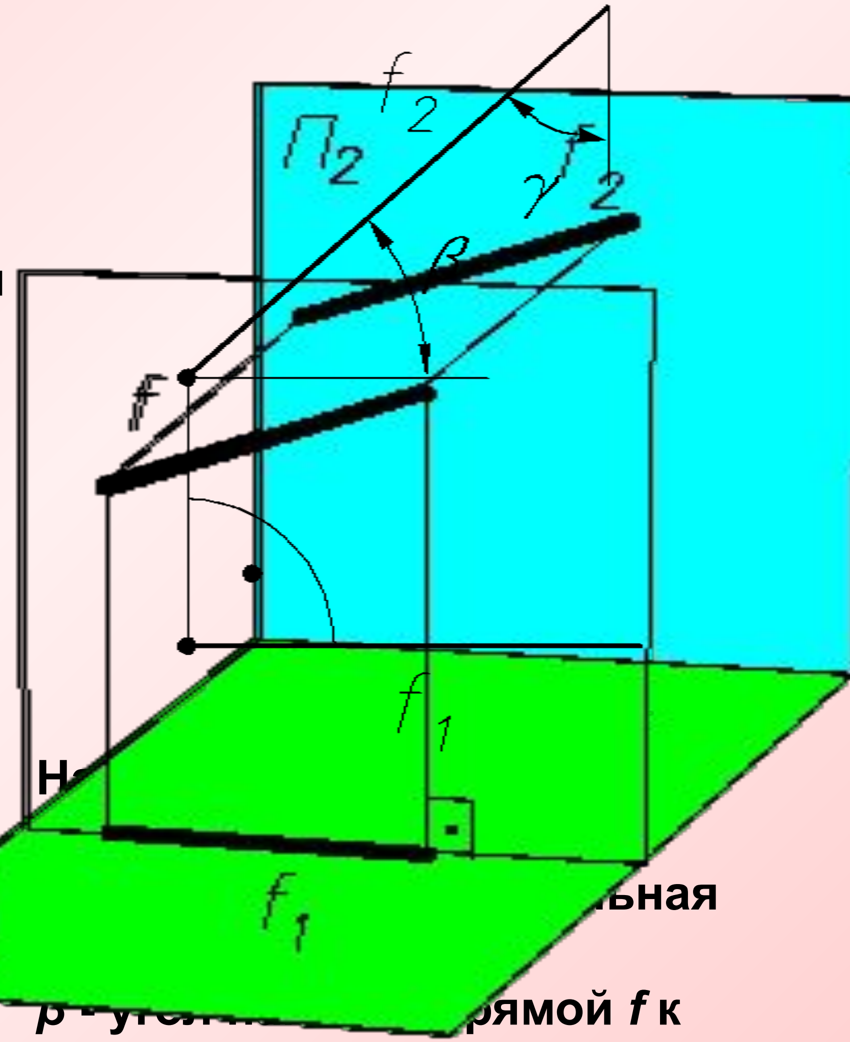
Прямые частного положения. Линии уровня.

Фронталь – линия, все точки которой имеют одинаковую координату Y (ордината).

Фронталь параллельна фронтальной плоскости проекций.

Обозначение фронтали f (f ‖ П₂).





Н

ьная

β - угол н… прямой f к плоскости $П_1$,

γ - угол наклона прямой *f* к плоскости $П_3$.

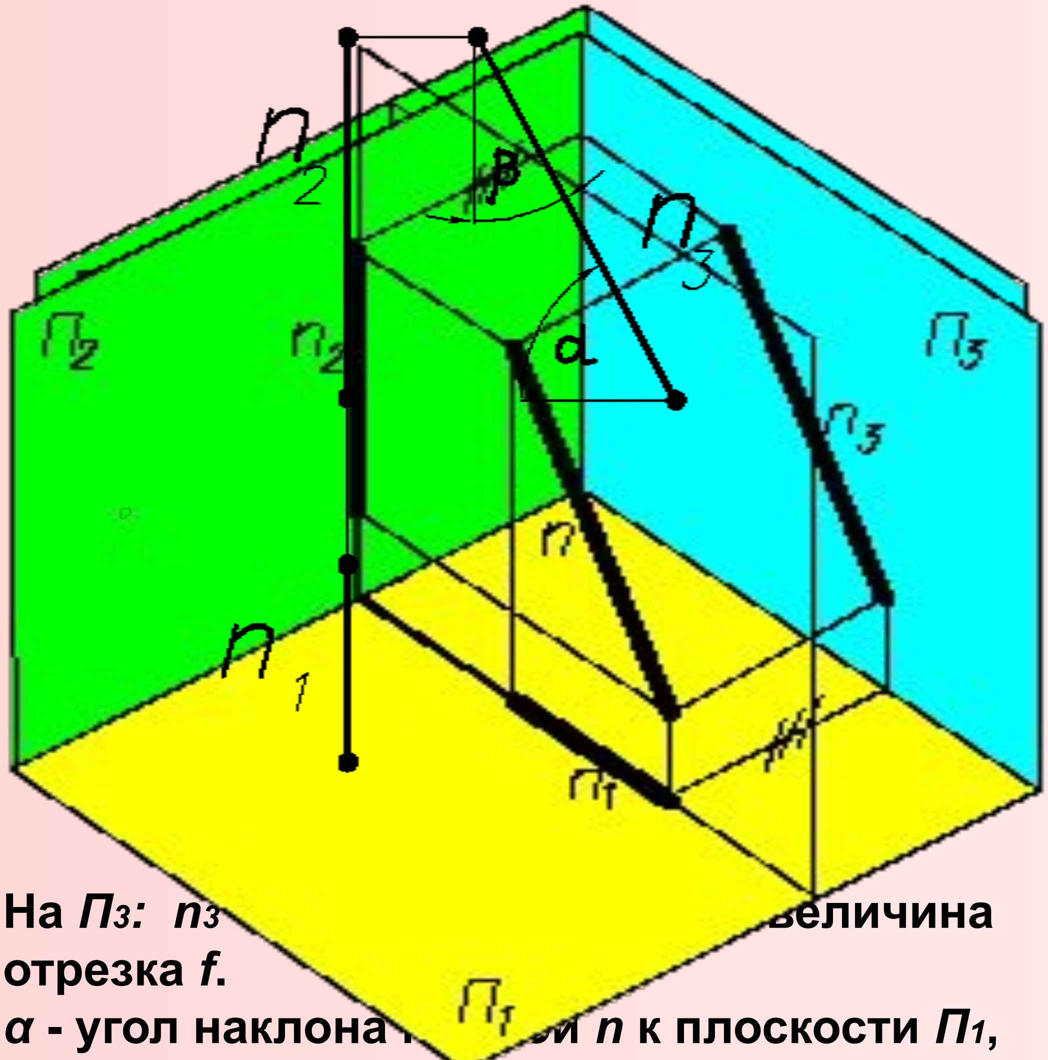
Прямые частного положения. Линии уровня.

Профильная линия – линия, все точки которой имеют одинаковую координату Х (абсцисса)

Профильная линия параллельна профильной плоскости проекций.

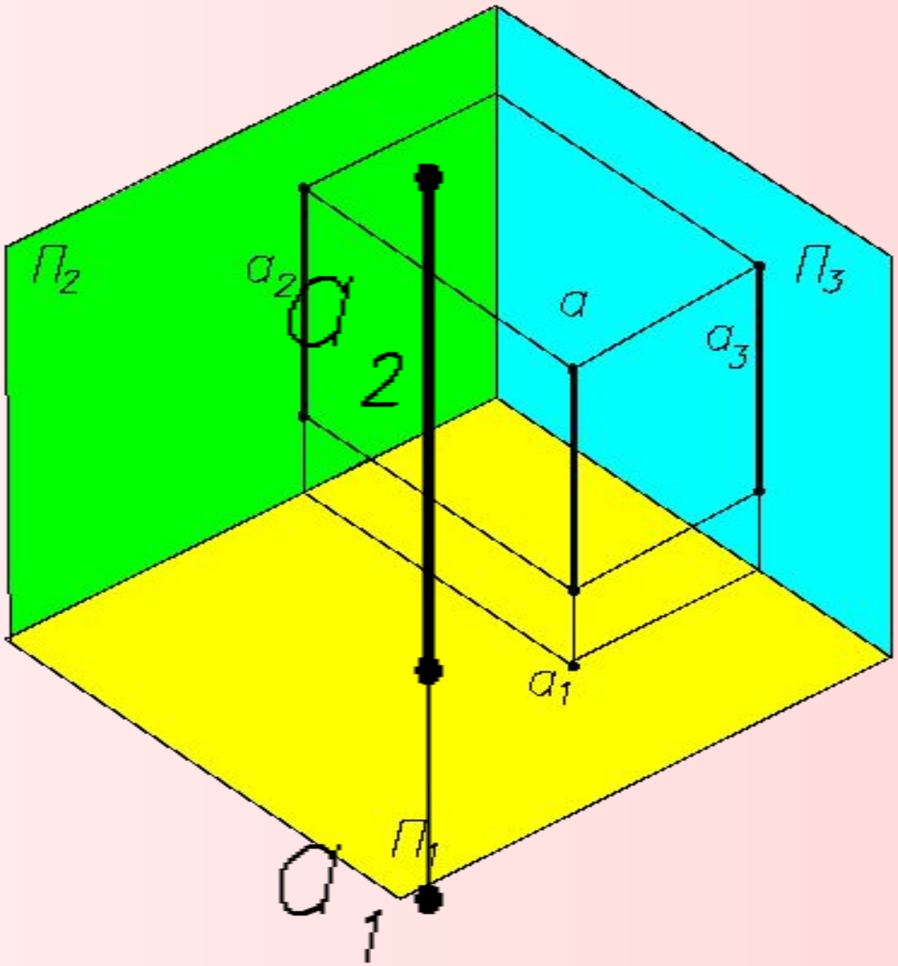
Обозначим профильную линию буквой *n* (*n* ║ *П*$_3$).

На *П*$_1$ и *П*$_2$ проекции профильной прямой *n* совпадают с линией связи. Для описания профильной линии (прямой) на комплексном чертеже необходимо вводить профильную плоскость проекций *П*$_3$.



На *П*$_3$: *n*$_3$ величина отрезка *f*.
***α* - угол наклона ой *n* к плоскости *П*$_1$,**
***β* - угол наклона прямой *n* к плоскости *П*$_2$.**

Прямые частного паоложения. Проецирующие прямые.



Горизонтально-проецирующая прямая – линия, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций.

Горизонтально-проецирующая прямая параллельна фронтальной и профильной плоскостям проекций.

Обозначим горизонтально-проецирующую прямую *a* (*a* ⊥ *П1*).

На *П1* горизонтально-проецирующая прямая проецируется в точку (теряет одно измерение).

На *П2*: $a_2 = a$,

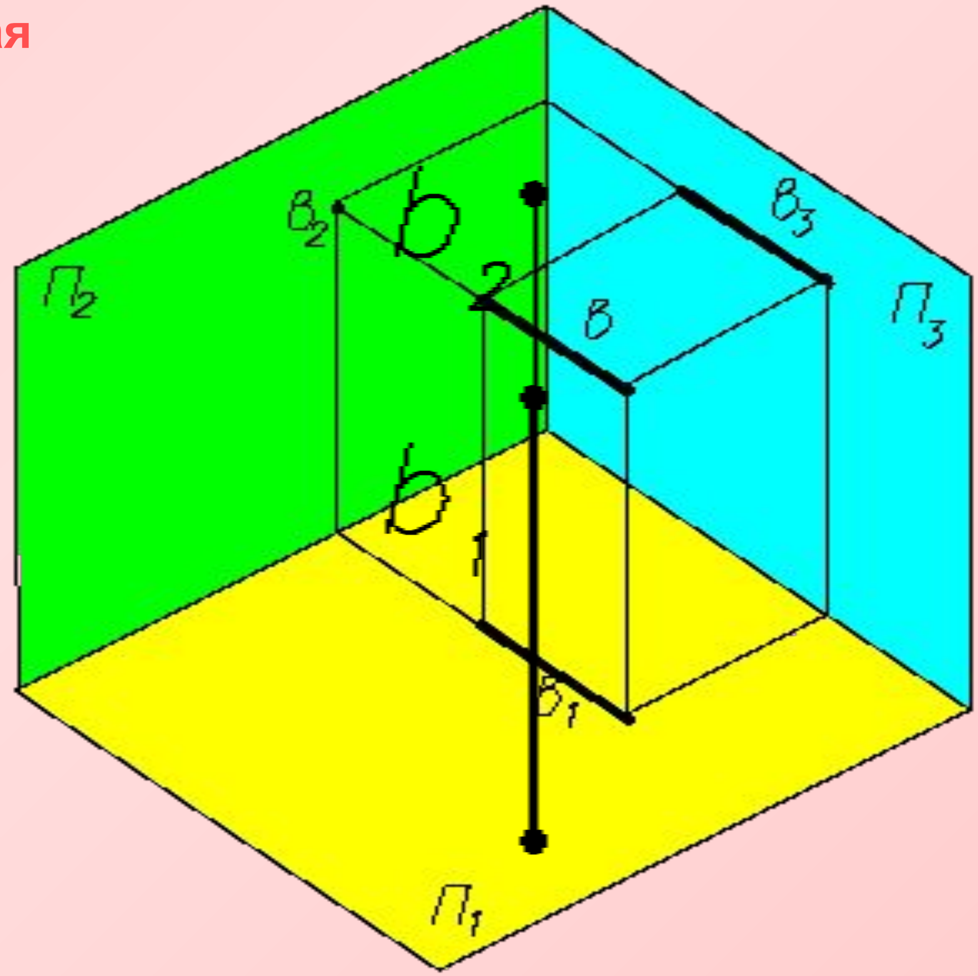
a_2 – натуральная величина.

Прямые частного положения. Проецирующие прямые.

Фронтально-проецирующая прямая – линия, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций

Фронтально-проецирующая прямая параллельна горизонтальной и профильной плоскости проекций.
Обозначим фронтально-проецирующую прямую *b* (*b* ⊥ *П1*).

На *П2* фронтально-проецирующая прямая проецируется в точку (теряет одно измерение).



На П1: b1 = b,
b1 – натуральная величина.