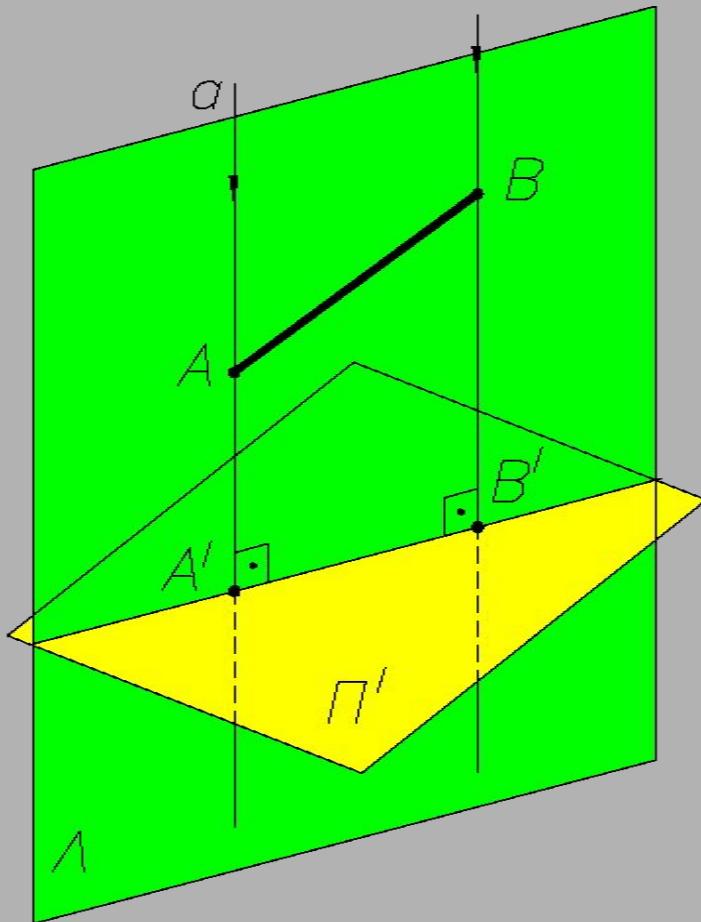


«Начертательная геометрия»



- Выполнила: ученица 11 «А» класса
- Клименко Екатерина
- Учитель: Кашина О. Л.
- МБОУ «Гимназия №83»
- Г. Ижевск

Предмет «Начертательная геометрия» (Н.Г.)

Н.Г. изучает законы отображения трехмерного пространства на двумерную плоскость методами проекций и сечений.

Основоположником начертательной геометрии и метода ортогонального проецирования является французский математик, геометр Гаспар Монж (1746-1818гг.).

Две основные задачи Н.Г.:

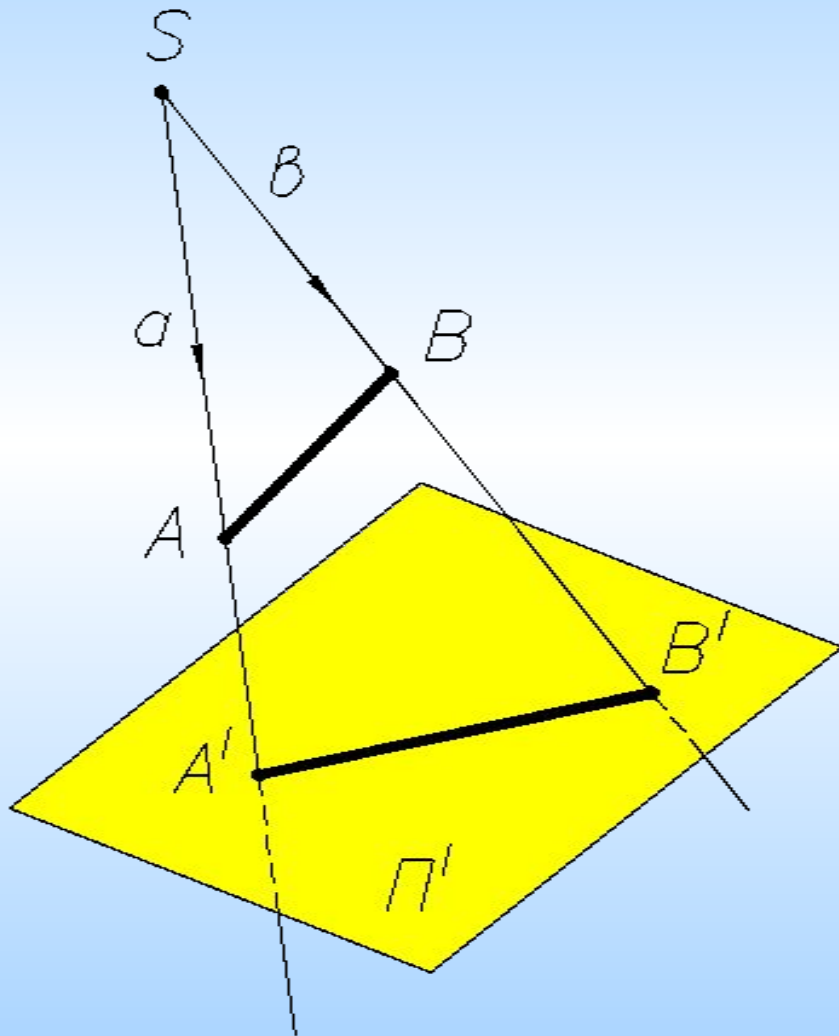
прямая -
построить изображение
пространственного предмета
на чертеже;

обратная –
реконструкция
пространственного предмета
по чертежу.

Построение любого изображения выполняется с помощью операции **проецирования**.

Виды проецирования

Линейное центральное проецирование



Аппарат проецирования

S - центр проецирования,
 Π - плоскость проекций или
картинная плоскость,
 A, B - точки пространства,
 SA, SB – проецирующий луч,
 a, b - направление
проецирования,
 A', B' – центральные проекции
точек A и B на плоскость Π' .

**Проекцией фигуры называется
множество проекций всех ее
точек**

Нет закономерных отношений
между линейными размерами
геометрического образа (Г.О.) и его
проекциями.

Виды проецирования

Параллельное проецирование

Аппарат проецирования

a - направление проецирования

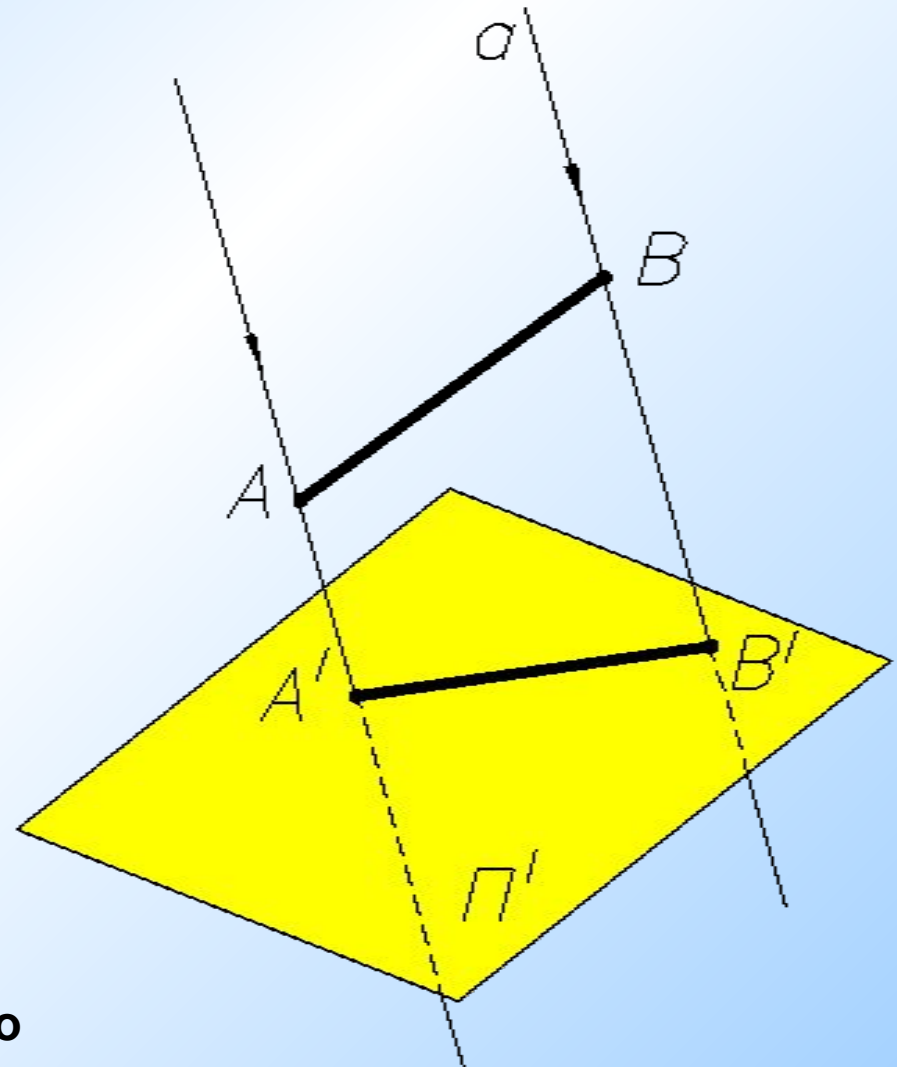
Π' - плоскость проекций

A, B - точки пространства

A', B' – проекции точек A и B на плоскость Π' .

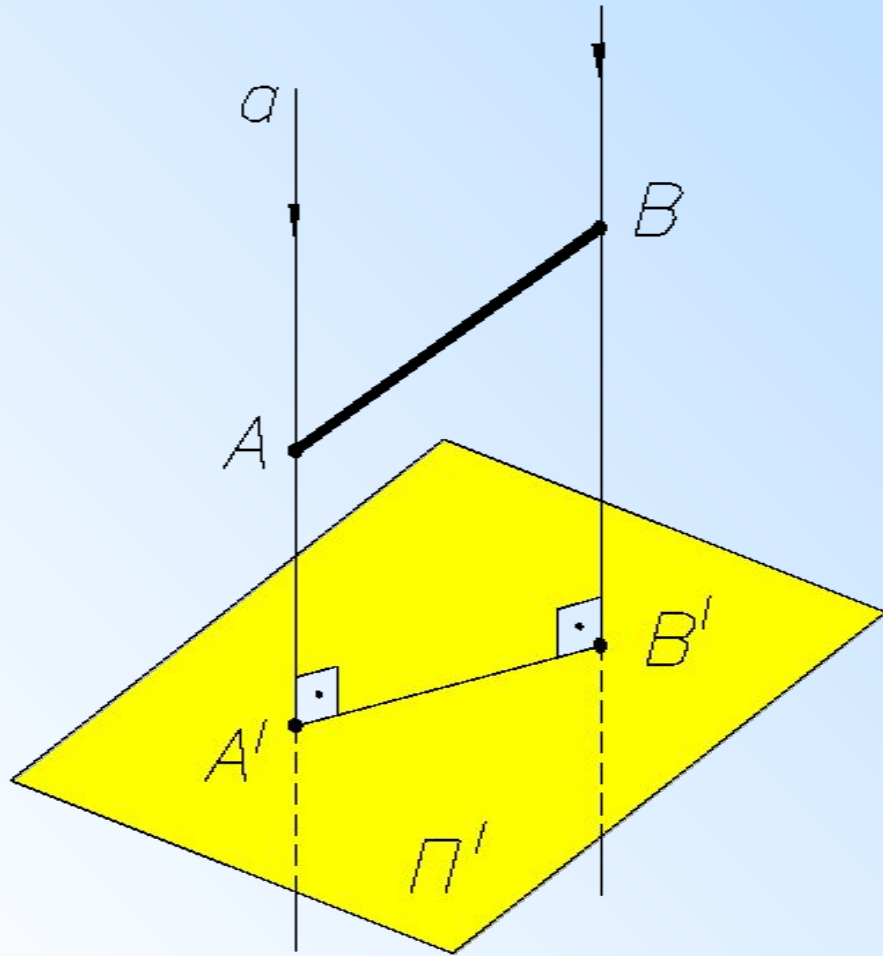
Проекцией фигуры называется множество проекций всех ее точек

Нет закономерных отношений между линейными размерами геометрического образа (Г.О.) и его проекциями.



Виды проецирования

Ортогональное проецирование



Аппарат проецирования

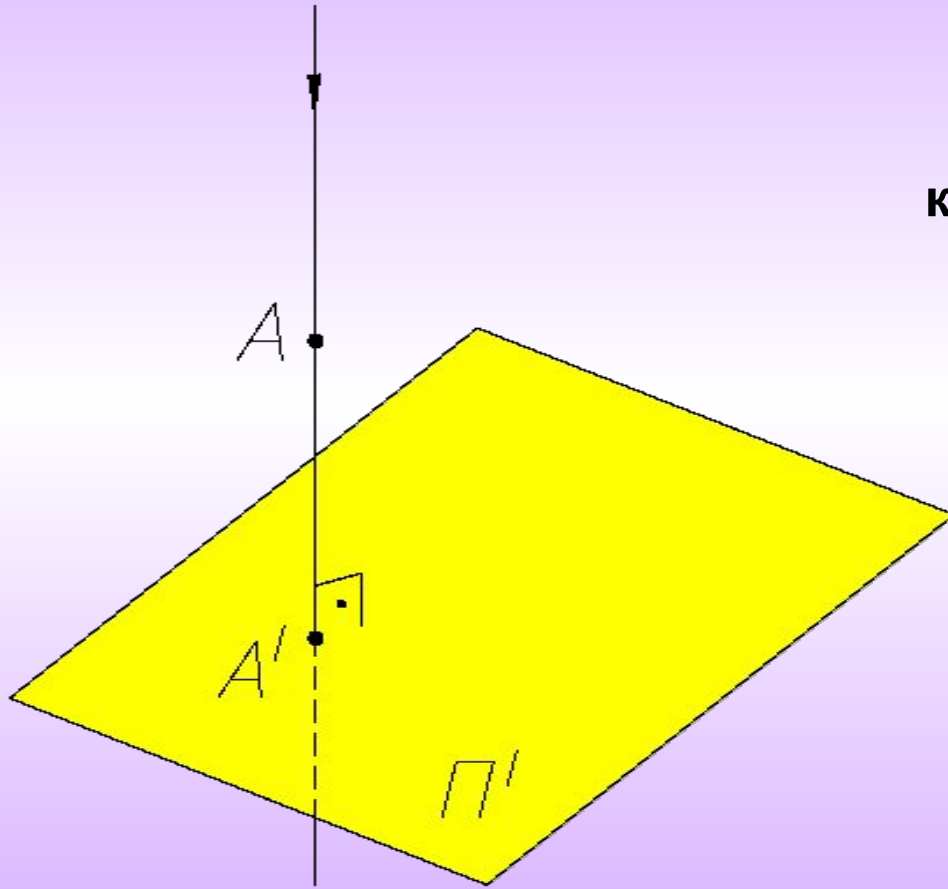
a - направление проецирования,
 $a \perp \Pi'$,

Π' - плоскость проекций,
 A, B - точки пространства,
 A', B' - ортогональные проекции точек A и B на плоскость Π' .

Проекцией фигуры называется множество проекций всех ее точек

Существуют определенные закономерности между геометрическим образом (Г.О.) и его ортогональной проекцией:
позиционные и метрические свойства ортогонального проецирования.

Основные позиционные свойства ортогонального проецирования:

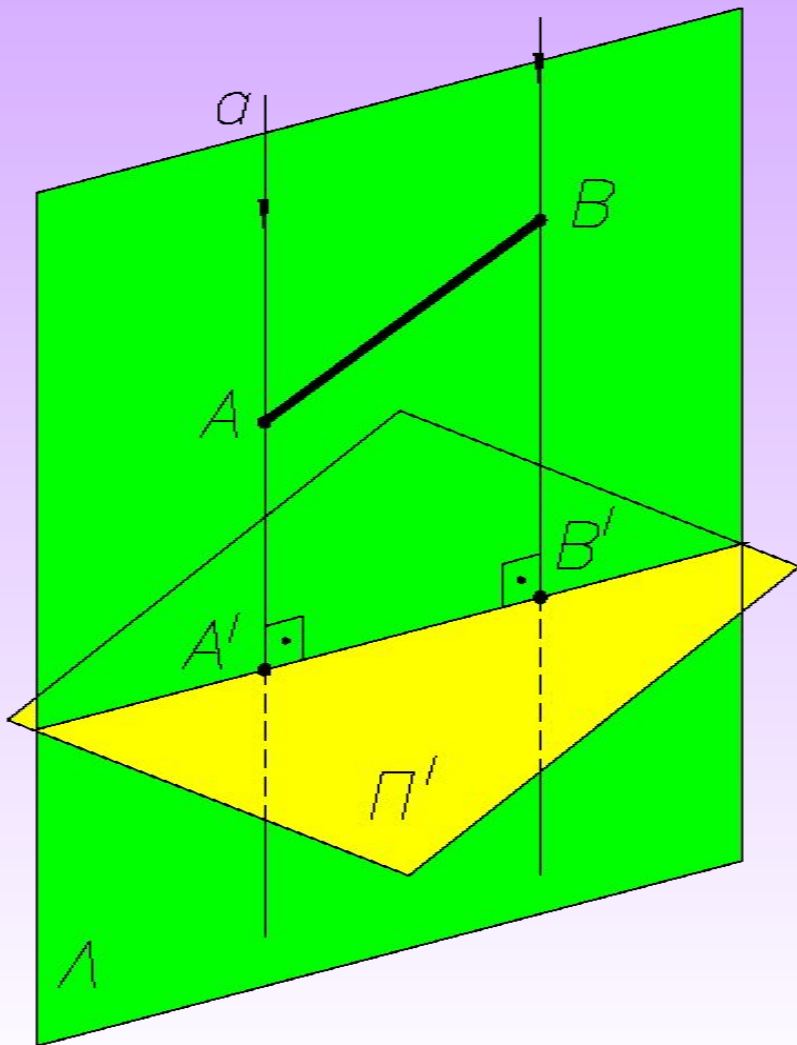


1.

каждой точке проецируемого
Г.О. соответствует одна
точка на плоскости
проекций,
 $A \Rightarrow A'$;

(обратная зависимость
неоднозначна);

Основные **позиционные** свойства ортогонального проецирования:



2.

проекцией прямой линии AB
является прямая линия
 $A'B'$,

$$AB \Rightarrow A'B';$$

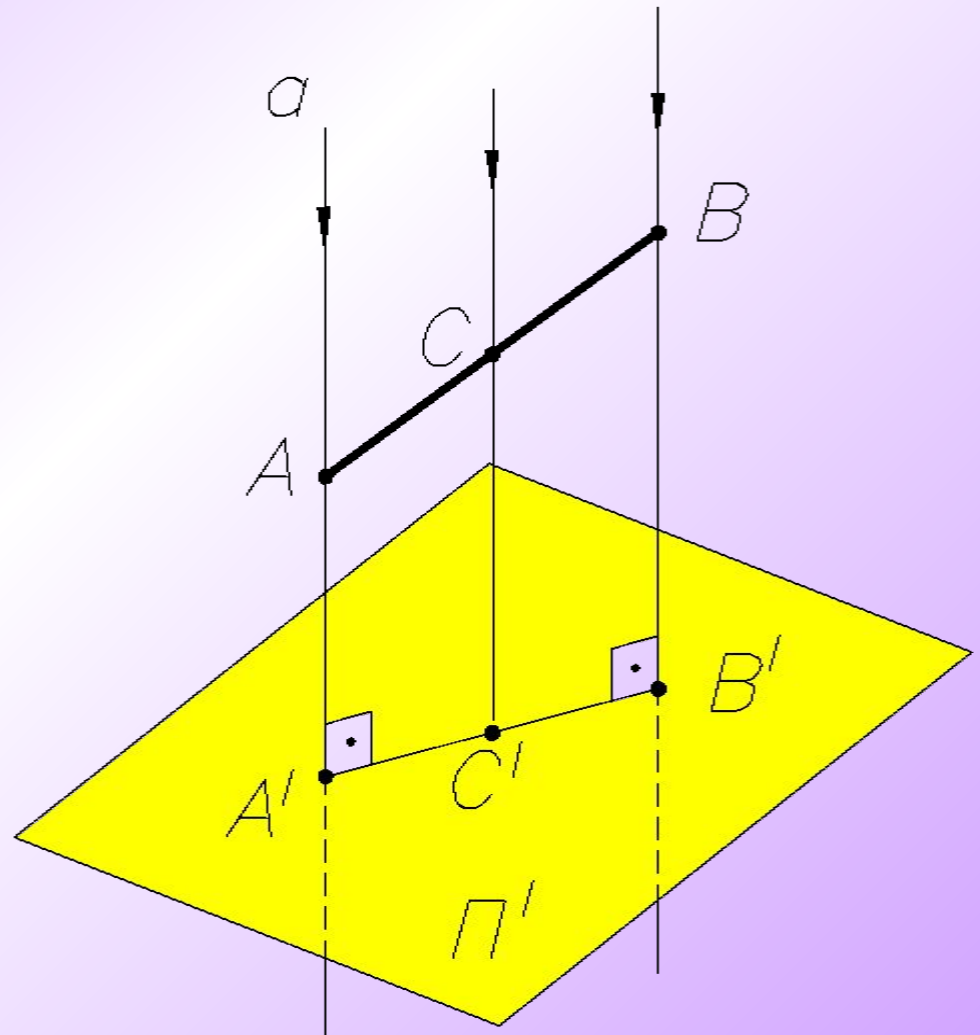
$ABA'B'$ – проецирующая
плоскость L);

Основные позиционные свойства ортогонального проектирования:

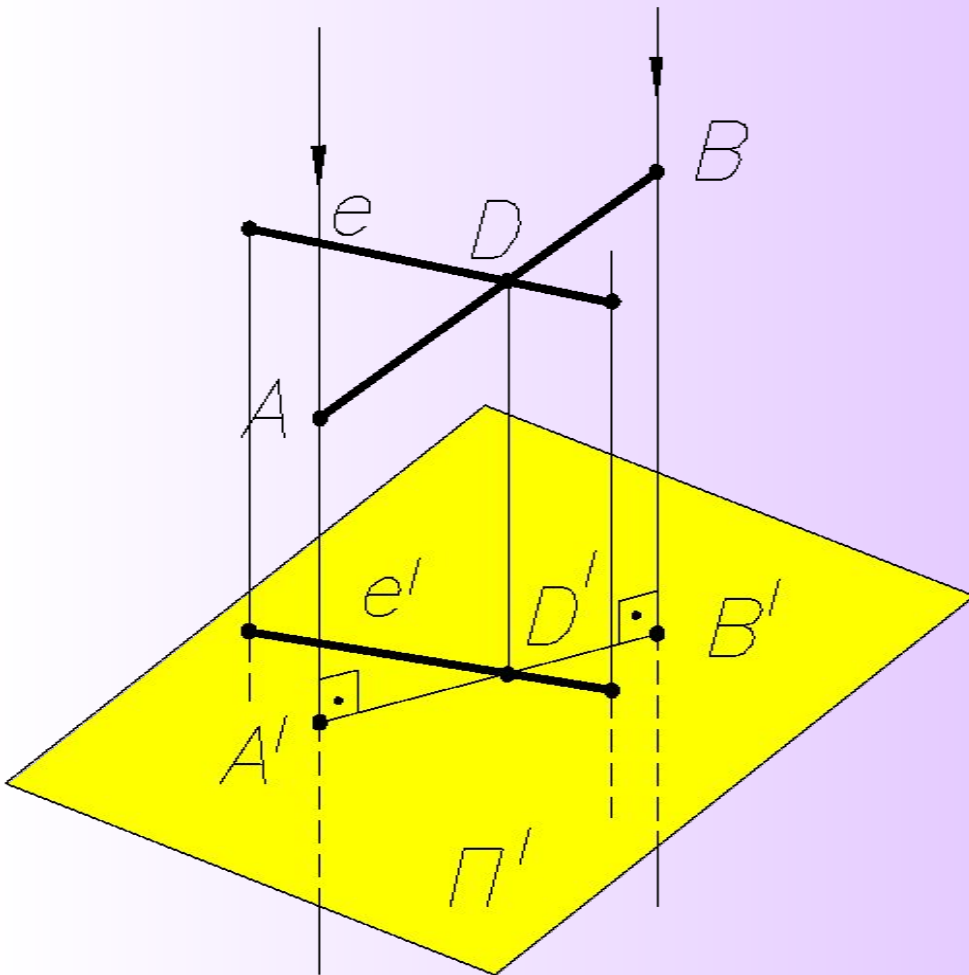
3.

если точка принадлежит
линии, то ее проекция
принадлежит проекции
данной линии,

$$C \in AB \Rightarrow C' \in A'B';$$



Основные позиционные свойства ортогонального проектирования:



4.

проекцией точки пересечения
двух прямых является
точка пересечения проекций
данных прямых;

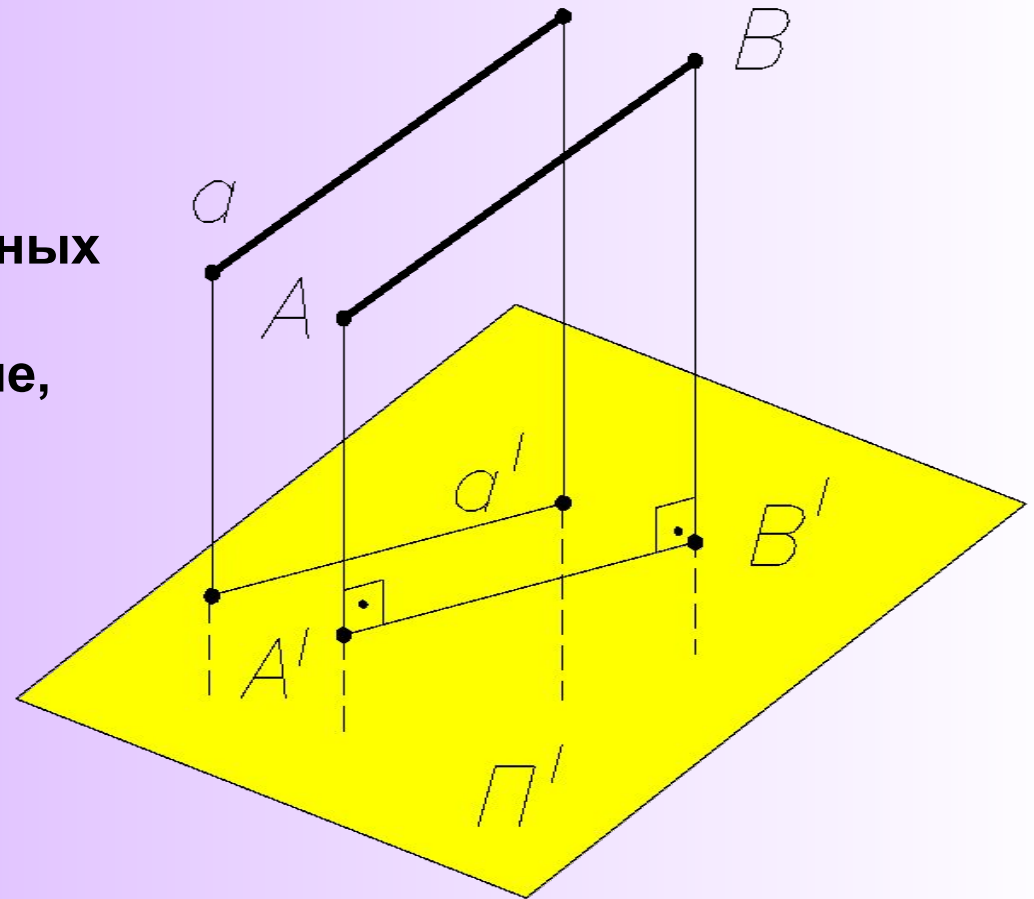
$$D = AB \times e \Rightarrow D' = A'B' \times e';$$

Основные позиционные свойства ортогонального проецирования:

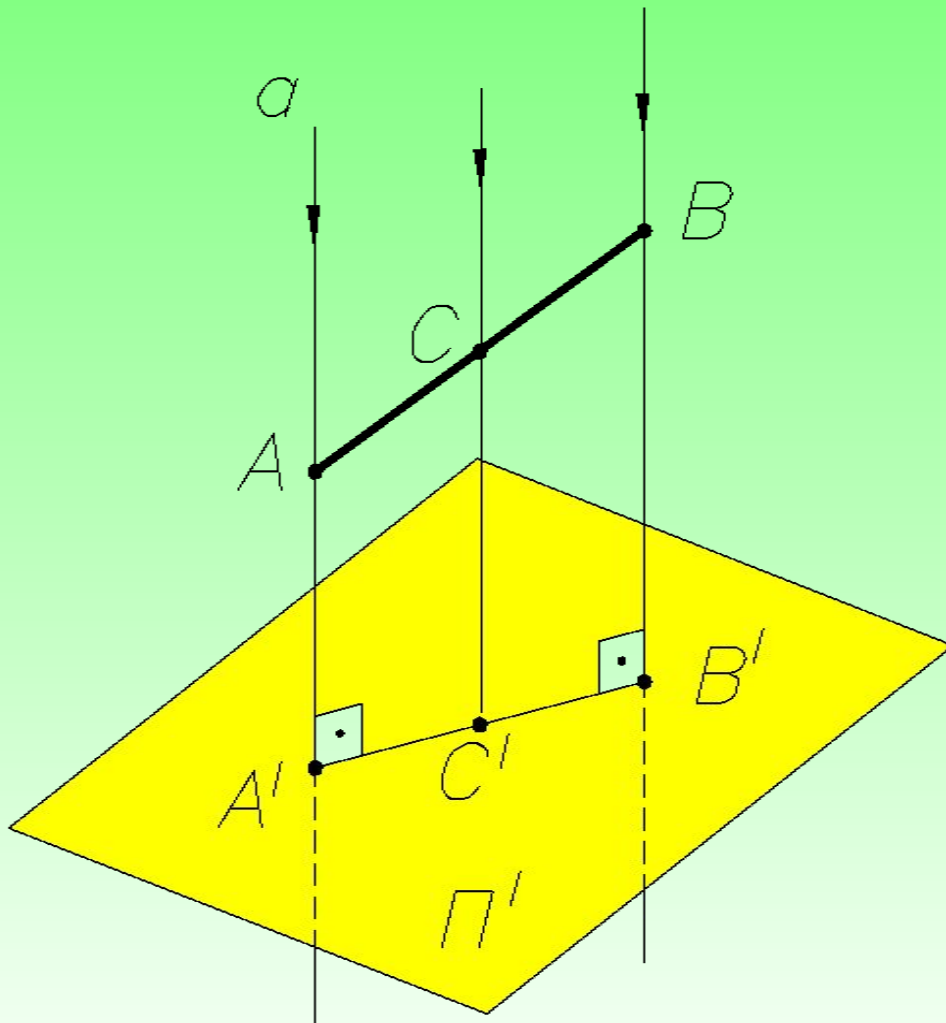
5.

проекциями двух параллельных
прямых являются
две параллельные прямые,

$$a \parallel AB \Rightarrow a' \parallel A' B';$$



Метрические свойства ортогонального проецирования:



1.

Отношения между отрезками прямой равны соответствующим отношениям между их проекциями.

$$|AC| : |CB| = |A'C'| : |C'B'|$$

$$|AC| : |AB| = |A'C'| : |A'B'|$$

и т.д.

Метрические свойства ортогонального проецирования:

2.

Длина отрезка равна длине его проекции, делённой на косинус угла наклона отрезка к плоскости проекций.

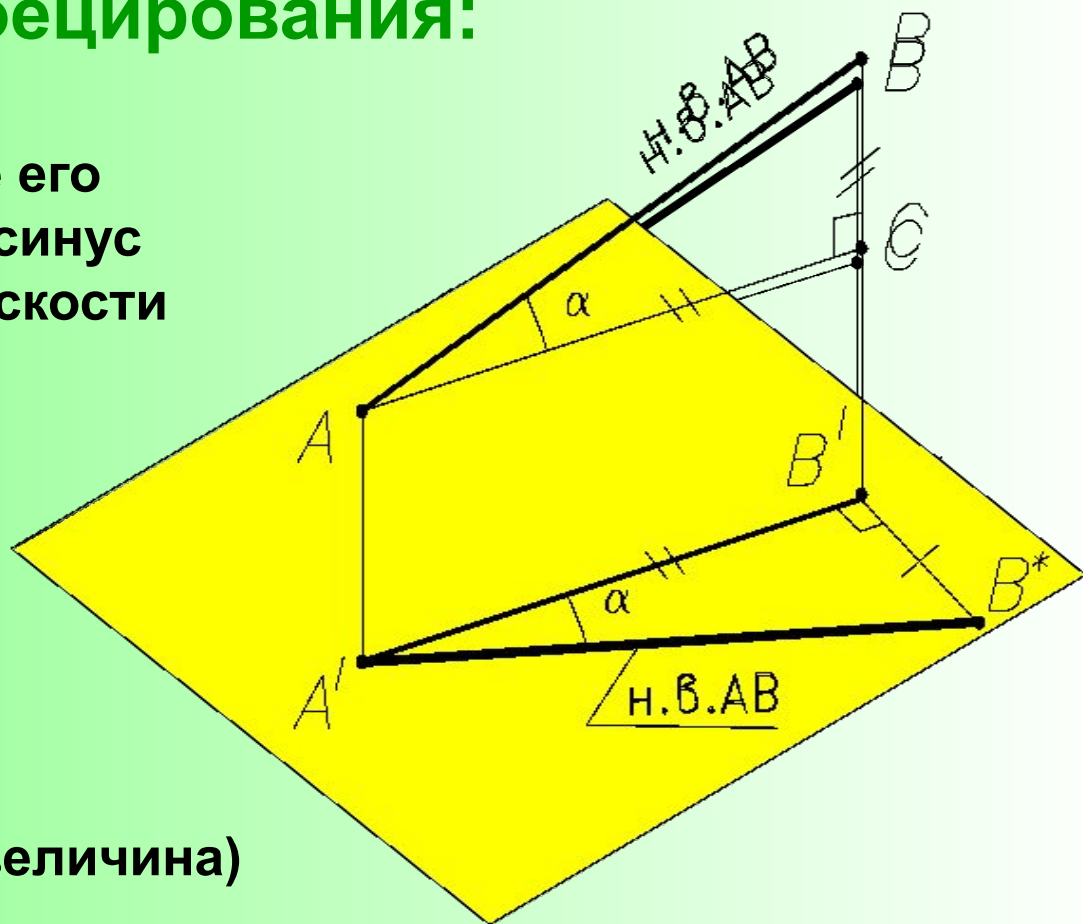
$$|AC| : |AB| = \cos a$$

или

$$|AB| = |A'B'| : \cos a,$$

т. к. $|A'B'| = |AC|$.

Отрезок AB (натуральная величина) является гипотенузой прямоугольного треугольника ABC , один катет которого является проекцией этого отрезка, а второй — приращением координат точек A и B .



Примечания:

если $\alpha = 0^\circ$, то $|AB| = |A'B'|$;

если $\alpha = 90^\circ$, то $|A'B'| = 0$.

Метрические свойства ортогонального проецирования:

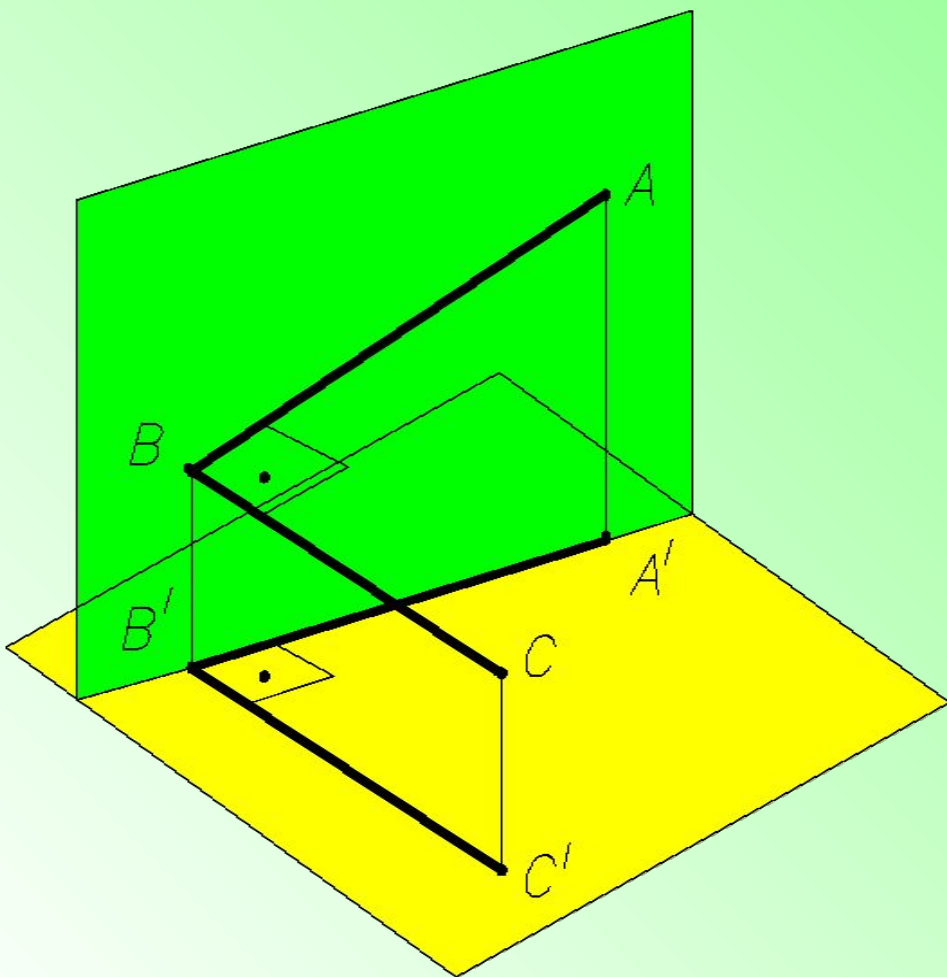
3.

Теорема о проецировании прямого угла:

Если хотя бы одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, а вторая ей не перпендикулярна, то угол на эту плоскость проецируется в натуральную величину.

Обратная теорема:

Если прямой угол проецируется ортогонально в виде прямого угла, то он имеет сторону, расположенную параллельно плоскости проекций.



Обратимость чертежа

Вышеприведенные чертежи называются **однокартинными**.

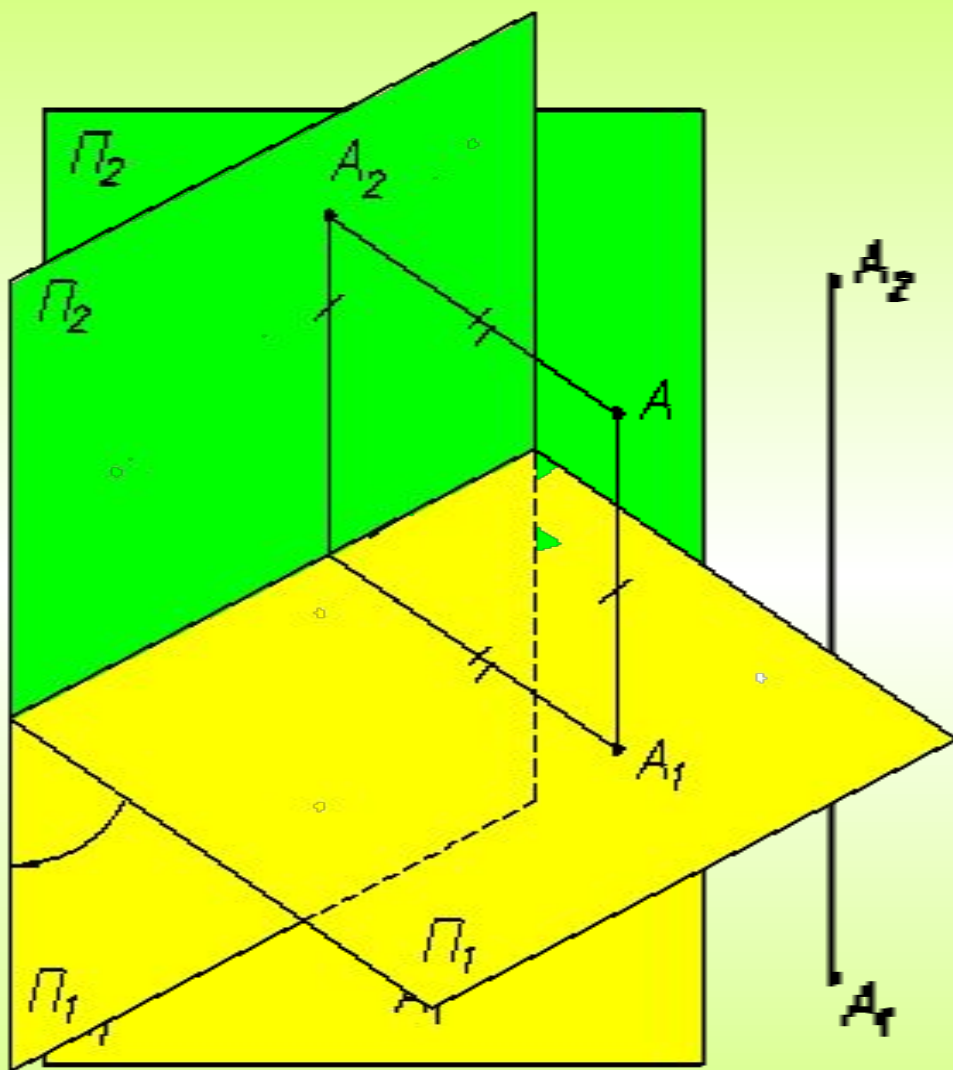
Рассмотренные методы проецирования позволяют однозначно решить прямую задачу – построить проекцию (чертеж) геометрического образа.

Обратная задача начертательной геометрии – по данному чертежу реконструировать геометрический образ – решается неоднозначно (может быть несколько или бесчисленное множество решений).

Из этого следует, что **однокартинный чертеж не обладает свойством обратимости**.

Проекционный чертеж становится обратимым при добавлении дополнительной информации (**введение второй плоскости проекции или числовой отметки, указывающей расстояние от точки в пространстве до плоскости проекций**).

Образование комплексного чертежа точки.



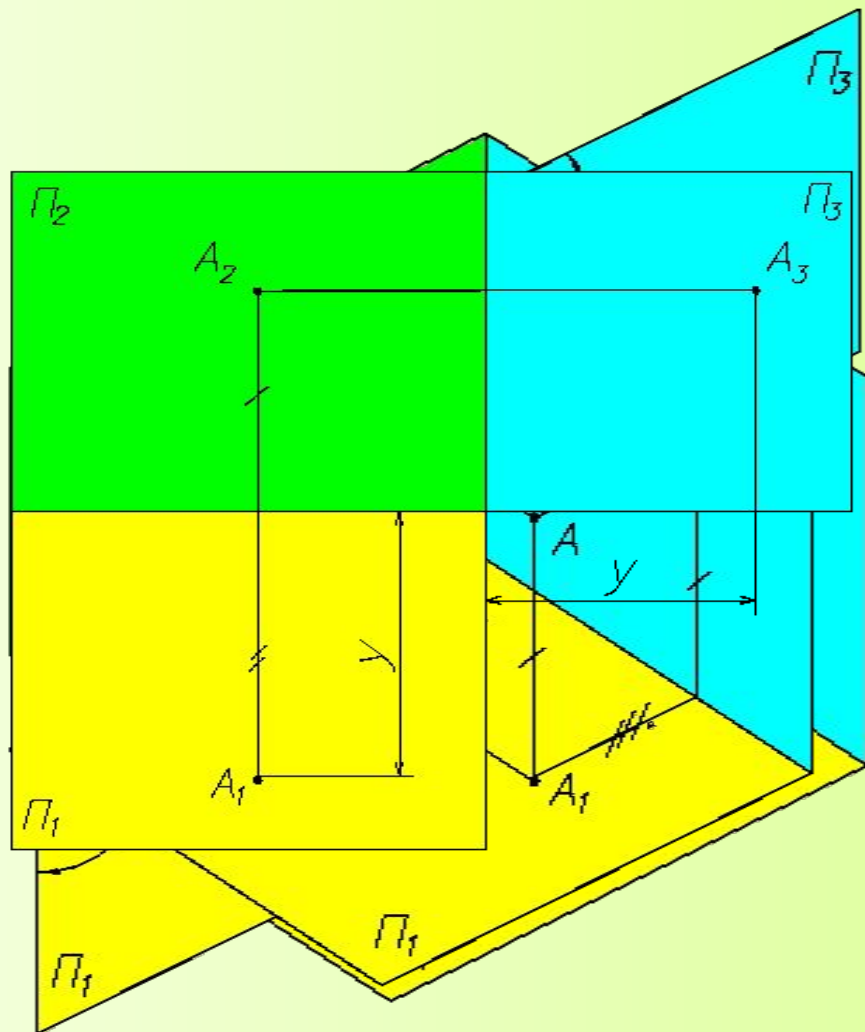
Данный чертеж называется **комплексным чертежом (К.Ч.)** точки A .

Комплексным чертежом называется чертеж, составленный из двух или более связанных между собой **ортогональных проекций** изображаемого геометрического образа.

Принцип образования: геометрический образ ортогонально проецируется минимум на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций, которые затем соответствующим образом совмещаются с одной плоскостью.

Если на К.Ч. заданы две проекции точки, можно утверждать, что **точка однозначно задана на К.Ч.**

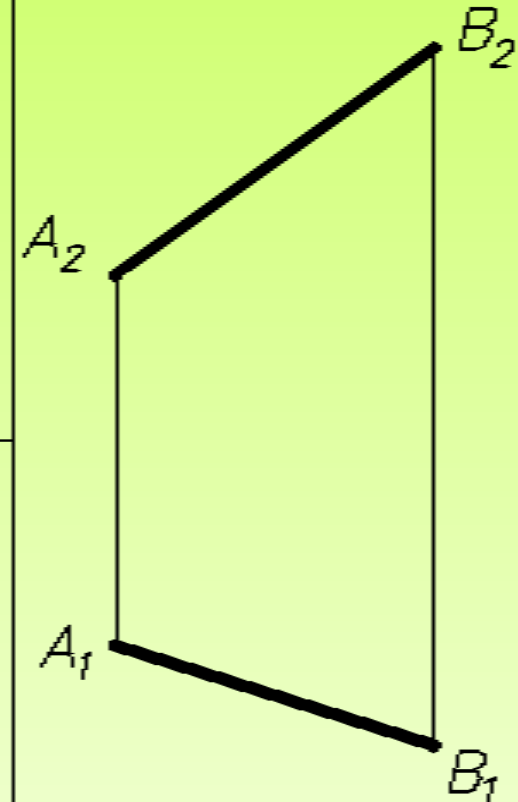
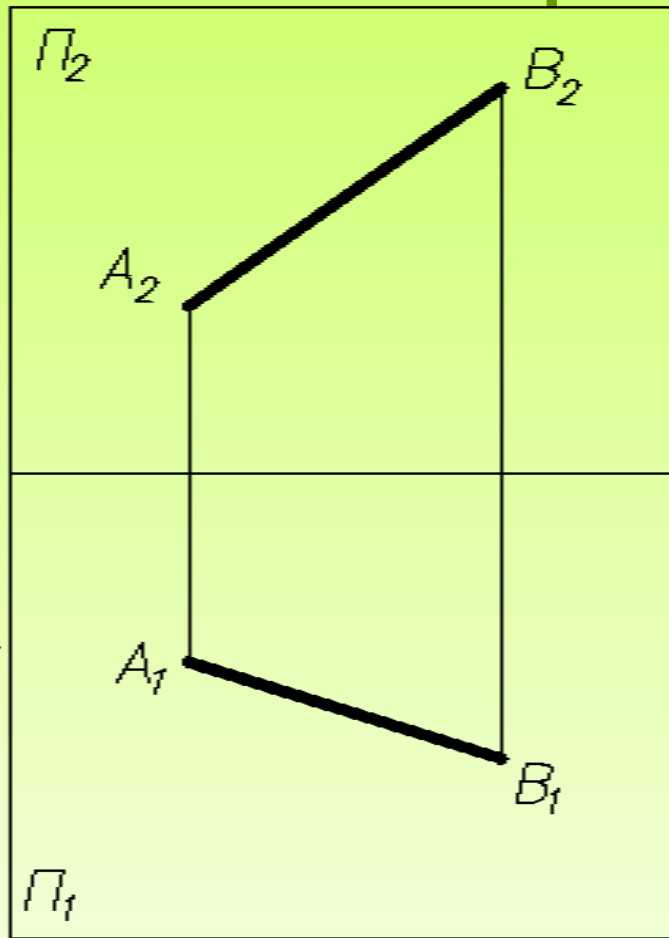
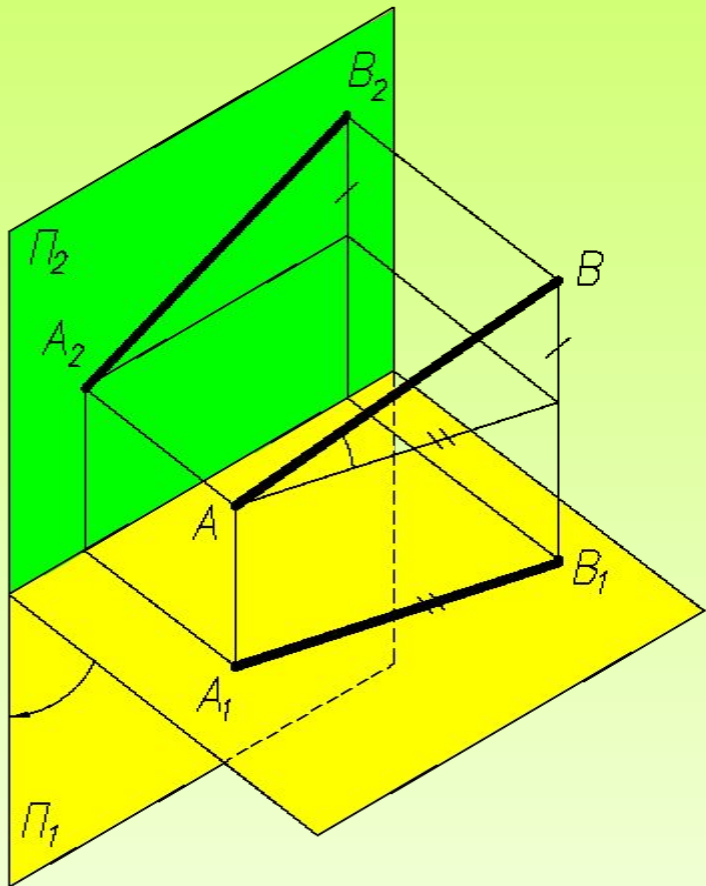
Образование комплексного чертежа точки.



Условные обозначения:
 $A, B, C, D, \dots 1, 2, 3, \dots$ и т.д. – точки в пространстве;
 $\Pi_1 (XOY)$ – горизонтальная плоскость проекции;
 $\Pi_2 (XOZ)$ – вертикальная (фронтальная) плоскость проекции;
 $\Pi_3 (YOZ)$ – вертикальная (профильная) плоскость проекции;
 A_1 – горизонтальная проекция точки A на плоскость Π_1 ;
 A_2 – фронтальная проекция точки A на плоскость Π_2 .
 A_3 – профильная проекция точки A на плоскость Π_3 .
 A_1A_2, A_2A_3 - линии связи.

Иногда проецирование осуществляется на три взаимно перпендикулярных плоскости проекций, и тогда они все совмещаются с одной.

Образование комплексного чертежа линии.



Линия - это геометрический образ, сформированный последовательным перемещением точки.

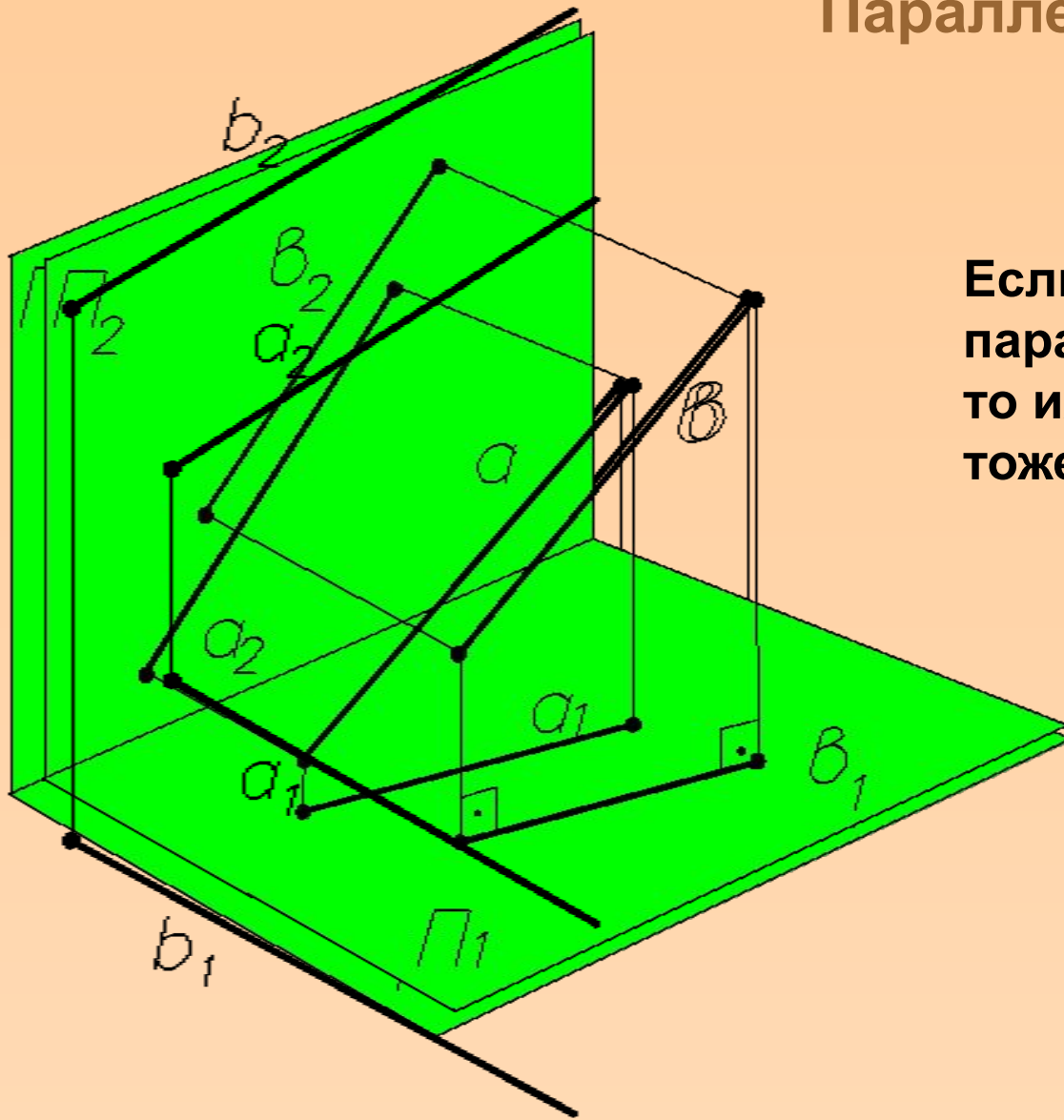
Линия – одномерный геометрический образ.

Обозначение линий – а, b, с, d ... и т.д.

Прямая однозначно задана на комплексном чертеже, если заданы две ее проекции.

Взаимное расположение двух прямых.

Параллельные прямые.

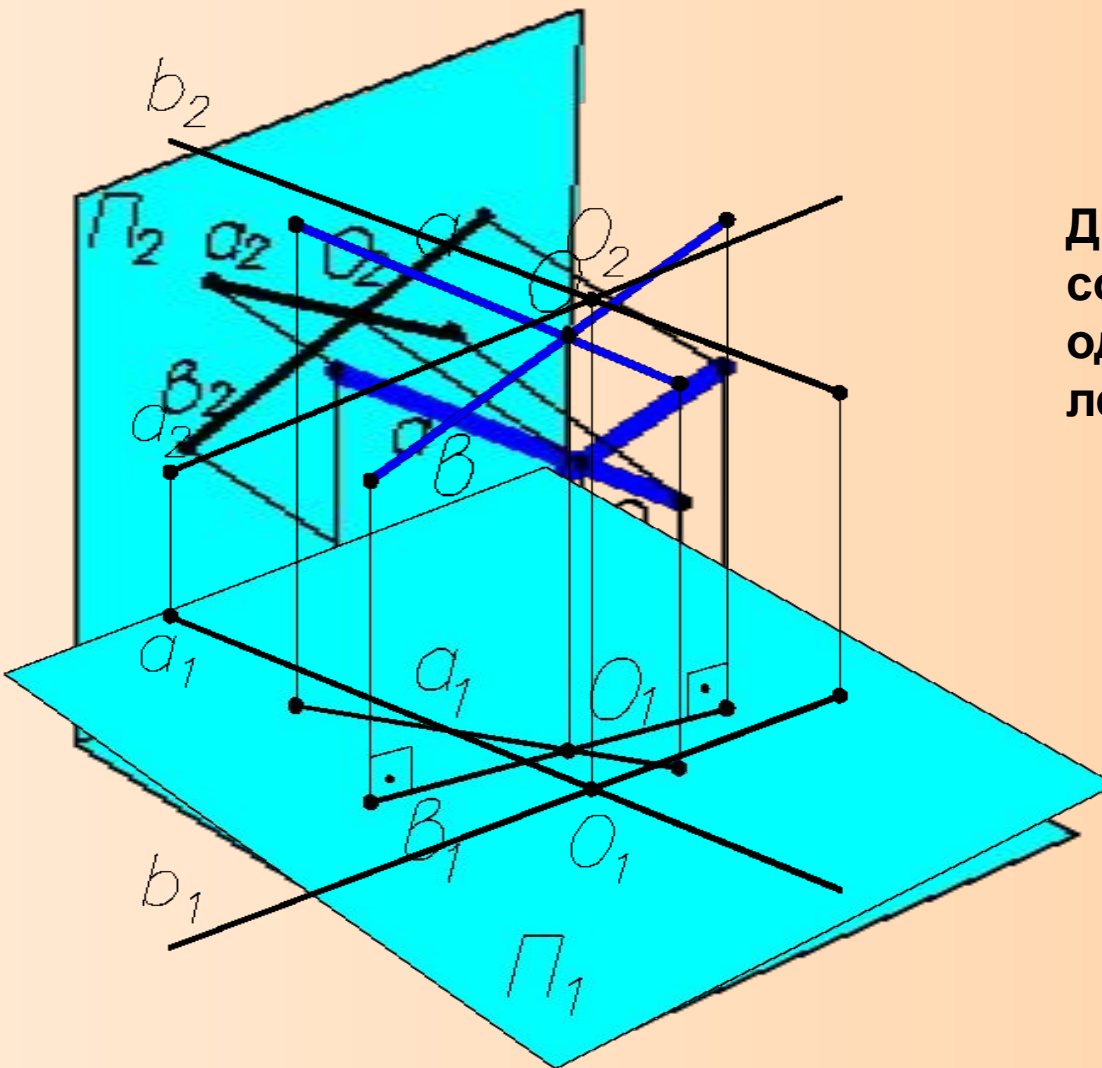


Если две прямые параллельны между собой, то их одноименные проекции тоже параллельны.

Если $a \parallel b$,
то $a_1 \parallel b_1$ и $a_2 \parallel b_2$.

Взаимное расположение двух прямых.

Пересекающиеся прямые.



Две прямые пересекаются между собой, если точки пересечения одноименных проекций прямых лежат на одной линии связи .

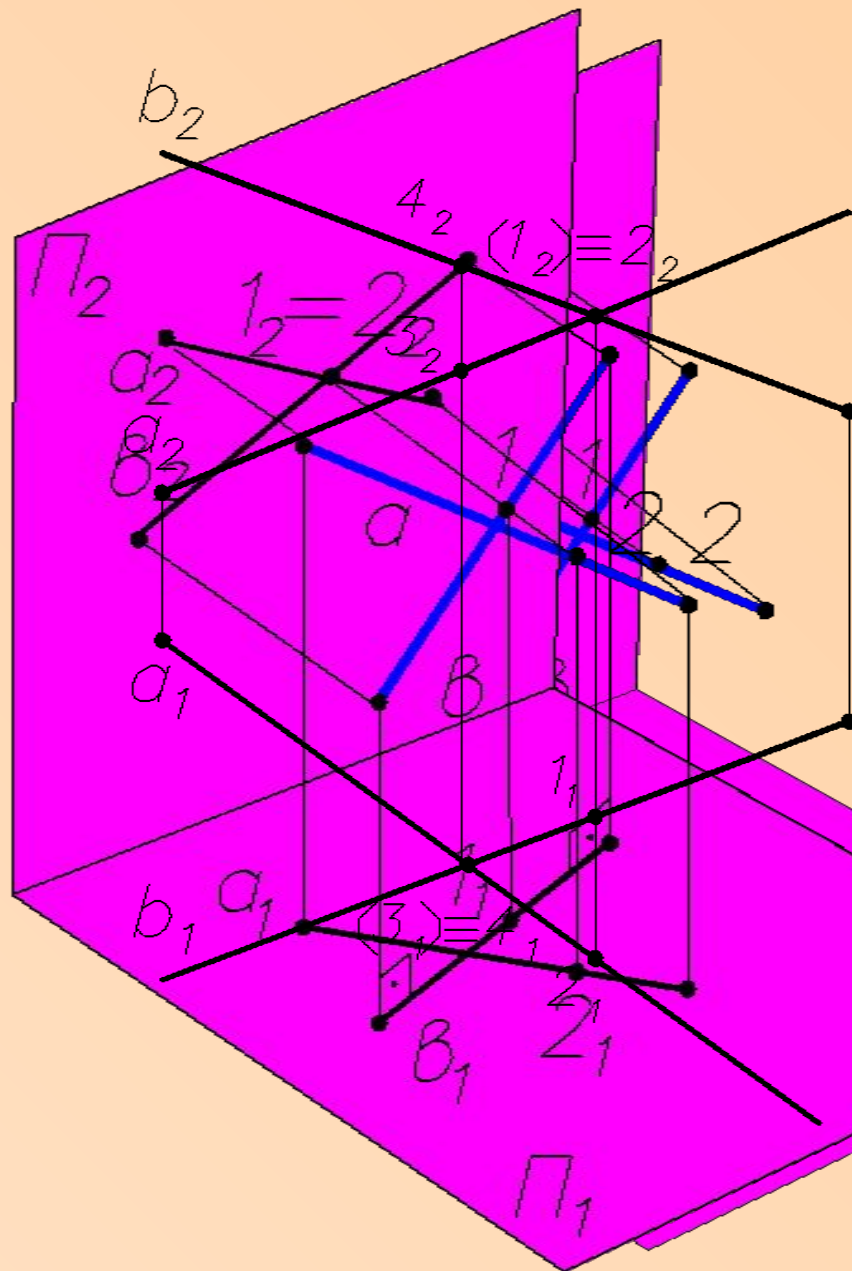
Если $a \times b = O$,

то $a_1 \times b_1 = O_1$

и $a_2 \times b_2 = O_2$

Взаимное расположение двух прямых.

Скрещивающиеся прямые
(не имеют общих точек).



Две прямые скрещиваются между собой, если точки пересечения их одноименных проекций лежат на разных линиях связи

$$a \div b$$

Точки 1 и 2, 3 и 4 – конкурирующие точки.

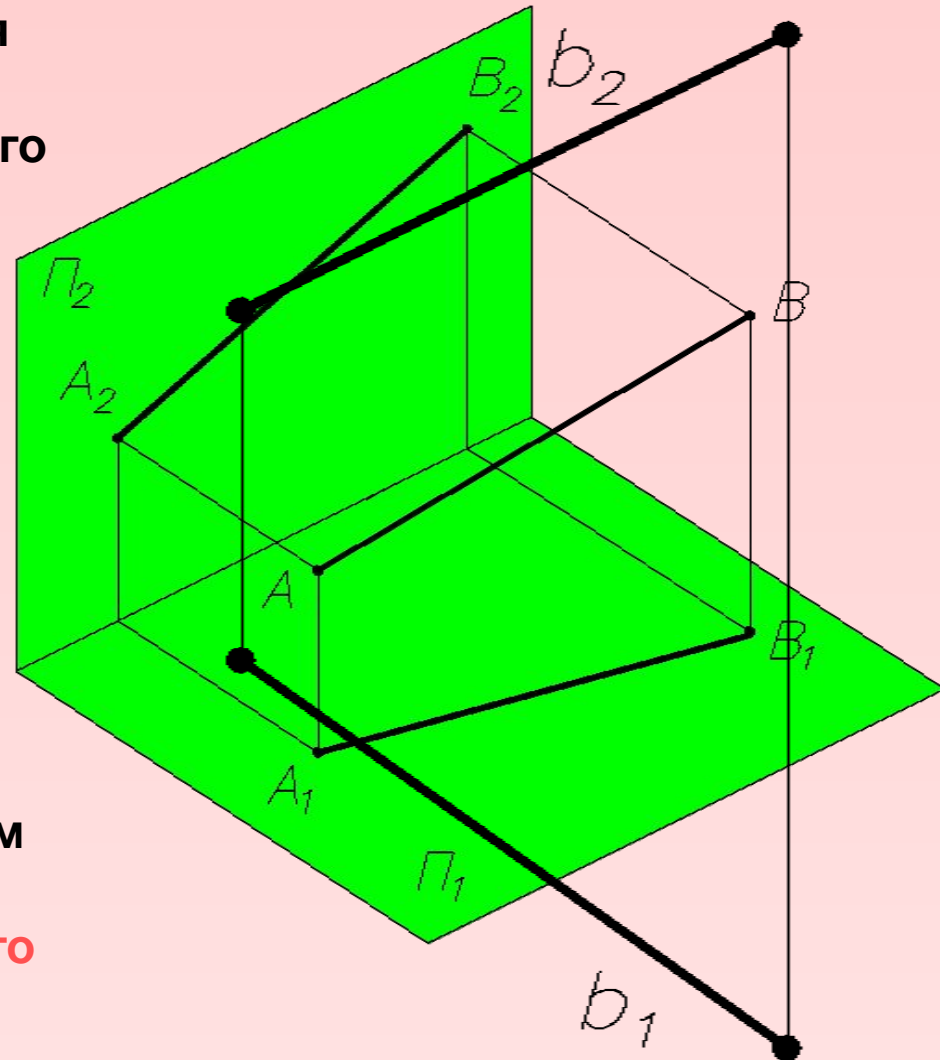
Конкурирующие точки – Точки, лежащие на одной Проецирующей прямой.

Положение прямых линий относительно плоскостей проекций.

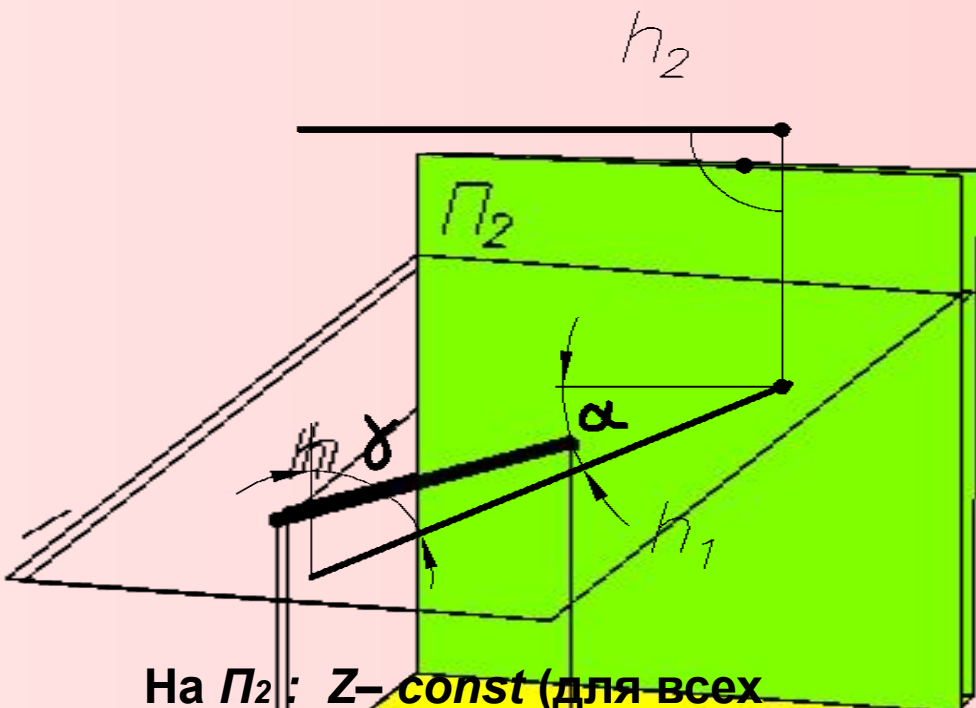
В зависимости от своего положения относительно плоскостей проекций прямые разделяют на прямые общего положения и прямые частного положения.

Прямая общего положения – прямая, которая имеет углы, отличные от 0° и 90° одновременно со всеми тремя плоскостями проекции (Π_1 , Π_2 и Π_3).

Прямые, параллельные плоскостям проекций или перпендикулярные к ним, называются **прямыми частного положения**.



Прямые частного положения. Линии уровня.



На Π_2 : $Z = \text{const}$ (для всех точек линии).

На Π_1 : $h_1 = h$, h_1 - натуральная величина прямой h .

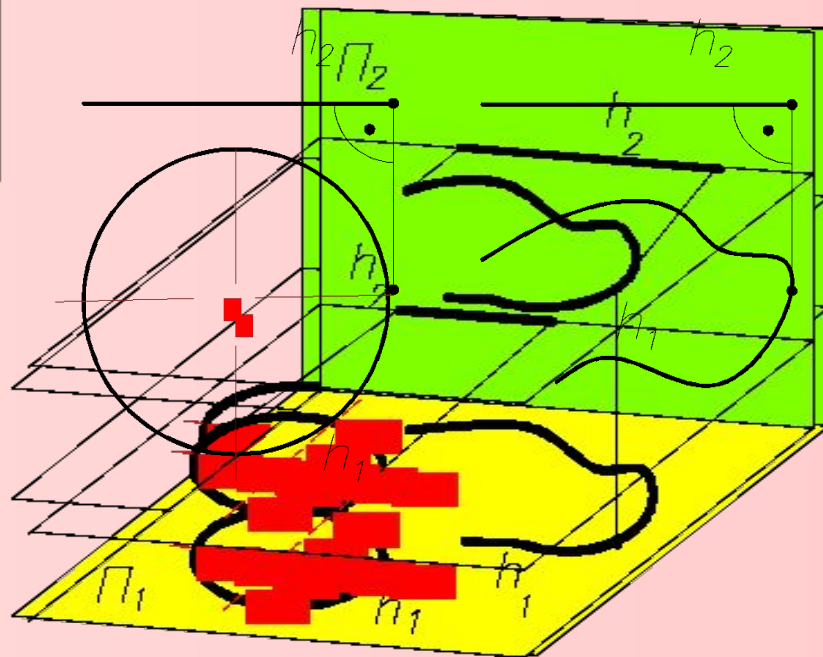
α - угол наклона прямой h к плоскости Π_2 , h_1

γ - угол наклона прямой h к плоскости Π_3 .

Горизонталь – линия, все точки которой имеют одинаковую координату Z (аппликата).

Горизонталь параллельна горизонтальной плоскости проекций.

Обозначение горизонтали h ($h \parallel \Pi_1$).

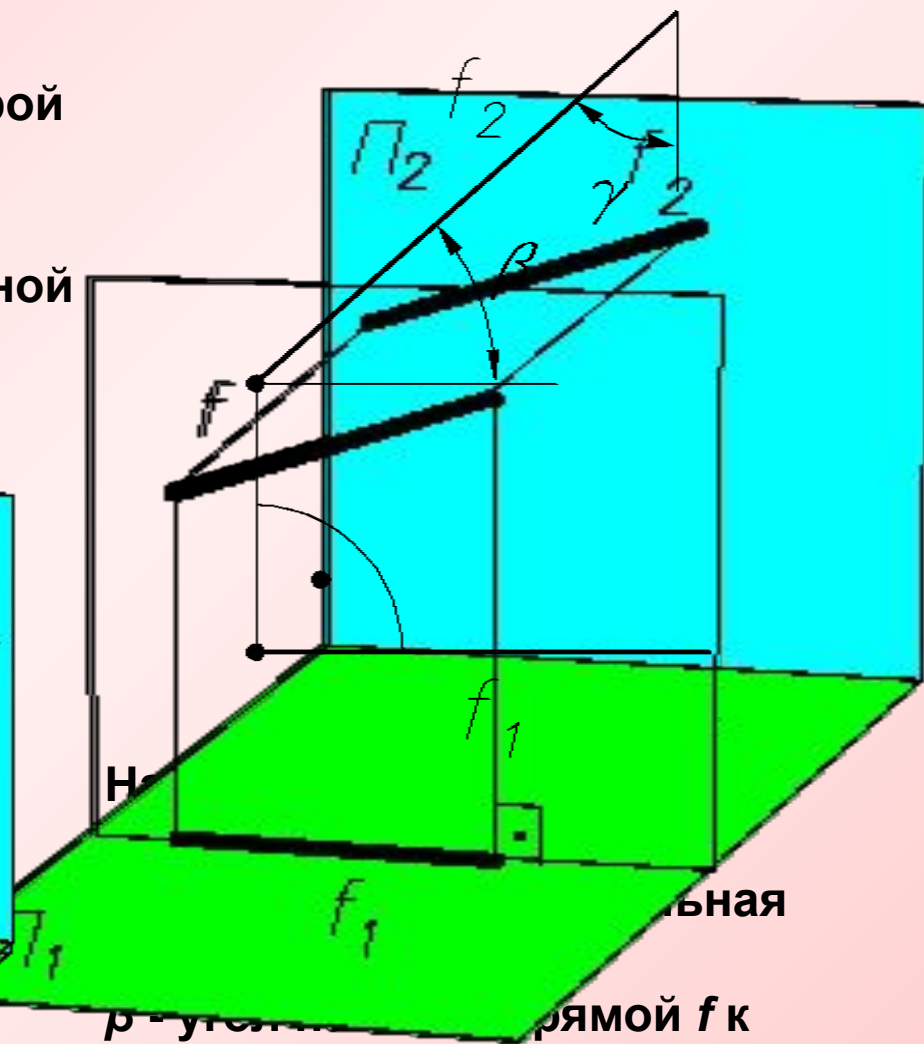
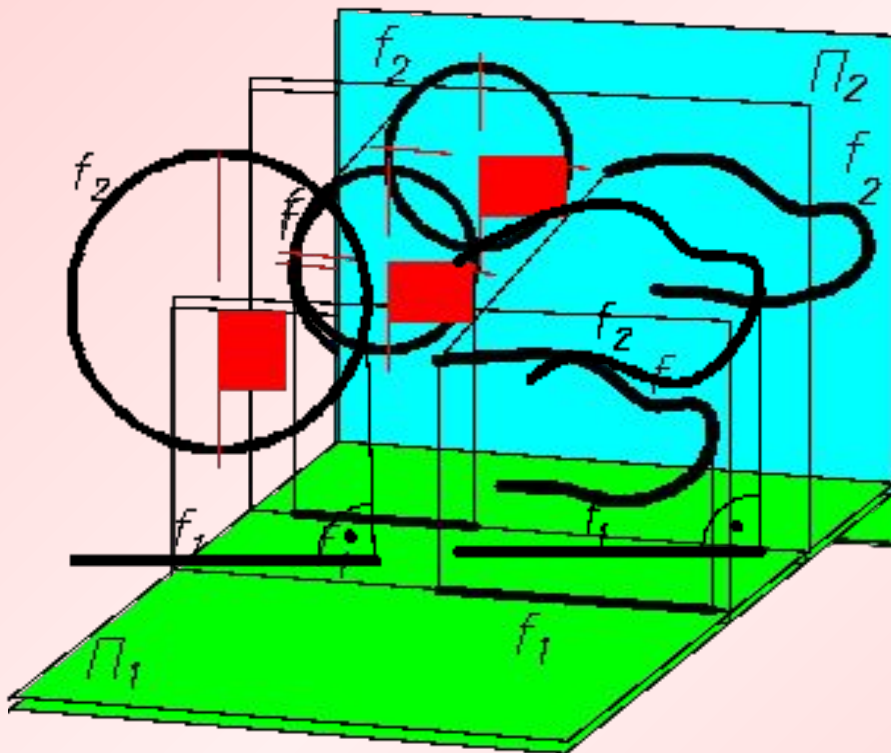


Прямые частного положения. Линии уровня.

Фронталь – линия, все точки которой имеют одинаковую координату Y (ордината).

Фронталь параллельна фронтальной плоскости проекций.

Обозначение фронтали f ($f \parallel \Pi_2$).



ρ – угол наклона прямой f к плоскости Π_1 ,
 γ – угол наклона прямой f к плоскости Π_3 .

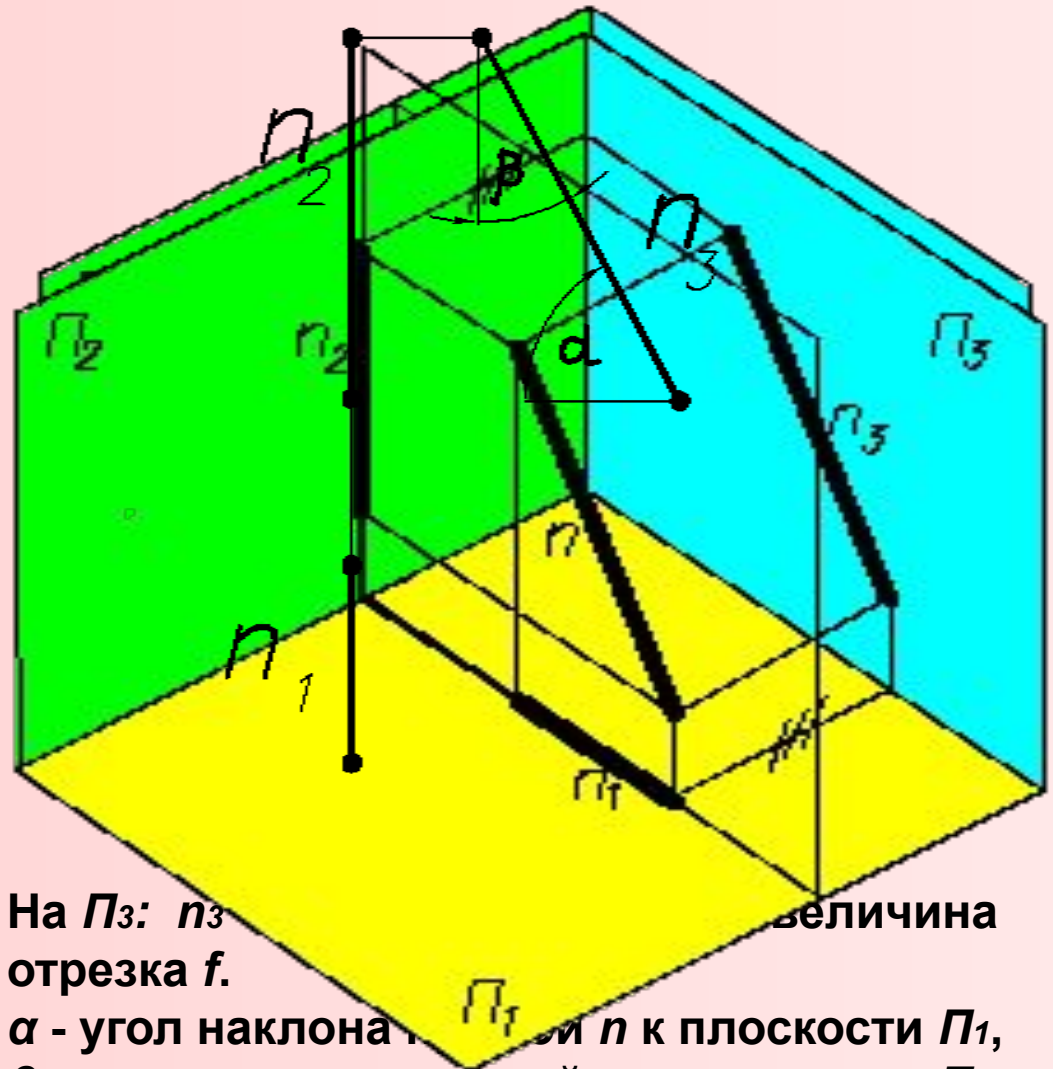
Прямые частного положения. Линии уровня.

Профильная линия – линия, все точки которой имеют одинаковую координату X (абсцисса)

Профильная линия параллельна профильной плоскости проекций.

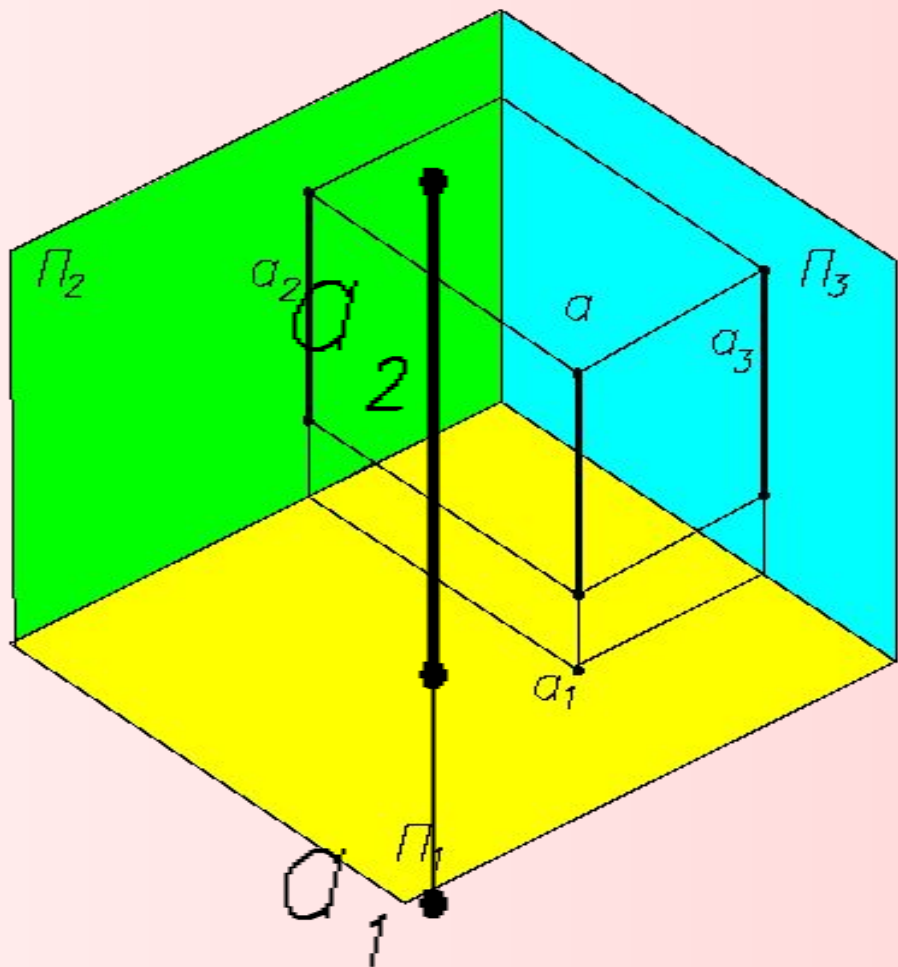
Обозначим профильную линию буквой n ($n \parallel \Pi_3$).

На Π_1 и Π_2 проекции профильной прямой n совпадают с линией связи. Для описания профильной линии (прямой) на комплексном чертеже необходимо вводить профильную плоскость проекций Π_3 .



На Π_3 : n_3 – проекция профильной линии n на плоскости Π_3 , f – величина отрезка f .
 α – угол наклона прямой n к плоскости Π_1 ,
 β – угол наклона прямой n к плоскости Π_2 .

Прямые частного положения. Проецирующие прямые.



Горизонтально-проецирующая прямая – линия, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций.

Горизонтально-проецирующая прямая параллельна фронтальной и профильной плоскостям проекций.

Обозначим горизонтально-проецирующую прямую a ($a \perp \Pi_1$).

На Π_1 горизонтально-проецирующая прямая проецируется в точку (теряет одно измерение).

На Π_2 : $a_2 = a$,
 a_2 – натуральная величина.

Прямые частного положения. Проецирующие прямые.

Фронтально-проецирующая прямая

– линия, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций

Фронтально-проецирующая прямая параллельна горизонтальной и профильной плоскости проекций.

Обозначим фронтально-проецирующую прямую b ($b \perp \Pi_1$).

На Π_2 фронтально-проецирующая прямая проецируется в точку (теряет одно измерение).

На Π_1 : $b_1 = b$,
 b_1 – натуральная величина.

