

# Начертательная геометрия

*Разумнова Елена Альбертовна*

# Рекомендуемая литература

- Начертательная геометрия Учеб. для вузов / Н. Н. Крылов, Г. С. Иконникова, В. Л. Николаев, В. Е. Васильев ; под ред. Н. Н. Крылова. — 8-е изд., испр. — М.: Высш. шк., 2002. — 224 с.: ил.  
Для студентов строительных специальностей вузов
- Гордон В. О. Курс начертательной геометрии : учеб. Пособие для вузов / В. О. Гордон, М. А. Семенцов-Огиевский; под ред. Ю. Б. Иванова. – М.: Наука, 1988, 1989, 2000.
- Фролов С. А. Начертательная геометрия / С. А. Фролов. – 2-е изд. – М.: Машиностроение, 1983.
- Начертательная геометрия. Учебное пособие для самостоятельной работы студентов /О.Н.Леонова, Е.А.Разумнова, Е.А.Солодухин - 2016/ [Moodle](#)



# СПбГАСУ Официальный сайт

## Moodle

Программы дополнительного образования

Дистанционное обучение

Портал дистанционного обучения СПбГАСУ

Кафедры

Начертательной геометрии и инженерной графики

Гостевой доступ - пароль *ingraf*

# ЛЕКЦИЯ №1

## *Начертательная геометрия* – раздел

геометрии, в котором пространственные фигуры, а также методы решения и исследования пространственных задач изучаются с помощью их изображений на плоскости.

**Начертательная геометрия** изучает пространственные формы реальных объектов, отношения между ними с помощью их изображений на плоскости, полученных проекционным методом и алгоритмы решения позиционных, конструктивных и метрических задач.

**Позиционные задачи** – задачи на взаимную принадлежность и пересечение геометрических фигур.

**Конструктивные задачи** – задачи на построение геометрических фигур (их образов на чертеже) отвечающих заданным условиям.

**Метрические задачи** – задачи на определение расстояний и истинных величин геометрических фигур.

# Задачи начертательной геометрии

- **Изучение способов построения изображений;**
- **Изучение способов определения форм и размеров предмета с помощью чертежа;**
- **Решение на плоскости задач, относящихся к пространственным геометрическим фигурам.**

# Исторические сведения

<b>Леон Баттиста Альберти</b>	<b>1404 - 1472 гг.</b>
<b>Леонардо да Винчи</b>	<b>1452 - 1519 гг.</b>
<b>Жерар Дезарг</b>	<b>1593 - 1662 гг.</b>
<b><i>ГАСПАР МОНЖ (Gaspard Monge)</i></b>	<b><i>1746 - 1818 гг.</i></b>
<b><i>Гаспар Монж</i> написал труд «Начертательная геометрия»</b>	<b><i>1798г.</i></b>
Начали преподавать <b><i>НГ</i></b> в Институте корпуса инженеров путей сообщения	<b><i>1810г.</i></b>
Стали преподавать <b><i>НГ</i></b> во всех ВУЗах России.	<b><i>1830г.</i></b>
<b><i>Яков Александрович Севастьянов</i></b>	<b><i>1796 - 1849 гг.</i></b>
<b><i>Николай Иванович Макаров</i></b>	<b><i>1824 - 1904 гг.</i></b>
<b><i>Владимир Анатольевич Курдюмов</i></b>	<b><i>1853 -1904 гг.</i></b>
<b><i>Николай Алексеевич Рынин</i></b>	<b><i>1877 - 1942 гг.</i></b>
<b><i>Владимир Осипович Гордон</i></b>	<b><i>1892 - 1971 гг.</i></b>
<b><i>Николай Федорович Четверухин</i></b>	<b><i>1891 - 1973 гг.</i></b>



*Изображение геометрической фигуры пространства на плоскости, выполненное по установленным стандартам правилам, называют **чертежом**.*

Чертеж – международный язык общения техников.

Начертательная геометрия – грамматика этого языка (чертежа).

# Базовые геометрические элементы начертательной геометрии

**Точка** – абстрактное математическое понятие. Нульмерный объект (не имеет измерений).

**Линия** – непрерывное одномерное множество точек (цепочка точек). Измерение : только длина. Толщины нет.

**Поверхность** – непрерывное двумерное множество точек. Измерения : длина, ширина, площадь. Толщины и объема нет.

Евклидова геометрия - геометрия, систематическое построение которой было впервые дано в 3 в. до н. э

*Основные понятия:* точка, прямая, плоскость, движение

*Основные отношения:*

- точка лежит на прямой на плоскости,
- точка лежит между двумя другими.

В современном изложении систему аксиом Евклидовой геометрии разбивают на следующие пять групп.

*1. Аксиомы сочетания.*

*2. Аксиомы порядка*

*3. Аксиомы движения.*

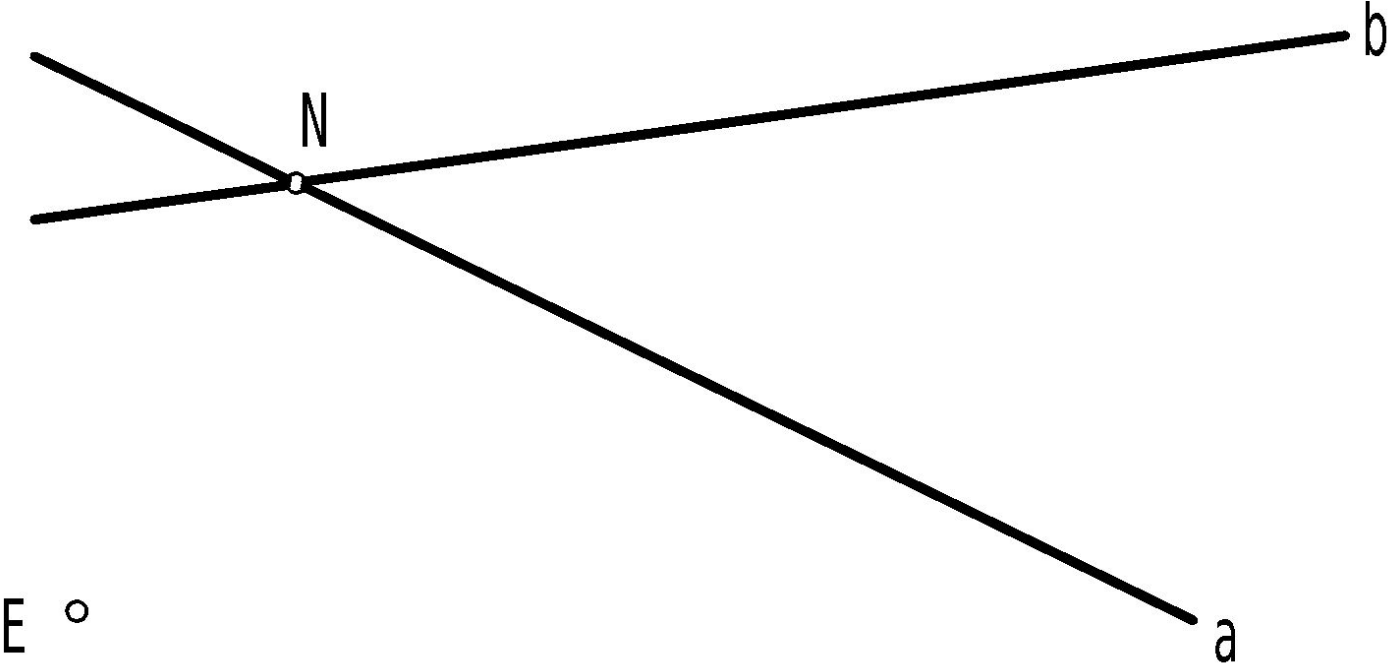
*4. Аксиомы непрерывности*

*5. Аксиома параллельности Евклида.*

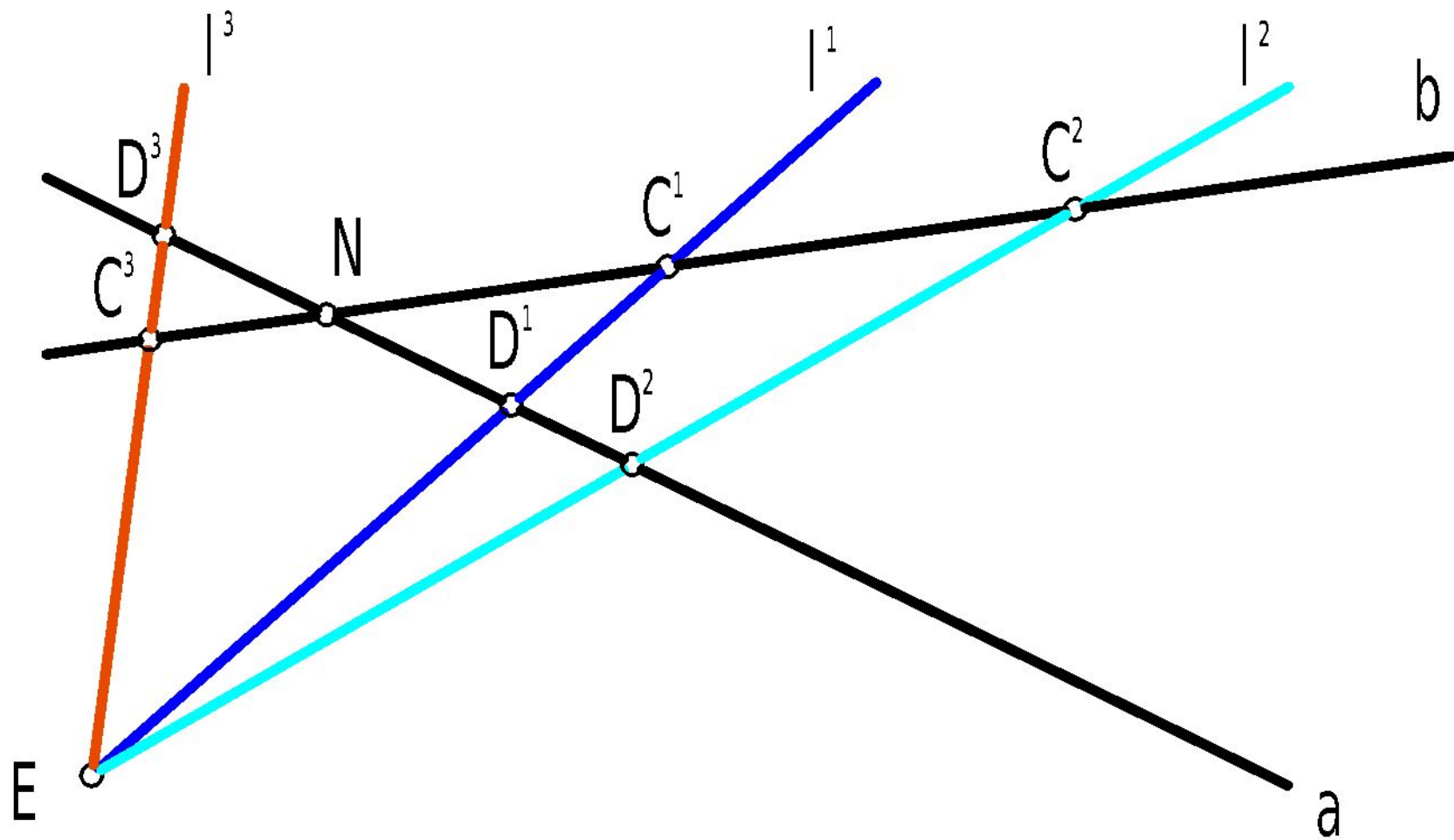
# Проективное пространство

*Евклидовы плоскость и пространство,  
дополненные соответственно бесконечно  
удаленными точками, прямыми и плоско  
стями, называются **проективными**.*

В плоскости заданы две пересекающиеся прямые  $a$  и  $b$  и точка  $E$ .

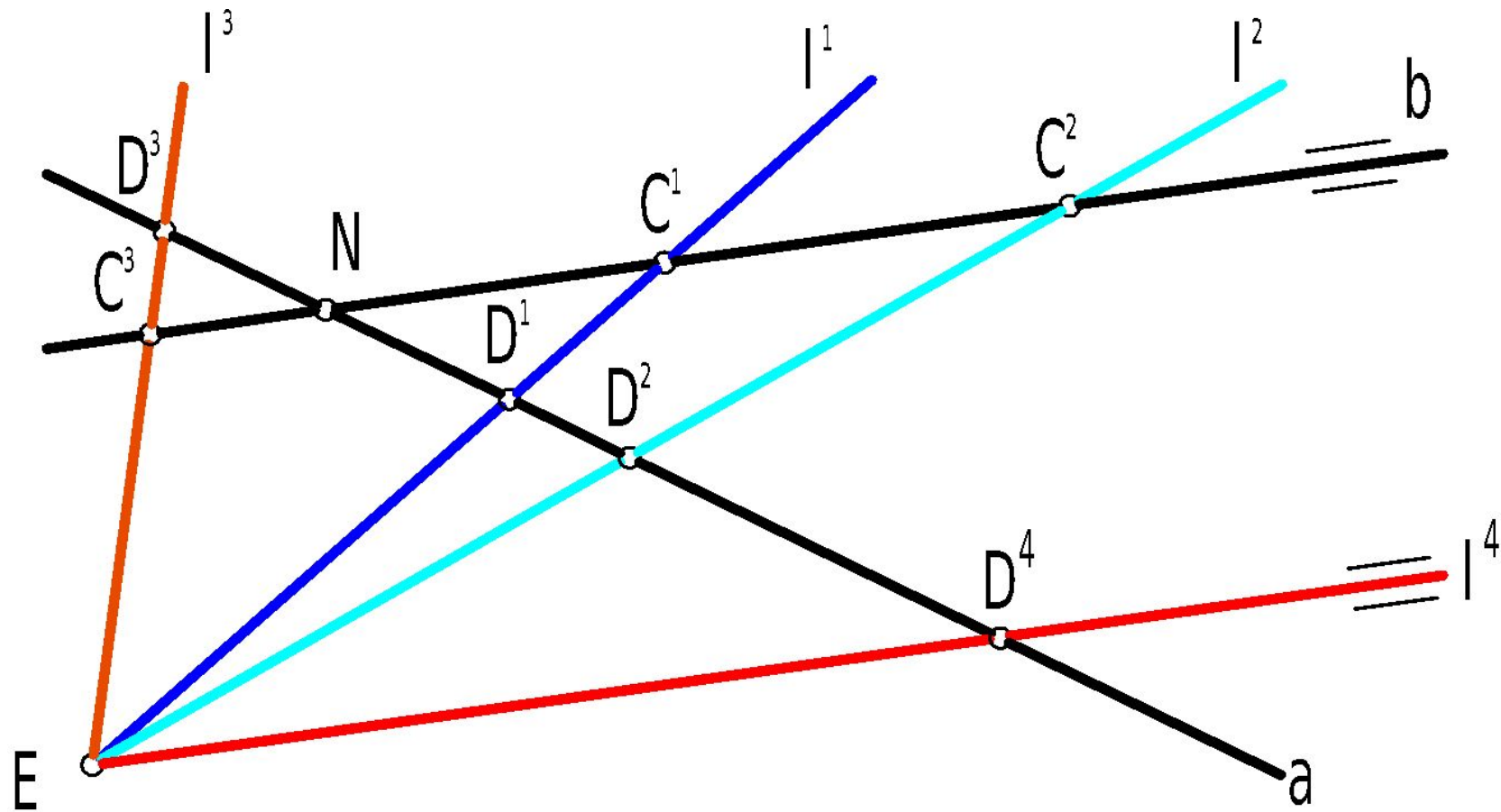


Через точку  $E$  проведем прямые  $l^1, l^2, l^3$   
пересекающие прямые  $a$  и  $b$  в точках  $D^1, D^2, D^3$  и  $C^1,$   
 $C^2, C^3$  соответственно.





$$l^4 \cap a = D^4; \quad l^4 \parallel b$$



**Евклидово пространство  
неоднородно**

Для устранения неоднородности Евклидова пространства

**условно**

**принято,**

что параллельные между собой прямые

**пересекаются**

в бесконечно удаленной точке  $F^\infty$  -

несобственной точке

пространства.  
 $(m \parallel n) \Rightarrow (m \cap n = F^\infty)$

*Евклидово  
пространство,  
дополненное  
несобственными  
элементами,  
называют*

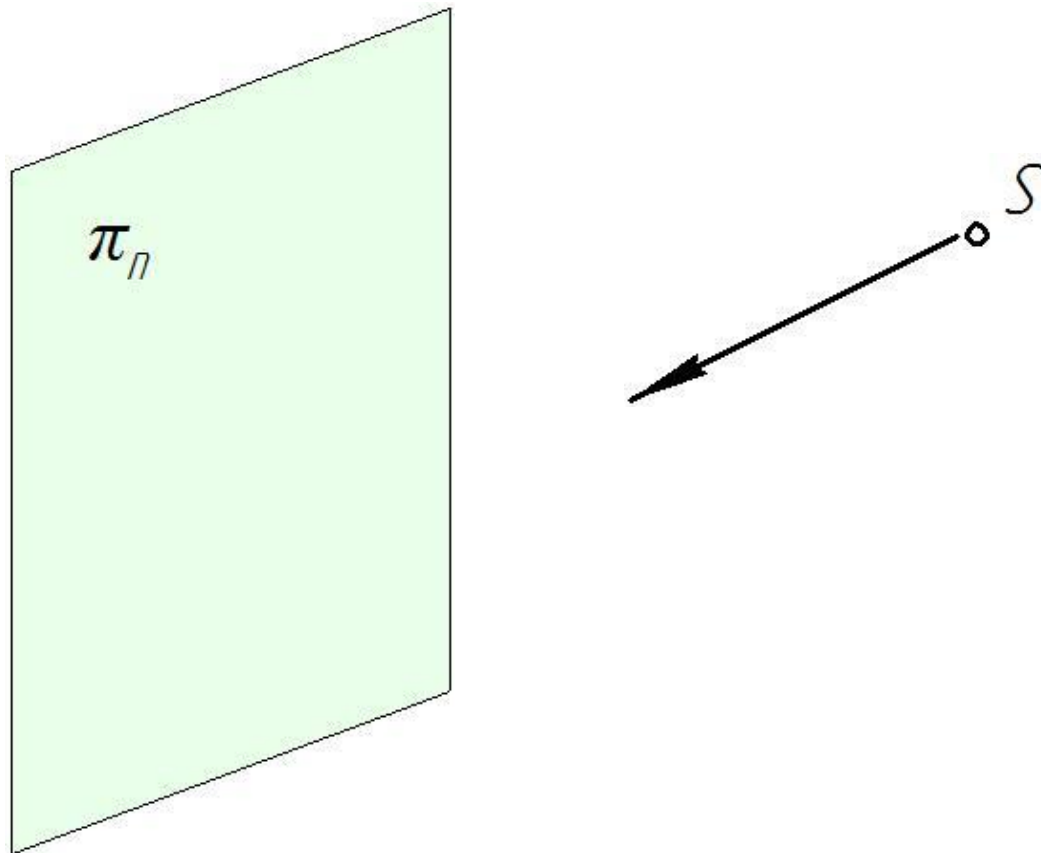
# Метод проекции

## *Требования, предъявляемые к проекционному чертежу:*

1. Должен быть наглядным;
2. Должен однозначно определять форму и положение изображаемого предмета;
3. Изображение должно быть удобным для чтения размеров;
4. Процесс построения должен быть простым.

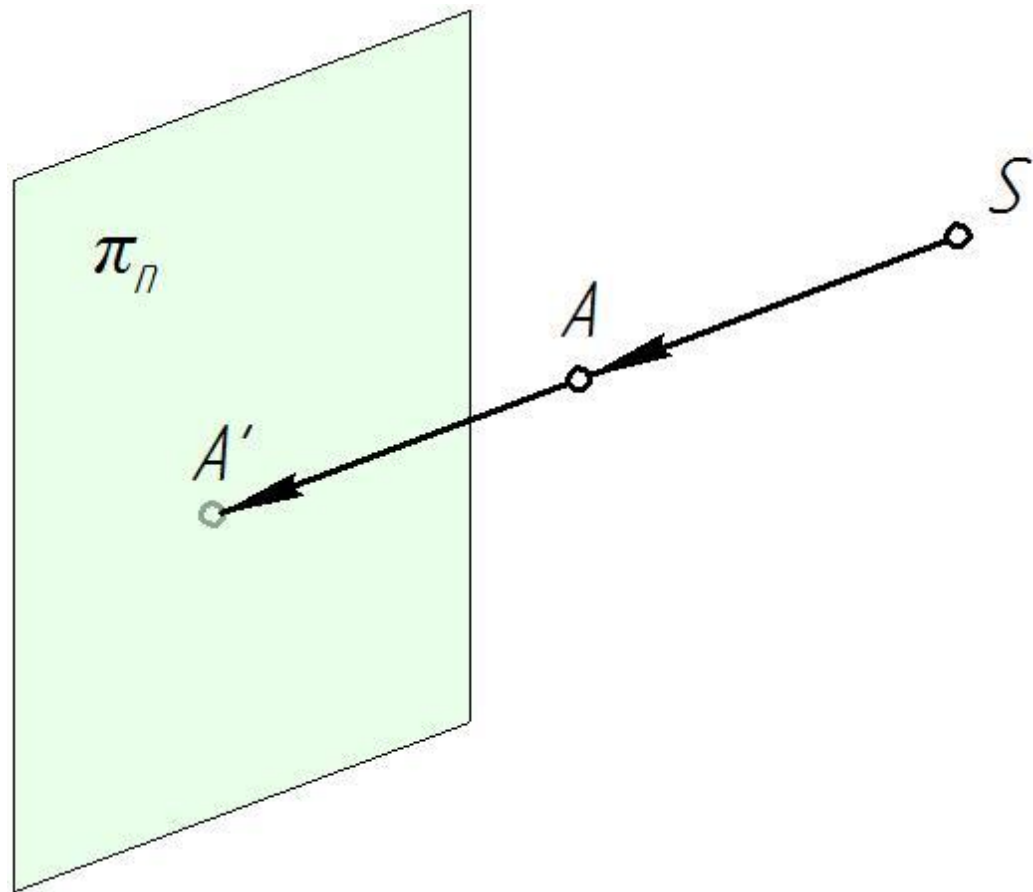
**Проецирование** — это процесс, в результате которого получают изображения, представляющие собой проекции на плоскости.

## Аппарат проецирования



$\pi_{\pi}$  — ПЛОСКОСТЬ  
проекций

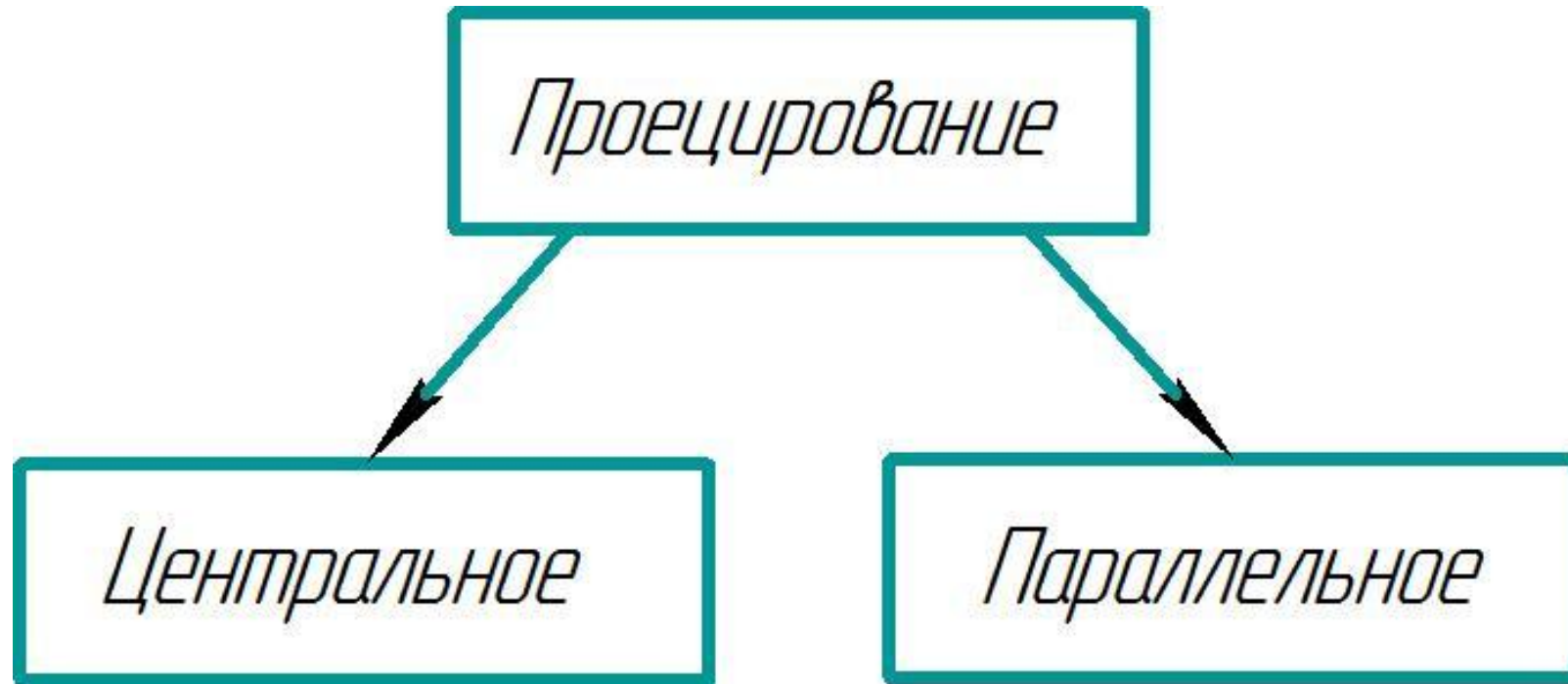
$S$  — центр  
проецирования



- Произвольная плоскость  $\pi$
- (.)S-центр проецирования.
- SA– проецирующий луч
- Произвольная (.)A

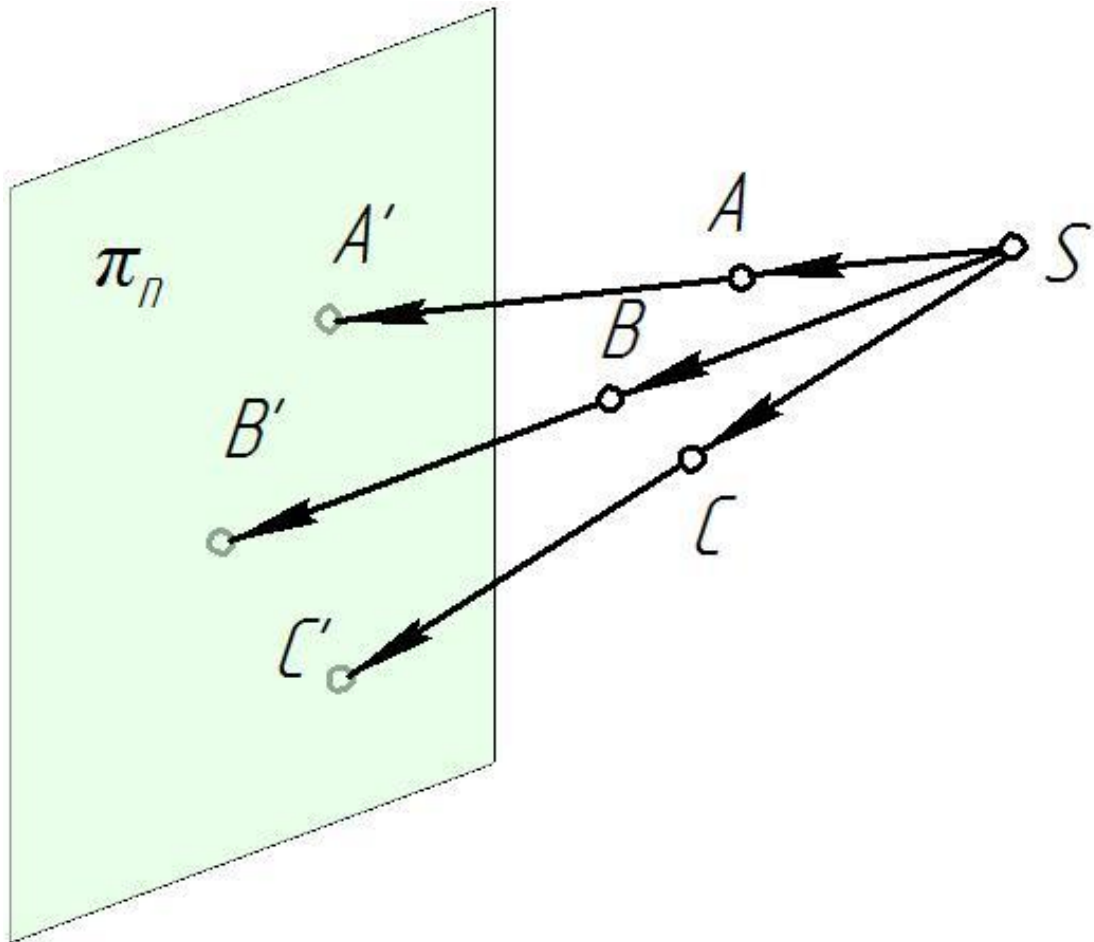
На плоскости  $\pi$  проекция точки A—A'

# Варианты метода проецирования





# Центральное проецирование (коническое)



$S$  (центр проецирования) —  
реальная точка.

Расстояние от  $S$  до плоскости  
проекций  $\pi_n$  измеримая  
величина.

# Параллельное проецирование (цилиндрическое)

$S$  (центр  
проецирования) –  
несобственная точка.

$$S \equiv S^\infty$$

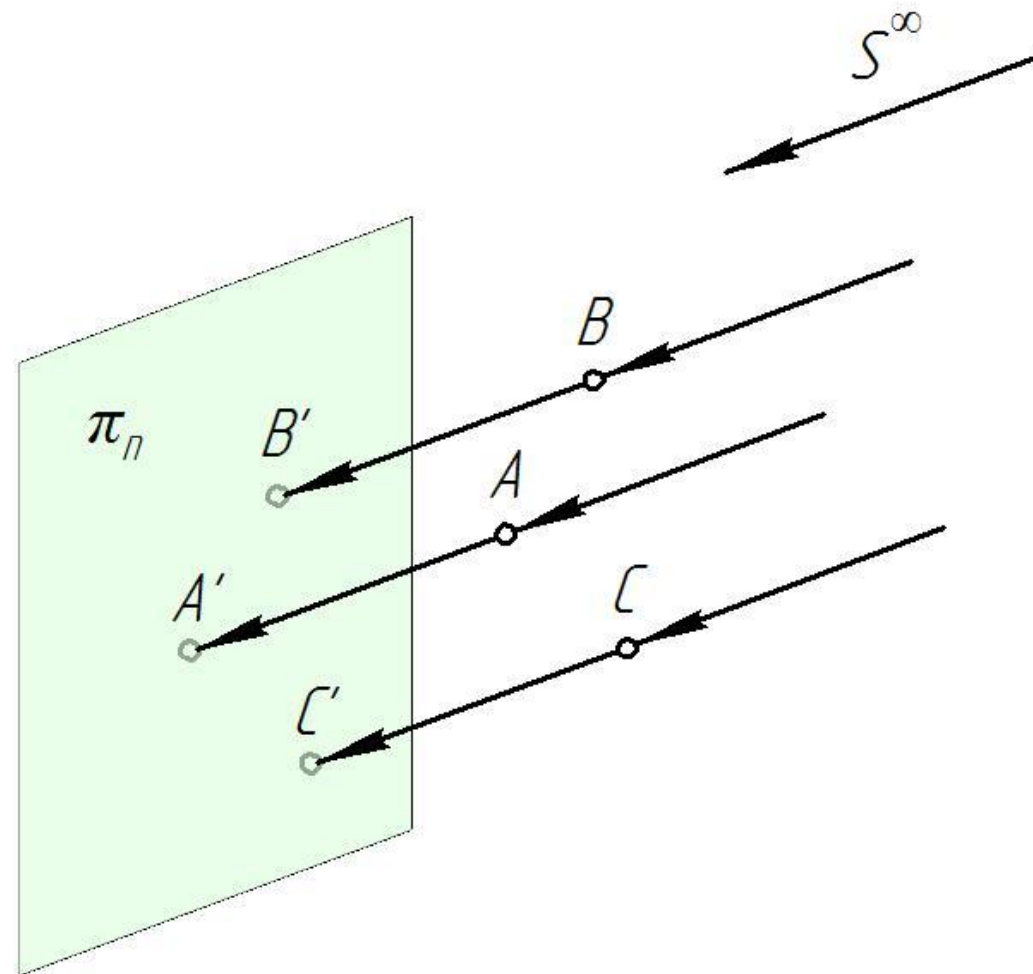
$$SA \cap SB \cap SC \dots = S^\infty$$

следовательно

$$S^\infty A \parallel S^\infty B \parallel S^\infty C \parallel \dots S$$

$s$  – направление  
проецирования;

$$S^\infty \in s$$



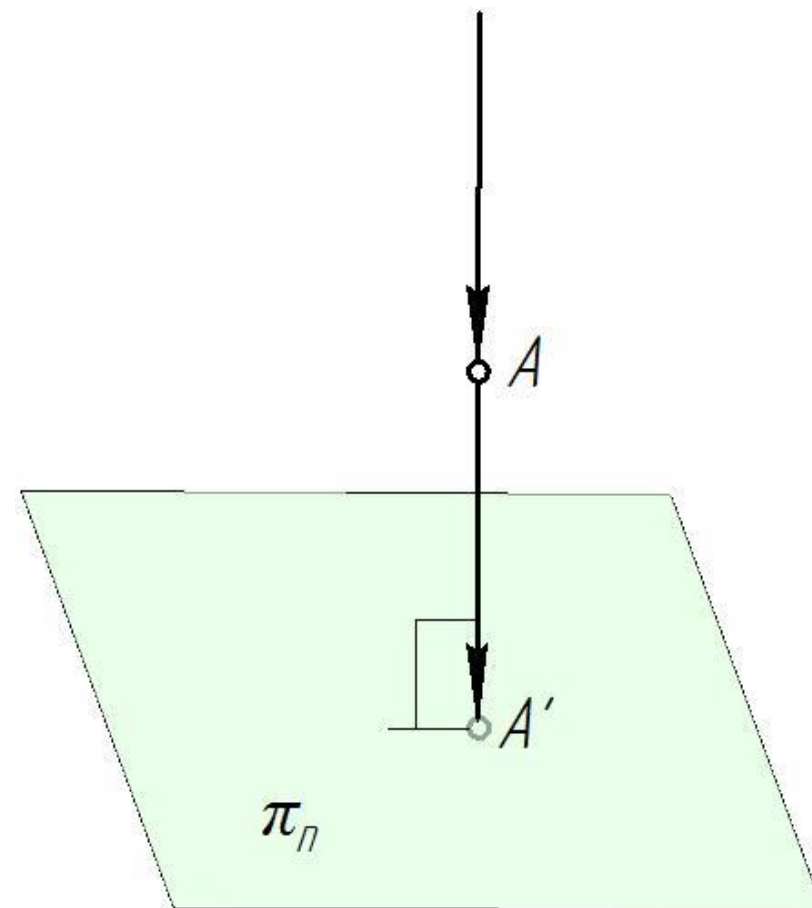
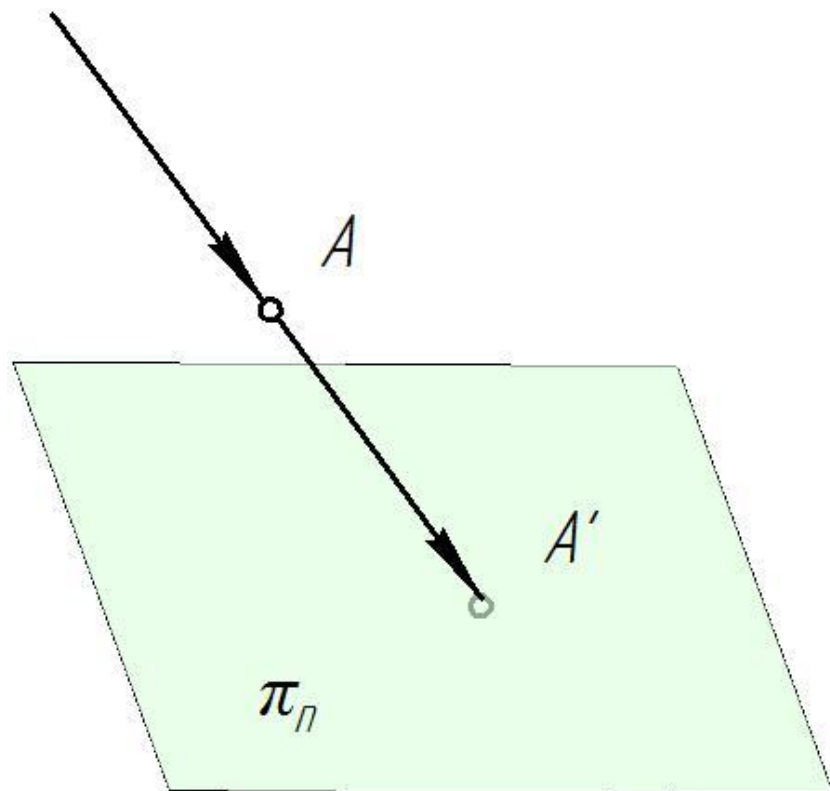
*Параллельное*

```
graph TD; A[Параллельное] --> B[Прямоугольное  
Направление проецирования  
перпендикулярно  
плоскости проекций]; A --> C[Косоугольное  
Направление проецирования  
не перпендикулярно  
плоскости проекций];
```

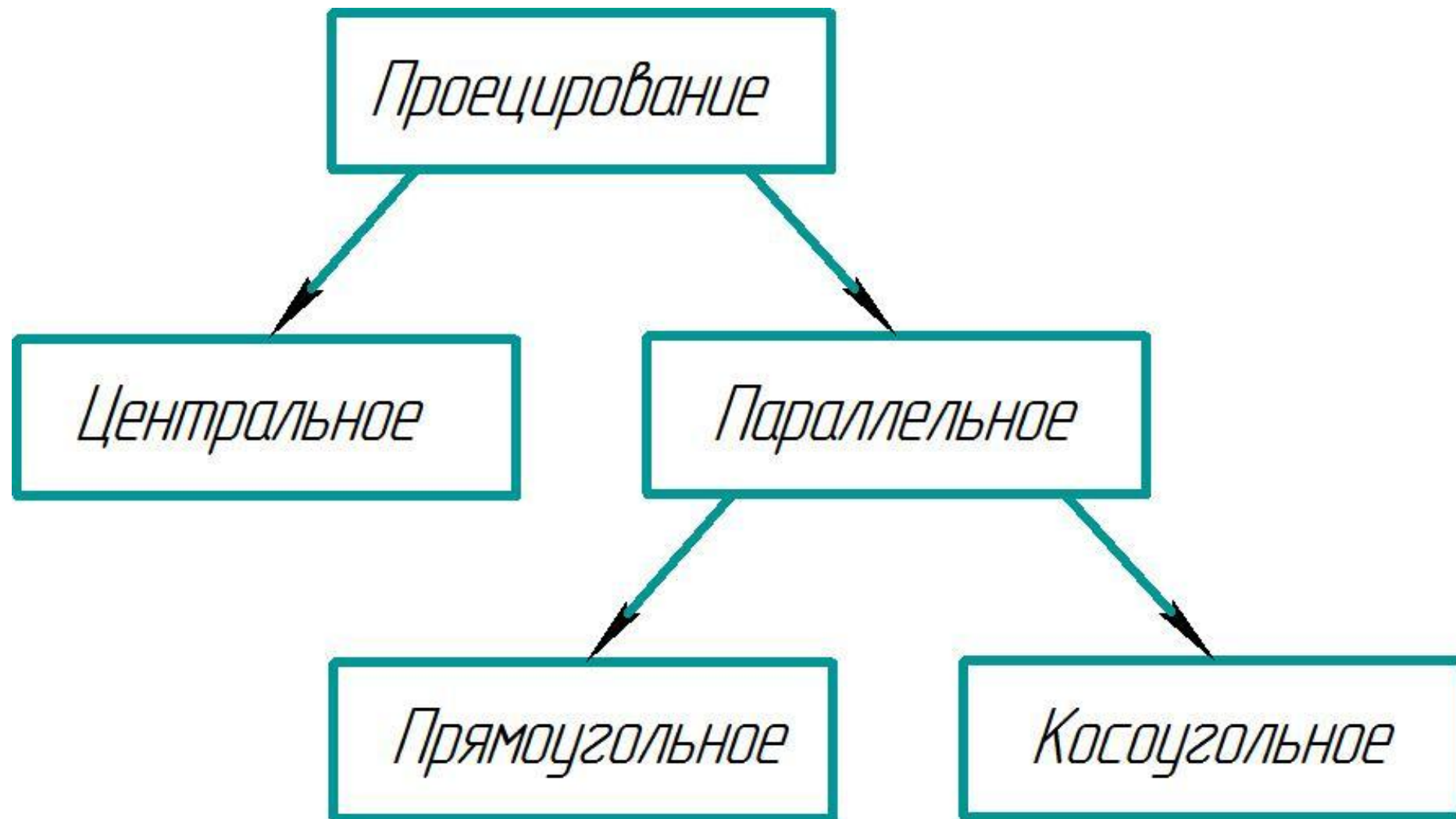
*Прямоугольное*  
*Направление проецирования*  
*перпендикулярно*  
*плоскости проекций*

*Косоугольное*  
*Направление проецирования*  
*не перпендикулярно*  
*плоскости проекций*

## Косоугольное проецирование



## Прямоугольное проецирование

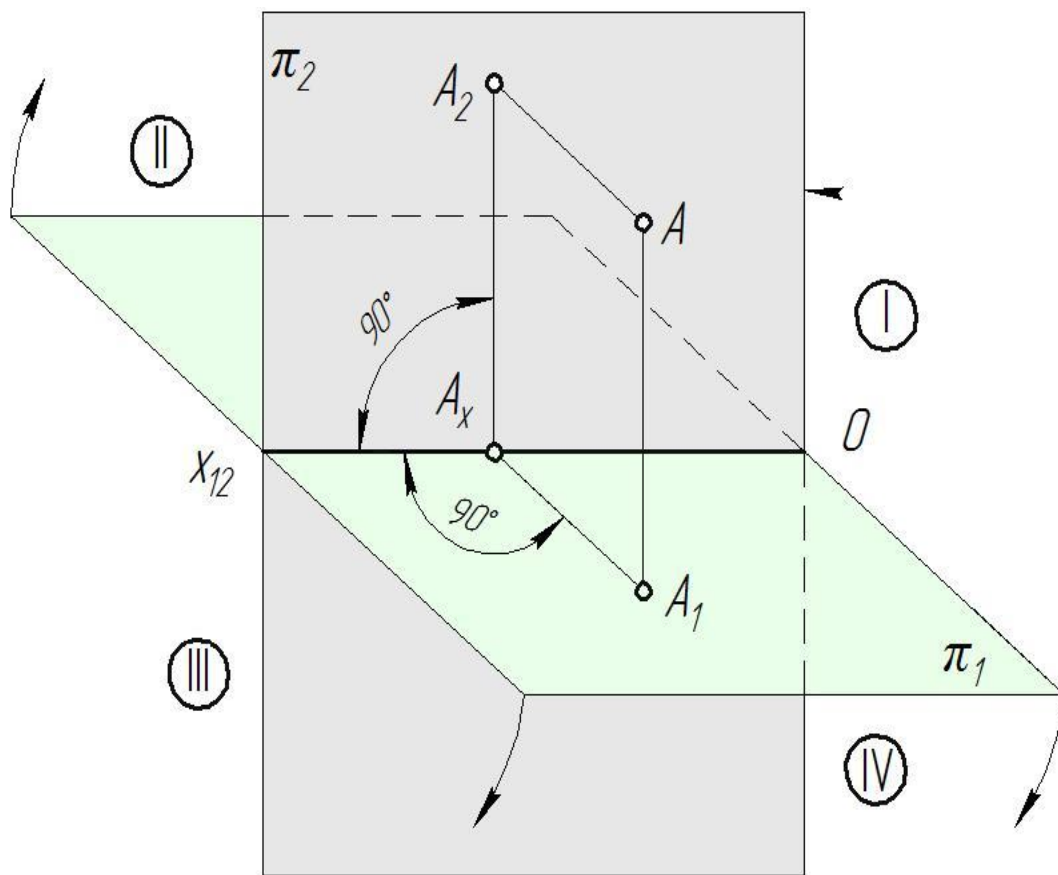


# Четыре основных раздела начертательной геометрии

- *ортогональные проекции;*
- *перспективные проекции.*
- *проекции с числовыми отметками;*
- *аксонометрические проекции;*

# *Метод Монжа*

*Ортогональная система двух  
взаимно перпендикулярных  
плоскостей проекции.*



$\pi_1$  горизонтальная плоскость проекций

$\pi_2$  фронтальная плоскость проекций

$$\pi_1 \perp \pi_2$$

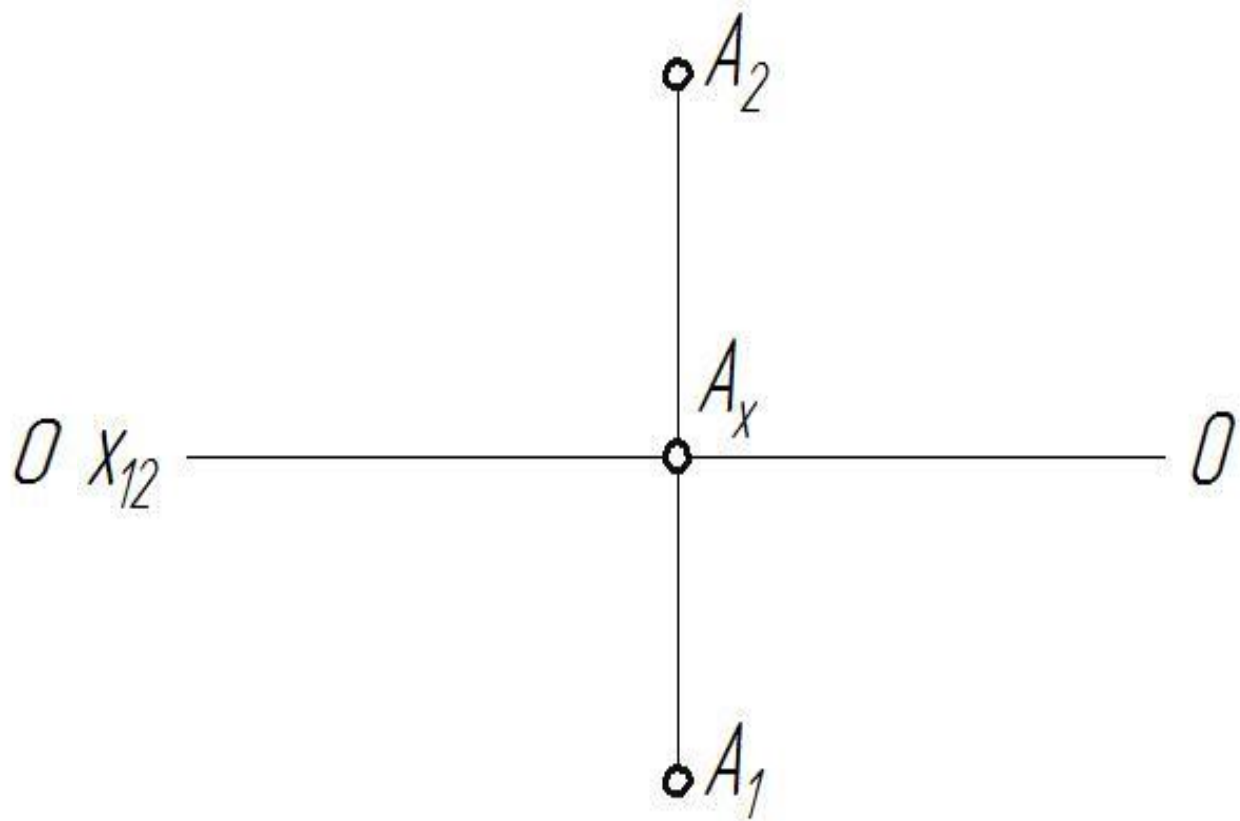
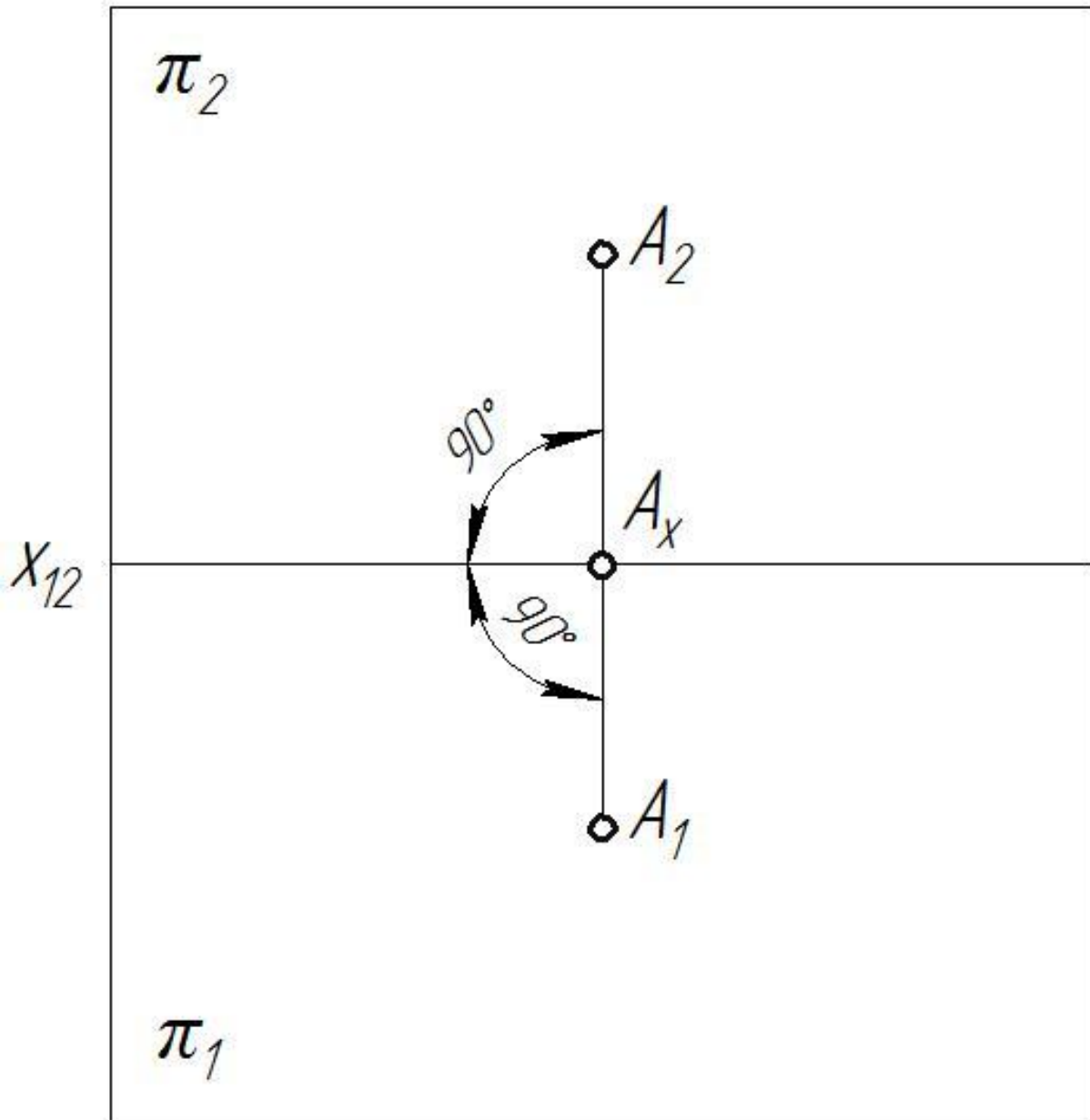
$X_{12}$  - ось проекции

линия пересечения плоскостей.

### Положение 1.

Две взаимно перпендикулярные плоскости делят пространство на четверти.





Положение 2.

Плоскости проекций бесконечны и не прозрачны.

### Положение 3.

Ортогональные проекции точки на две взаимно перпендикулярные плоскости вполне определяют положение этой точки в пространстве.

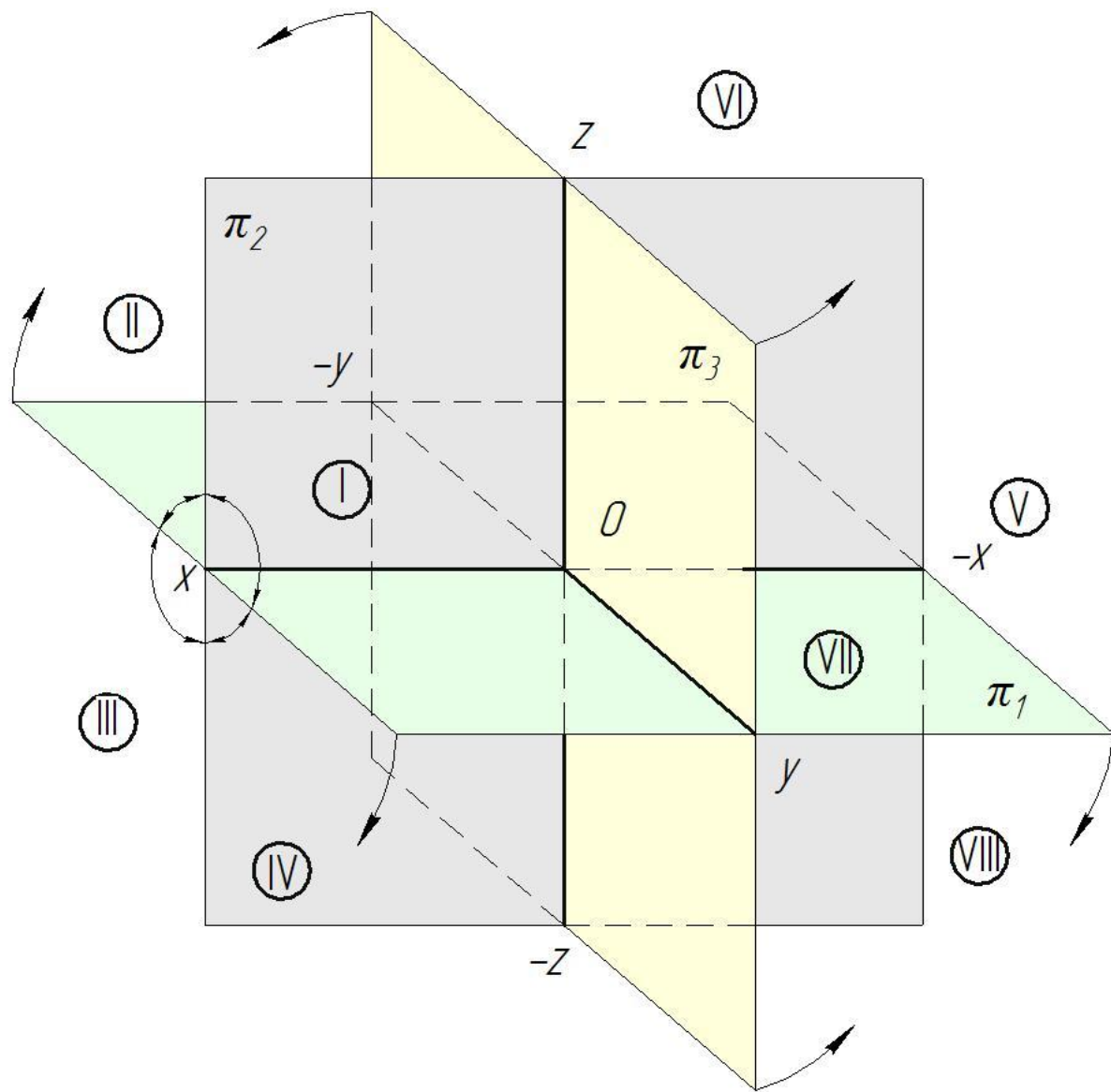
### Положение 4.

Проекция одной точки расположена на одном перпендикуляре к оси проекций, называемый *линией проекционной связи*.

### Положение 5.

Проекционный чертеж, на котором плоскости проекций со всем тем, что на них изображено, совмещены определенным образом одна с другой, называется *эпюром*.

*Ортогональная система  
трёх плоскостей проекций.*



$\pi_1$  горизонтальная плоскость  
проекций

$\pi_2$  фронтальная плоскость  
проекций

$\pi_3$  профильная плоскость  
проекций

$$\pi_3 \perp \pi_1 \perp \pi_2$$

## Положение 6.

*Система трёх взаимно перпендикулярных плоскостей делит пространство на восемь частей (октантов).*

Линии пересечения плоскостей являются осями  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$ .

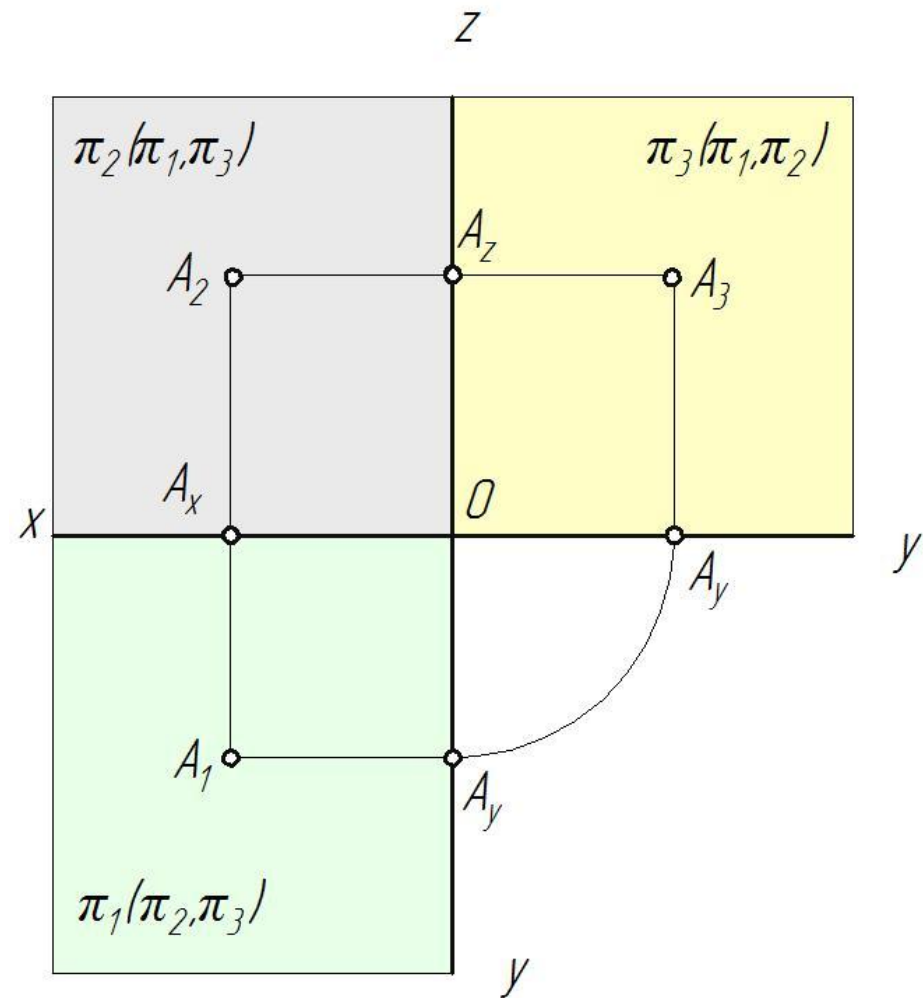
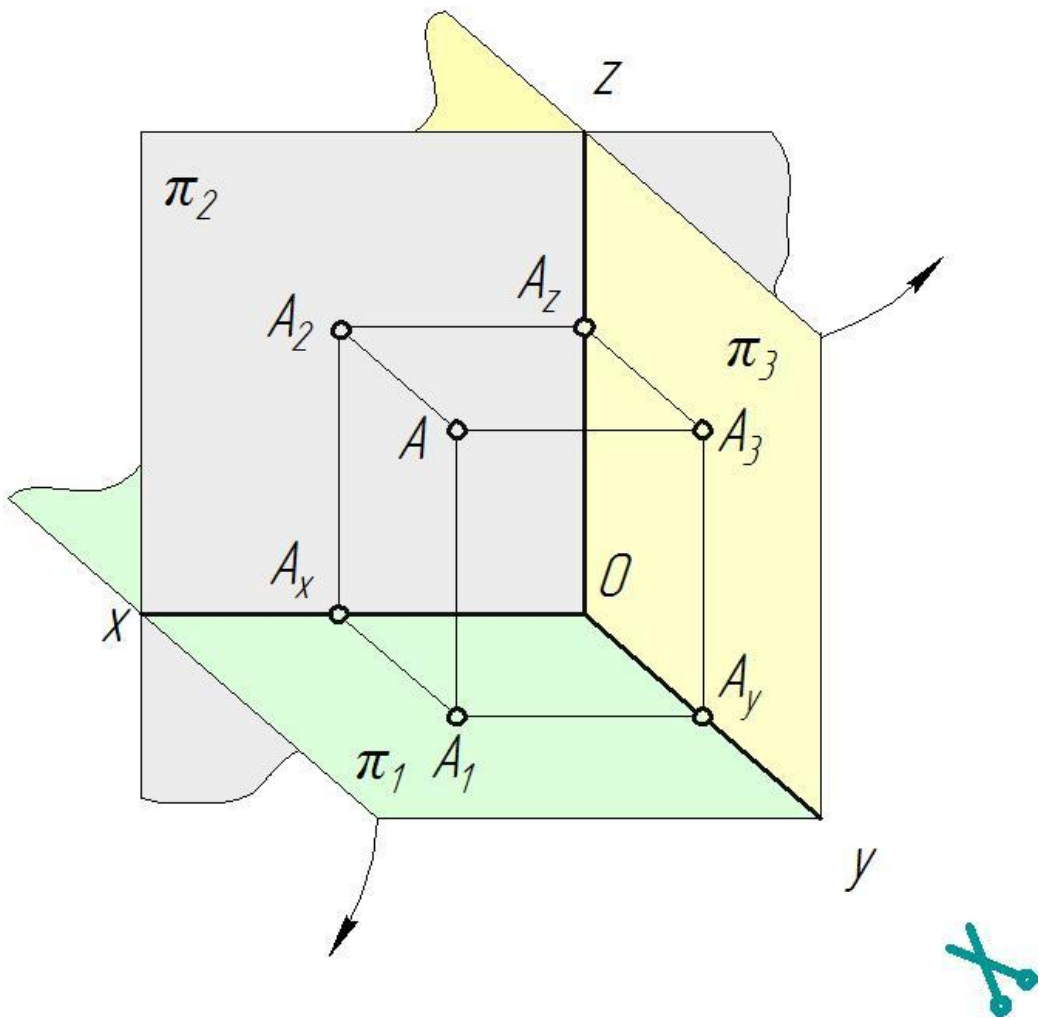
*Координаты – это числа, которые ставят в соответствии точки для определения её положения в пространстве.*

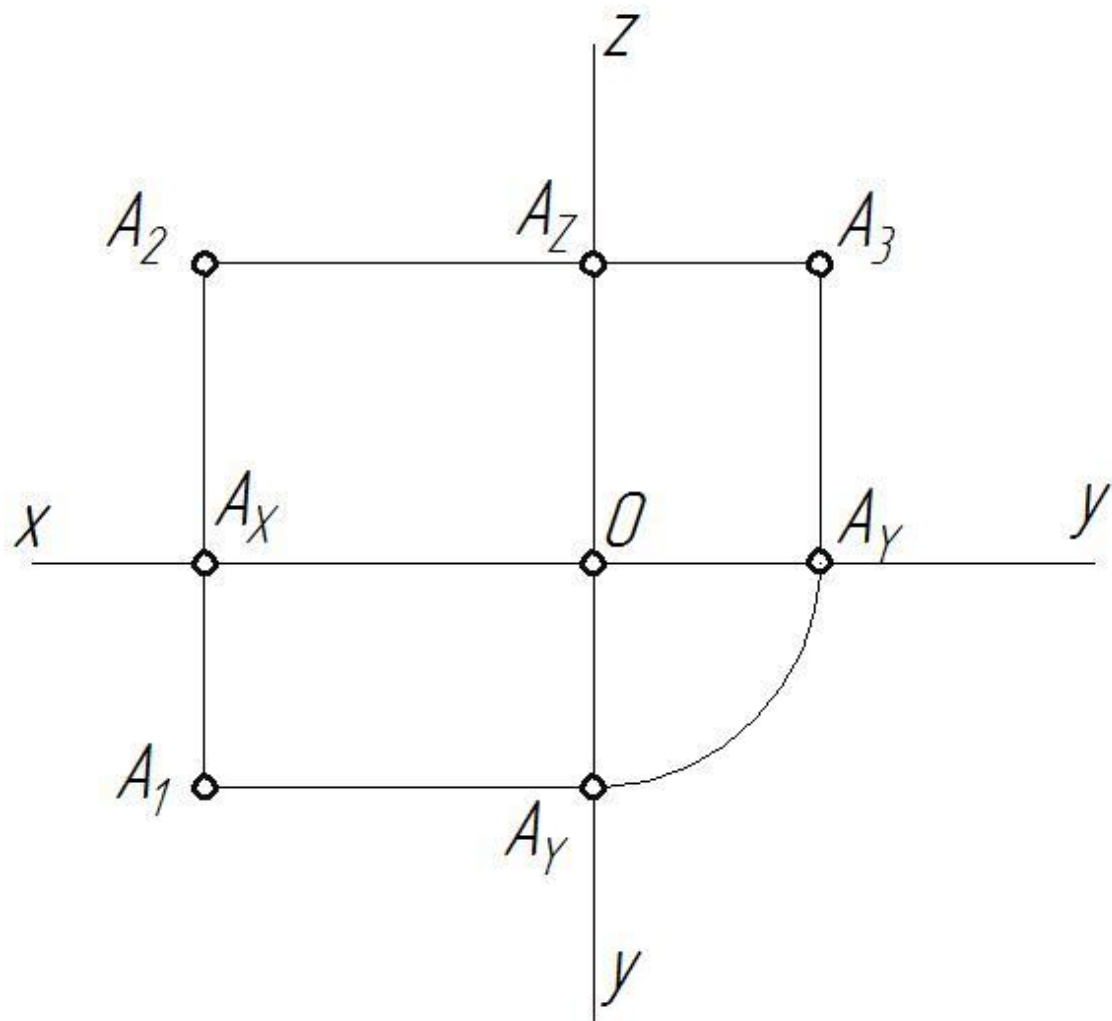
$X$  – абсцисса – определяет расстояние до плоскости  $\pi_3$ .

$Y$  – ордината – определяет расстояние до плоскости  $\pi_2$ .

$Z$  – аппликата – определяет расстояние до плоскости  $\pi_1$ .

# Проецирование точки в системе трех ортогональных плоскостей проекций

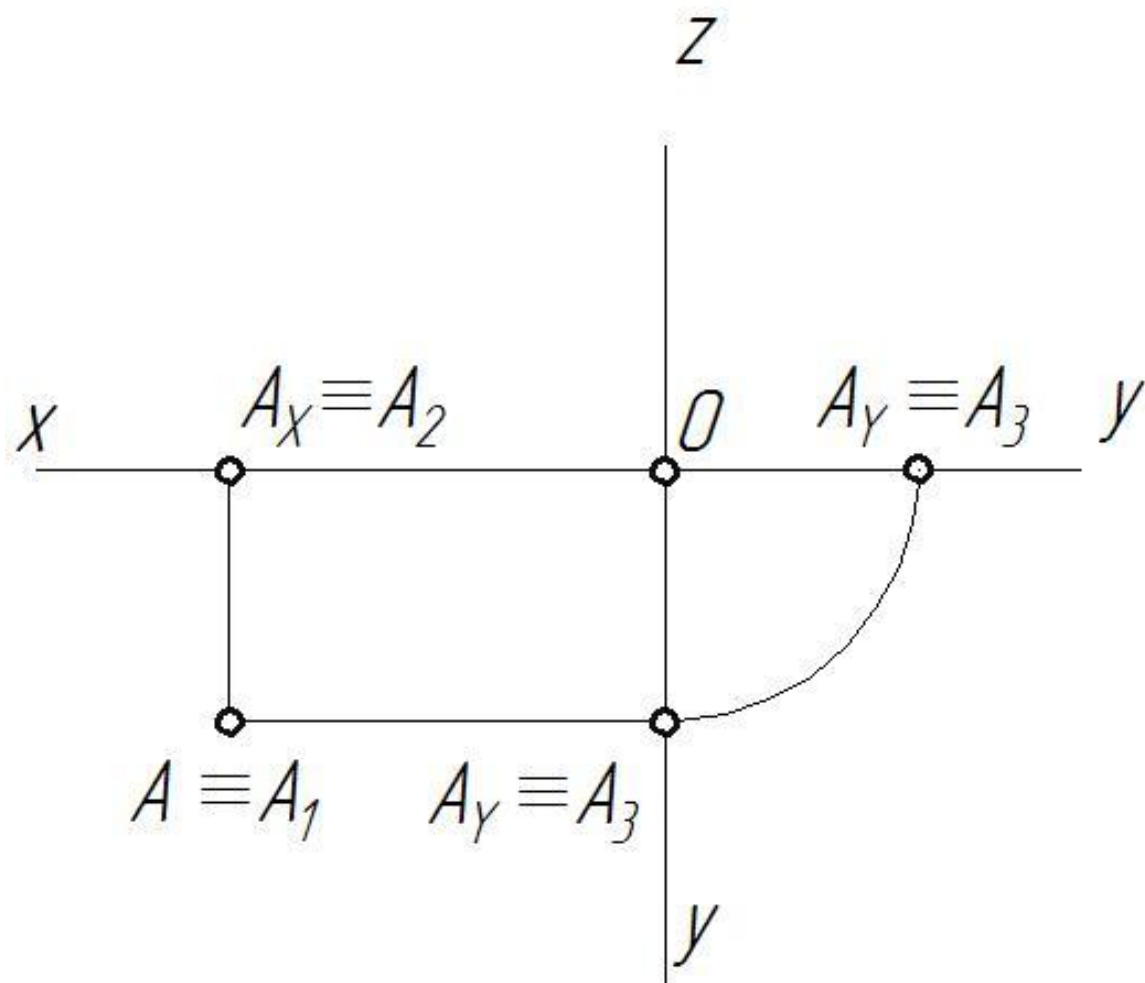




*Две проекции точки располагаются на одной линии связи.*

*Линии связи между собой параллельны.*

*Две проекции точки определяют положение её третьей проекции.*

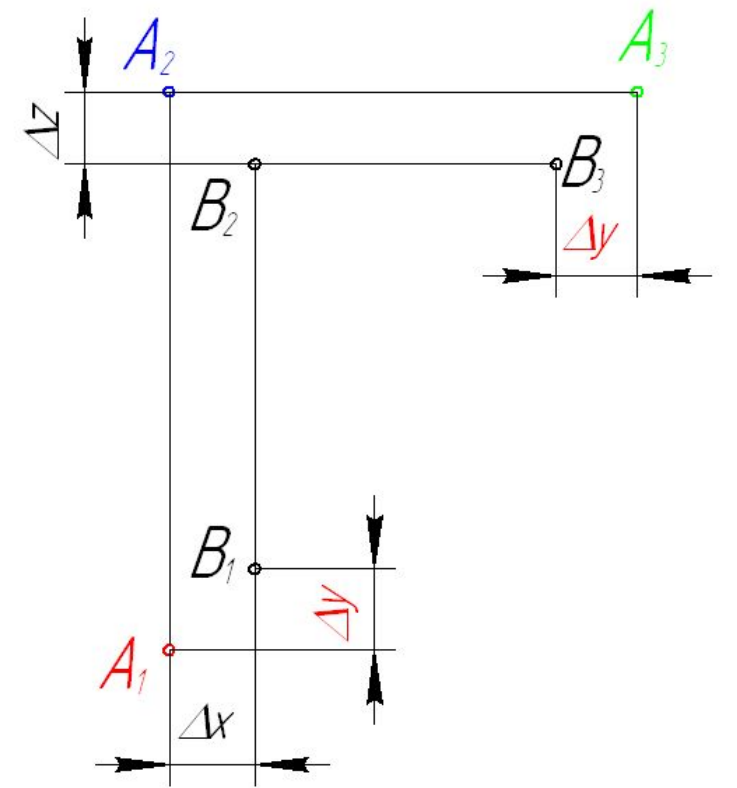
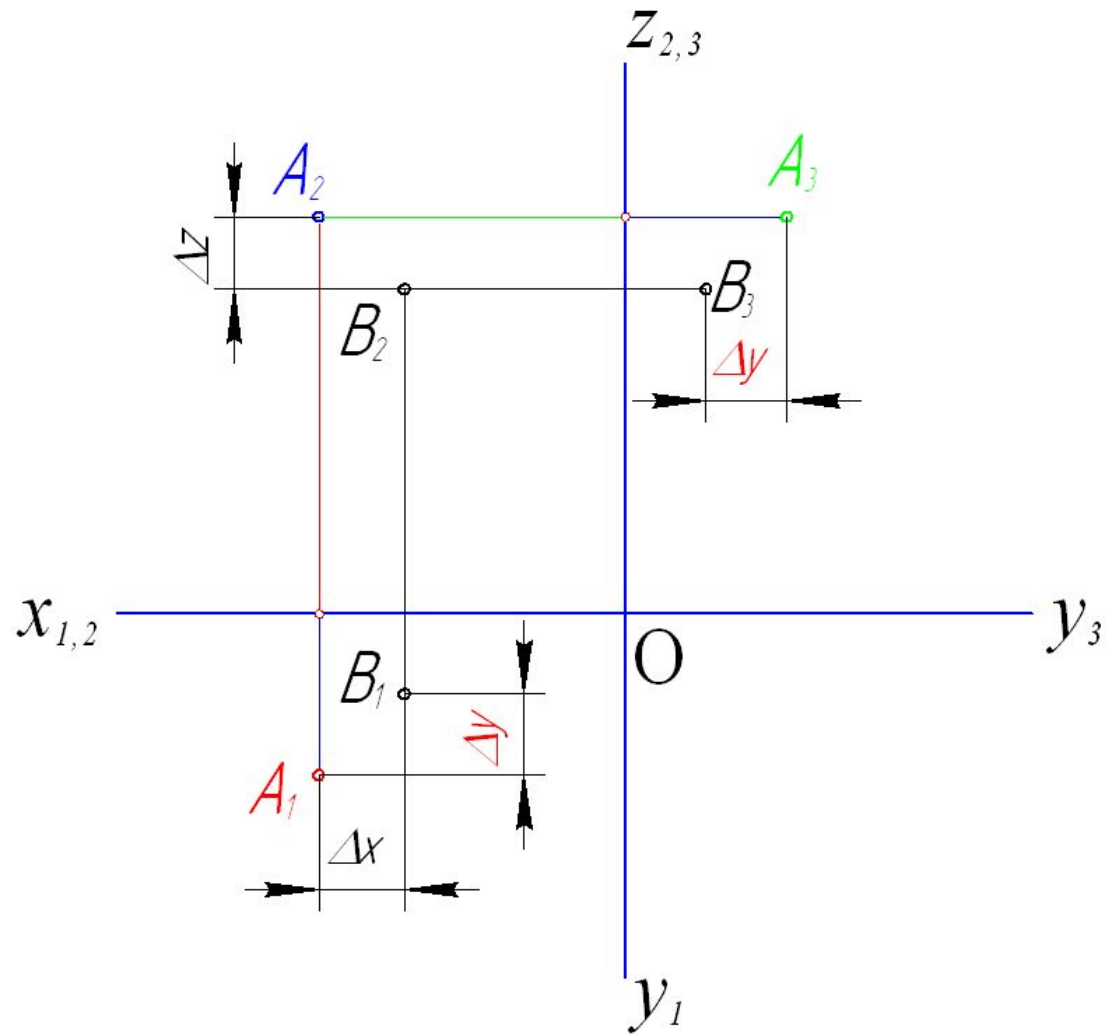


### Положение 7.

*Если точка принадлежит плоскости проекции, то её соответствующая проекция принадлежит этой плоскости и, соответственно совпадает с самой точкой, а две другие проекции лежат на осях.*



# Переход к безосному чертежу



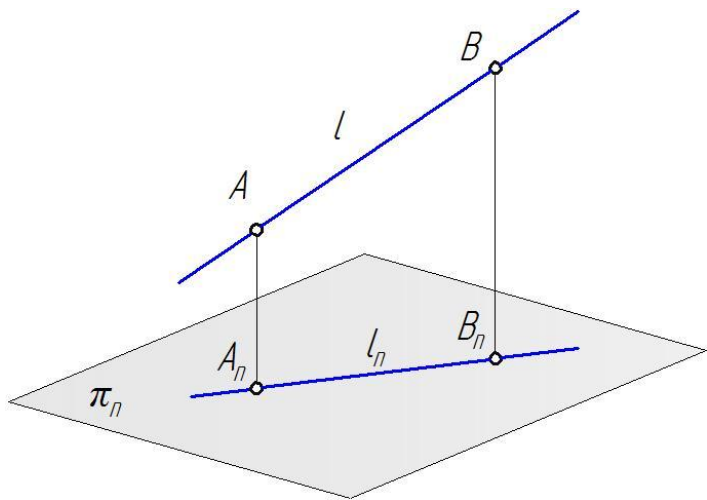
# *Взаимное расположение прямой и точки.*

## *Положение 8.*

Если точка принадлежит прямой, то её проекции принадлежат соответствующим проекциям этой прямой.

# Проецирование прямой линии

# Способы задания прямой на эюре

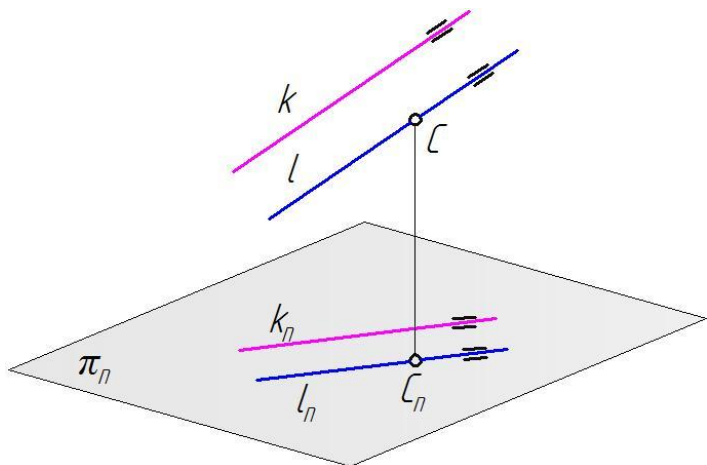
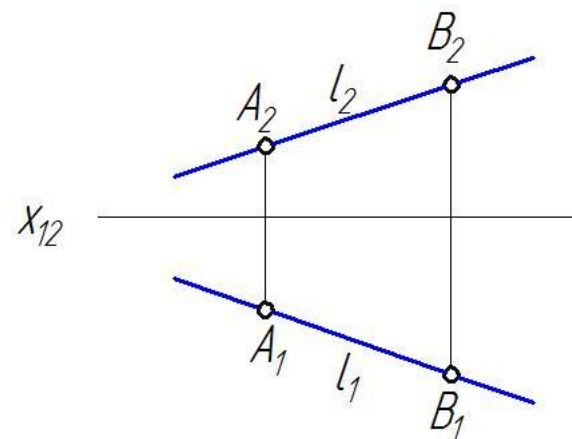


$$l(A, B)$$

$$\Downarrow$$

$$A \in l$$

$$B \in l$$



$$l(C, k)$$

$$\Downarrow$$

$$C \in l$$

$$l \parallel k$$

